

Dynamique de la ligne triple de contact sur une paroi chauffante.

Vadim NIKOLAYEV

ESEME, Service des Basses Températures, CEA Grenoble, France et PMMH-ESPCI-P6-P7, 10, rue Vauquelin, 75231 Paris Cedex 5, courriel : vadim.nikolayev@espci.fr

Résumé - La dynamique de la ligne triple de contact gaz-liquide-solide est analysée pour le cas où le gaz est la vapeur saturée correspondant au liquide comme par exemple le cas d'une bulle de vapeur pendant l'ébullition. On montre que même une petite surchauffe entraîne l'évaporation du film d'adsorption sur le solide et ainsi la formation d'une réelle ligne triple. On montre ensuite que la singularité hydrodynamique qui apparaît sur la ligne de contact en mouvement ne peut pas être résolue en utilisant la condition de glissement de Navier employée habituellement en l'absence d'évaporation. Une autre condition "de seconde dérivée" est proposée. Le problème de l'évaporation d'une goutte sous l'action du chauffage volumique de la paroi est résolu en 2D pour illustrer l'approche proposée. La conduction instationnaire de chaleur dans le solide est prise en compte.

Nomenclature

A	constante d'Hamaker, J	x, y	coordonnées, m
B	constante d'attraction en r^{-6} , $J.m^6$	<i>Symboles grecs</i>	
d	épaisseur de la couche liquide, m	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
H	chaleur latente de vaporisation, $J.kg^{-1}$	β	constante numérique, cf. éq. (5)
h	hauteur locale de ménisque, m	μ	viscosité du liquide, $Pa.s$
j	puissance volumique de chauffage, $W.m^{-3}$	Ω	interface
k	conductivité thermique, $W.m.K^{-1}$	ρ	densité, $kg.m^{-3}$
k_B	constante de Boltzmann, $J.K^{-1}$	σ	tension de surface, $N.m^{-1}$
l_s	longueur de glissement, m	θ	angle de contact liquide
LC	ligne de contact	<i>Indices et exposants</i>	
n	nombre de molécules par volume, m^{-3}	c	critique
p	pression, Pa	F	fluide
q	flux thermique, $W.m^{-2}$	i	interface liquide-vapeur
R^i	résistance de l'interface, $K.m^2.W^{-1}$	L	liquide
T	température, K	S	paroi solide
t	temps, s	sat	saturation
V	volume en 2D (=aire) de la goutte, m^2	V	vapeur
v	vitesse locale, $m.s^{-1}$		
W	énergie de van der Waals, J		

1. Introduction

La croissance des bulles lors de l'ébullition nucléée est toujours mal comprise malgré son importance pour l'évaluation du transfert de chaleur global. Il est bien connu qu'une grande partie des transferts de chaleur et de masse a lieu dans une petite région du liquide au pied de la bulle, souvent appelé "microrégion". La compréhension actuelle de la microrégion [1, 2] est fondée sur l'hypothèse que la partie la plus mince de la microrégion, le film dit "d'adsorption", ne s'évapore jamais. D'après cette approche, l'écoulement dans ce film joue un rôle important. La validité de cette hypothèse est analysée dans la section suivante.

Les flux thermiques élevés transitant par la microrégion montrent l'importance de la prise en compte de la conduction de chaleur instationnaire dans la paroi chauffante, conduction qui influence fortement le taux d'évaporation à l'interface liquide-vapeur [3]. Un autre élément

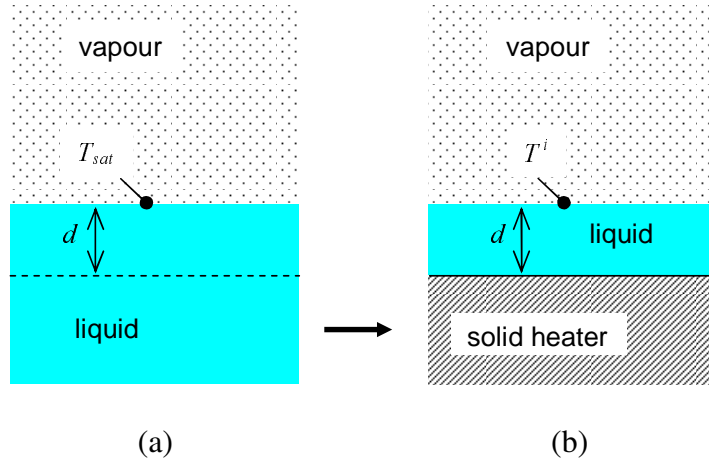


Figure 1 : A estimation de l'épaisseur du film d'adsorption, voir le texte pour des explications.

nouveau considéré dans ce travail est la non-stationarité du ménisque au voisinage de la ligne de contact (LC). Pendant et en raison de l'évaporation, le ménisque change sa forme et se déplace entraînant de grandes contraintes hydrodynamiques. Elles peuvent être importantes au voisinage de la LC où leur singularité doit être ôtée. La condition aux limites de glissement de Navier présente une solution employée par la plupart des chercheurs travaillant dans ce domaine. Nous montrons dans la section 3. que cette solution est inadéquate quand le transfert de chaleur est pris en considération. Nous proposons une nouvelle condition aux limites de glissement qui permet d'ôter la singularité de la LC de façon cohérente.

