

Etude numérique de l'effet de la température d'entrée sur un écoulement ascendant en convection mixte thermosolutale dans un canal vertical asymétrique.

Mohamed Aboudou KASSIM¹, Brahim BENHAMOU^{1*}, Souad HARMAND²

¹LMFE, Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, BP : 2390, Marrakech, Maroc

²LME, Université de Valenciennes, le Mont Houy, 59313, Valenciennes, France

* (auteur correspondant : bbenhamou@ucam.ac.ma)

Résumé - L'objectif du présent travail est d'étudier numériquement l'effet de la température d'entrée sur un écoulement d'air ascendant en convection mixte thermosolutale avec changement de phase dans un canal vertical formé de deux plaques planes parallèles. L'une des plaques est humide et maintenue à une température constante et uniforme alors que l'autre est adiabatique et sèche. Les résultats obtenus montrent que les forces d'Archimède essentiellement opposées à l'écoulement d'air ascendant le décélèrent et créent ainsi un renversement d'écoulement près de la paroi isotherme. Ces résultats montrent que l'amplitude de ces forces d'Archimède dépend de la température d'entrée de l'air dans le canal.

Nomenclature

b demi-largeur du canal

C fraction massique (kg/kg)

C_p chaleur spécifique, $Jkg^{-1}.K^{-1}$

D diffusivité massique, m^2/s

D_h diamètre hydraulique ($= 4b$), m

h_{gf} chaleur latente de vaporisation, kJ/kg

L longueur du canal, m

P_m pression motrice, ($= p - \rho_0 g x$)

Re nombre de Reynolds

T température de l'air, °C

V_e vitesse d'évaporation/condensation

x coordonnée axiale, m

y coordonnée transversale, m

Lettres grecques

γ facteur de forme ($= 2b/L$)

β_T coefficient d'expansion isotherme ($= 1/T_0$).

β_M coefficient d'expansion massique ($= M_a/M_v - 1$).

μ viscosité dynamique (Pa.s)

ρ masse volumique, kg/m^3 .

k conductivité thermique, W/ (m.K).

Φ humidité relative de l'air (%)

Indices / Exposants

0 grandeurs à l'entrée du canal

w valeur sur les parois du canal

m valeur moyenne

1. Introduction

Du fait de ses applications pratiques larges (dessalement, refroidissement évaporatif, refroidissement des composants électroniques, ..), l'évaporation d'un film liquide en présence d'un écoulement gazeux dans une conduite a fait l'objet de plusieurs travaux aussi bien numériques qu'expérimentaux [1-10]. Ces travaux ont concerné aussi bien les écoulements en convection mixte que naturelle. Par ailleurs, pour simuler les transferts de chaleur et de masse avec évaporation/condensation d'un film liquide, plusieurs auteurs ont adopté l'hypothèse d'un film liquide d'épaisseur négligeable [1, 3-4]. Cette hypothèse permet de s'affranchir de la résolution des équations de conservation dans le film liquide. Le film étant alors traité comme une condition aux limites. La validité de cette hypothèse a été investiguée par Yan [8-9]. Cet auteur a réalisé une étude numérique de la convection mixte laminaire avec évaporation d'un film liquide ruisselant sur les parois internes d'un canal vertical. Les parois du canal sont chauffées uniformément de manière isotherme [9] ou avec un flux de chaleur uniforme [8].

L'auteur a mené deux études en parallèle: dans l'une les équations de conservation ont été résolues aussi bien en phase liquide qu'en phase gazeuse et dans l'autre l'hypothèse du film d'épaisseur négligeable a été adoptée. En comparant les résultats de ces deux études, l'auteur a pu montrer que la condition de validité de l'hypothèse du film d'épaisseur négligeable est que le débit du film liquide soit faible.

Dans le présent travail, on s'intéresse à l'effet de la température d'entrée sur un écoulement d'air ascendant en convection mixte laminaire dans un canal vertical asymétrique en présence d'un film d'eau liquide ruisselant sur une des ses parois.

2. Analyse

La configuration étudiée est un canal formé de deux plaques planes parallèles de longueur L et distantes de $2b$. L'une des plaques est isotherme et mouillée par un film d'eau de très faible épaisseur alors que l'autre est adiabatique et sèche. L'air ambiant entre dans le canal à une température T_0 , une concentration C_0 et un profil de vitesse uniforme U_0 . L'écoulement d'air est ascendant et est supposé laminaire et permanent. L'approximation de Boussinesq est adoptée. Le rayonnement, le transfert d'énergie par inter-diffusion des espèces, la dissipation visqueuse d'énergie et le travail des forces de pression, ainsi que les effets Dufour et Soret, sont supposés négligeables.

En tenant compte de ces hypothèses, le transfert de chaleur et de masse en convection mixte laminaire dans un canal vertical, peut être décrit par les équations suivantes :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P_m}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho_0 g (\beta_T (T - T_0) + \beta_M (C - C_0)) \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P_m}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$\left(u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \right) = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

Les Conditions aux limites sont

$$\text{A l'entrée du canal (} x = 0 \text{)} : \quad U = U_0, V = 0, T = T_0, C = C_0 \quad (6)$$

Sur la paroi gauche du canal ($y = 0$) :

$$U = 0, V = V_e = - \frac{D}{1 - C_w} \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0}, T = T_w, C = C_w \quad (7)$$

Sur la paroi droite du canal ($y = 2b$) :

$$U = V = 0 \quad \text{et} \quad \left[\frac{\partial C}{\partial y} \right]_{y=2b} = \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=2b} = 0 \quad (8)$$

A la sortie du canal ($x = L$) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

L'écoulement et les transferts thermiques et massiques sont caractérisés par les nombres sans dimension suivants :

Coefficient de frottement sur la paroi isotherme

$$f = \frac{\mu \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{y=0}}{\frac{1}{2} \rho u_0^2} \quad (10)$$

$$\text{Nombre de Sherwood} \quad Sh = \frac{D_h}{C_m - C_w} \left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (11)$$

$$\text{Nombre de Nusselt latent} \quad Nu_L = - \frac{D_h \rho D h_{fg}}{k(1 - C_w)(T_w - T_m)} \left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (12)$$

$$\text{Nombre de Grashof massique} \quad Gr_M = \frac{g \beta_M D_h^3 (C_w - C_0)}{\nu^2} \quad (13)$$

$$\text{Nombre de Grashof thermique} \quad Gr_T = \frac{g \beta_T D_h^3 (T_w - T_0)}{\nu^2} \quad (14)$$

$$\text{Nombre de Reynolds} \quad Re = \frac{u_0 D_h}{\nu} \quad (15)$$

Le système d'équations (1)-(5) est résolu numériquement par la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse-pression est traité par l'algorithme SIMPLER [11]. Le maillage est non uniforme dans les deux directions avec une densité de nœuds plus grande près de l'entrée et près des parois où les gradients de température et de concentration sont les plus élevés. Le code de calcul a été validé en comparaison avec les résultats de la littérature. Le détail des validations et des tests de sensibilité au maillage est donné dans [3].

3. Résultats

Les résultats présentés ici ont été obtenus avec $u_0 = 0.169\text{m/s}$ (soit $Re = 300$, avec $L = 2\text{m}$ et $\gamma = 0.0076$). La température de la plaque humide est maintenue à $T_w = 20^\circ\text{C}$ la concentration correspondante est de $C_w = 14.6\text{g/kg}$ (concentration de saturation à T_w). Pour illustrer l'effet de la température d'entrée de l'air dans le canal, nous avons considéré trois valeurs différentes, soient : $T_0 = 50^\circ\text{C}$, 70°C et 90°C . L'humidité de l'air à l'entrée du canal est prise constante et égale à $C_0 = 44.7\text{g/kg}$. Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes et évaluées à une température et une concentration de références basées sur la loi dite du *un tiers* [10]. Les valeurs des nombres de Grashof thermique et massique sont présentées dans le tableau suivant pour différentes températures données.

T_0 (°C)	50	70	90
Φ_0 (%)	57	22.5	10
Gr_M	- 407 197.94	- 134 212.12	- 49 301.06
Gr_T	- 112 473.17	- 153 189.06	- 183 492.38

Tableau 1 : Nombres de Grashof pour différentes valeurs de T_0 .

La figure 1 présente l'évolution axiale du coefficient de friction (fRe) sur la plaque isotherme. Près de l'entrée du canal, on constate que fRe prend les mêmes valeurs dans les trois cas étudiés. Plus l'écoulement avance dans le canal, la couche limite se développe ce qui fait diminuer fRe jusqu'à une position axiale où ce dernier présente un minimum qui dépend fortement de la température de l'air à l'entrée du canal. Ce minimum est le résultat de l'action des forces d'Archimède, qui sont opposées à l'écoulement ascendant (Gr_M et Gr_T négatifs dans tous les cas, voir tableau 1). En effet, ces forces décélèrent l'écoulement d'air près de la paroi isotherme. On constate que fRe prend des valeurs négatives dans tous les cas c'est la manifestation d'un renversement d'écoulement (vitesse axiale négative). En effet, les forces d'Archimède thermiques et massiques, opposées à l'écoulement ascendant, vainquent les forces d'inertie et créent un renversement d'écoulement en induisant une vitesse axiale négative, d'où les valeurs négatives de fRe . Les valeurs minimales de fRe sont de -15.14, -23.75 et -31.10 pour $T_0 = 50^\circ\text{C}$, 70°C et 90°C respectivement. Les zones où est observé le renversement d'écoulement ($fRe < 0$) sont respectivement $0.016 \leq x/L \leq 0.3$, $0.016 \leq x \leq 0.4$ et $0.016 \leq x/L \leq 47$. On constate donc que la largeur de la zone du renversement d'écoulement augmente avec T_0 . Dans ces zones se produisent des cellules de recirculation de l'écoulement (illustrés sur la figure 2).

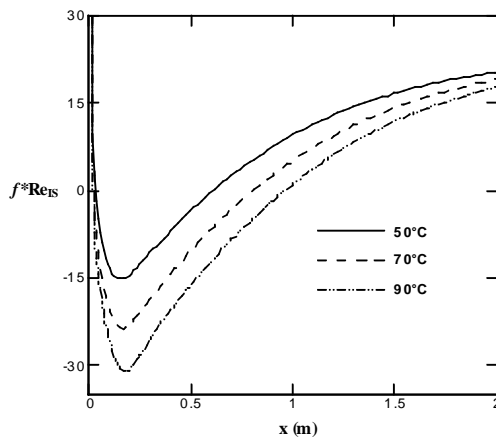


Figure 1 : Évolution axiale du coefficient de frottement sur la paroi isotherme.

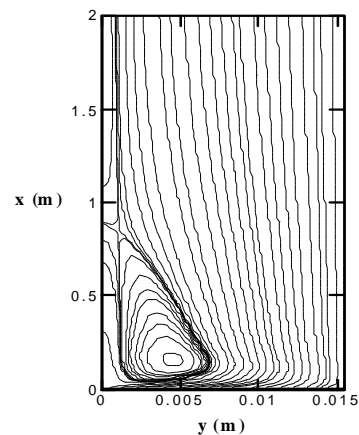


Figure 2 : Lignes de courant ($T_0 = 90^\circ\text{C}$).

Afin de mieux décrire l'écoulement d'air à l'intérieur du canal les lignes de courant sont présentées sur la figure 2 pour $T_0 = 90^\circ\text{C}$. Cette figure illustre la zone de recirculation où on note des valeurs négatives de la fonction de courant. Les dimensions de cette zone sont : $0.017 \leq x/L \leq 0.503$ et $0.00035 \leq y/L \leq 0.0035$. Dans le reste du canal la valeur de la fonction de courant est positive.

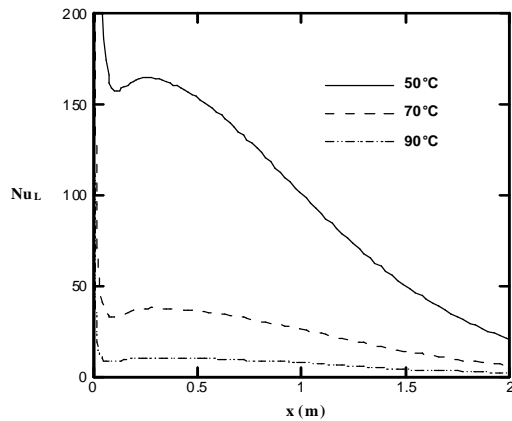


Figure 3 : Évolution axiale du nombre de Nusselt latent près de la paroi isotherme.

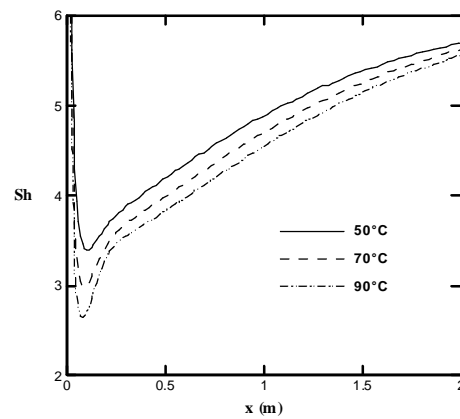


Figure 4 : Évolution axiale du nombre de Sherwood près de la paroi isotherme.

Le changement de phase (évaporation du film ruisselant ou condensation de la vapeur contenue dans l'air) présent dans ce problème induit un flux de chaleur latente entre l'air et la plaque humide. Ce flux est représenté par le nombre de Nusselt latent (Nu_L). La figure 3 présente son évolution axiale. Dans tous les cas étudiés, on constate que Nu_L est positif, le flux de chaleur latente est dirigé de l'écoulement d'air vers le film liquide, ce qui correspond à la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air sur la paroi isotherme du canal. Une situation similaire à celle-ci a été analysée par Azizi et al. [1]. Près de l'entrée du canal, Nu_L diminue et prend des valeurs importantes du fait que les gradients de concentration sont importants. Par ailleurs, on constate que l'augmentation de T_0 induit la diminution de Nu_L du fait de l'augmentation de l'amplitude des forces d'Archimède. En effet, ces dernières décélèrent l'écoulement (Fig 1) et font diminuer les transferts thermiques aussi bien en chaleur sensible qu'en chaleur latente. Les minimums de Nu_L sont de 157.85 en $x/L = 0.05$, 33.21 en $x/L = 0.046$ et 8.77 en $x/L = 0.035$ respectivement pour $T_0 = 50^\circ\text{C}$, 70°C et 90°C . Ces positions correspondent au maximum de l'amplitude des forces d'Archimède. Au-delà de ces positions les forces d'Archimède deviennent faibles devant les forces d'inertie. Nu_L diminue et le transfert thermique entre la plaque humide et l'écoulement se voit diminuer jusqu'à la sortie du canal.

Le transfert de masse entre le film liquide ruisselant sur la paroi isotherme et l'air est caractérisé par le nombre de Sherwood (Sh). La figure 4 présente son évolution le long du canal. Près de l'entrée du canal, on constate que Sh diminue progressivement au fur et à mesure que l'air avance dans le canal par l'effet du développement des couches limites. Plus l'air avance dans le canal, plus il est décéléré par les forces d'Archimède. Cette décélération réduit les transferts de masse entre l'écoulement d'air et le film liquide. On constate par ailleurs que Sh admet un minimum qui s'accroît avec l'augmentation de la température d'entrée de l'air. En effet, les minimums de Sh se produisent aux mêmes positions que pour Nu_L . Vers la sortie du canal, Sh tend vers une valeur asymptotique de 5.69, 5.62 et 5.55 respectivement pour $T_0 = 50^\circ\text{C}$, 70°C et 90°C . Ces valeurs sont voisines celle correspondant à un écoulement complètement développé 4.86 en convection forcé [12]. Notons par ailleurs que du fait que dans notre cas le nombre de Lewis est voisin de 1 ($Sc = 0.574$ et $Pr = 0.724$) le nombre de Nusselt sensible (lié au flux de chaleur sensible échangé entre la plaque isotherme et l'écoulement d'air) s'apparente avec le nombre de Sherwood.

4. Conclusion

Une étude numérique sur les transferts couplés de chaleur et de masse d'un écoulement d'air ascendant en convection mixte dans un canal vertical formé de deux plaques planes parallèles a été réalisée. Une des plaques est maintenue isotherme et mouillée par un film d'eau liquide de faible épaisseur alors que l'autre est adiabatique et sèche. L'influence de la température à l'entrée du canal a été étudiée. Les résultats obtenus montrent que les forces d'Archimède, opposées à l'écoulement d'air ascendant, le décélèrent et créent ainsi un renversement d'écoulement près de la paroi isotherme. Ces résultats stipulent que le renversement d'écoulement dépend de la température à l'entrée du canal. L'étude montre par ailleurs que l'augmentation de la température à l'entrée, fait diminuer les transferts de chaleur et de masse.

Par ailleurs, dans les cas étudiés, la vapeur d'eau, contenue dans l'air en écoulement, se condense sur la paroi isotherme, ce qui aurait pour effet d'augmenter son épaisseur et peut être aussi modifié l'étendue de la zone de recirculation. Nous projetons de tenir compte de l'épaisseur du film dans le futur afin de rendre nos résultats plus généraux. Par ailleurs vue la température assez élevée de l'air, l'hypothèse de Boussinesq risque de ne plus être tout à fait exacte ici, un calcul en propriétés variables, en cours, nous fixera sur ce point.

Références

- [1] Azizi Y., B. Benhamou, N. Galanis and M. El-Ganaoui, Buoyancy Effects On Upward And Downward Laminar Mixed Convection Heat And Mass Transfer in a Vertical Channel, *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow*, 17-3 (2007), 333-353
- [2] E. C. Siow, S. J. Ormiston, H. M. Soliman, Two-phase model of laminar film condensation from vapour-gaz mixtures in declining parallel-plate channels, *Int. J. of Thermal and Sciences*, 46 (2007), 458-466.
- [3] Z. Ait Hammou, B. Benhamou, N. Galanis and J. Orfi, Laminar Mixed Convection of humid Air in a vertical channel with evaporation or condensation at the wall, *Int. J. Thermal Sciences*, 43 (2004), 531-539
- [4] Huang C.-C Yan W. M. and Jang J.-H, Laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical rectangular ducts with film evaporation and condensation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48 (2005), 1772-1784.
- [5] Salah El-Din M. M., Fully developed forced convection in vertical channel with combined buoyancy forces, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 19 (1992), 239-248.
- [6] Fedorov A. G., R. Viskanta, A. A. Mohamed, R. R. Khaydarov., Turbulent heat and mass transfer in an asymmetrically heated, vertical parallel-plate channel, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 18 (1997), 307-315.
- [7] Lee K. T., H. L. Tsai and W. M. Yan, Mixed convection heat and mass transfer in vertical rectangular ducts, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 40 (1997), 1621-1631.
- [8] Yan W.M., Effects of film evaporation on laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35 (1992), 3419-3429.
- [9] Yan W.M. Mixed convection heat transfer in a vertical channel with film evaporation, *Canadian J. Chemical Engineering*, 71 (1993), 54-62
- [10] Chow, L.C. and Chung, J.N, Evaporation of water into laminar stream of air and superheated steam, *Int. J. Heat and Mass transfer*, 26 (1983), 373-380.
- [11] Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere /McGraw-hill, New York (1980).
- [12] Shah R. K and London A.L, "Laminar flow forced convection in ducts". Academic Press (1978)

Remerciements

Ce travail a été réalisé avec le soutien du programme Volubilis, Action intégrée no MA/07/175.