2. Film d'adsorption sur paroi chauffante : faut-t-il en tenir compte ?

L'énergie de van der Waals d'une molécule située à une distance d du demi-espace rempli de solide (c.-à-d., paroi chauffante) ou liquide s'écrit [4]

$$W_S(d) = -B_{FS}n_S\pi/(6d^3) \quad \text{ou} \quad W_L(d) = -B_{FF}n_L\pi/(6d^3), \quad (1)$$

respectivement. Il est évident que les forces de van der Waals ne permettent pas de maintenir les molécules dans l'état liquide pour n'importe quelle température de la paroi. A une certaine température l'énergie cinétique des molécules (habituellement négligée dans les analyses précédentes) devient si élevée qu'elles quitteront le film. Afin de trouver cette température, on doit comparer les énergies thermique et de cohésion d'une molécule se situant à l'interface vapeur-liquide. Comparons deux configurations (Fig. 1). La première est l'interface plane vapeur-liquide à la saturation (Fig. 1a). La seconde (Fig. 1b) correspond au cas précédent où le demi-espace inférieur est remplacé par un solide surchauffé, un film liquide au-dessus. L'augmentation de l'énergie de cohésion d'une molécule d'interface lors de ce remplacement s'écrit

$$\Delta W(d) = W_L(d) - W_S(d) \quad (2)$$

et l'augmentation de l'énergie cinétique est de $k_B(T^i - T_{sat})$. En résolvant l'équation $\Delta W(d) = k_B(T^i - T_{sat})$ pour d , on obtient l'épaisseur critique d_c . Les molécules situées à une plus grande distance du solide seront dans l'état gazeux. Pour obtenir la limite supérieure pour d_c , nous prenons le cas extrême $B_{FS}n_S \gg B_{FF}n_L$ qui favorise fortement la formation du film de mouillage. En employant $n_S \sim 10^{29} \text{ m}^{-3}$ et $B_{FS} \sim 10^{-77} \text{ J}\cdot\text{m}^6$ [4], on obtient $d_c \sim 3 \text{ nm}$ pour une surchauffe $T^i - T_{sat} = 1^\circ\text{C}$. Puisque (i) les températures de l'interface et de la paroi chauffante

coïncident pour de telles épaisseurs et (ii) la surchauffe locale atteint des valeurs souvent beaucoup plus grandes, la valeur de d_c est en réalité encore plus petite. Un tel film adhère plutôt que coule et son existence peut donc être négligée. La conclusion est que même une petite surchauffe entraîne l'évaporation complète du film et la formation de la LC. Par conséquent, la théorie classique de l'évaporation du ménisque d'où une vraie LC est absente ("l'interligne" a été définie dans ces modèles comme le contact entre la vapeur, le liquide et le film) a besoin d'être révisée. Le terme "microrégion" sera employé ci-dessous pour dénoter le voisinage de la LC. Les forces de van der Waals seront négligées comme c'est l'usage [5] lors de la considération de la LC.

3. Description de la microrégion

Dans la description de la microrégion, la courbure de l'interface vapeur-liquide dans la direction parallèle à la LC peut être négligée par rapport à la courbure dans la direction perpendiculaire. L'interface peut être décrite ainsi par son contour 2D.

La température peut varier le long de l'interface vapeur-liquide en raison des effets cinétiques qui sont pris en considération par l'introduction de la résistance d'interface [2]. Plutôt que la température de saturation pour la pression de système donnée T_{sat} , la température de saturation corrigée pour le saut $\Delta p = p_V - p_L$ de pression à l'interface selon l'équation de Kelvin sera employée. On suppose que la distribution de la température au travers du film liquide mince est stationnaire. Les flux thermiques à l'interfaces solide-liquide q_S et liquide-vapeur q_L^i sont alors égaux et en employant les hypothèses ci-dessus on obtient l'expression [2]

$$T_S(x) = T_{sat}[1 + \Delta p(x)/(H\rho_L)] + q_S(x)(R^i + h(x)/k_L). \quad (3)$$

Si la paroi chauffante était supposée isotherme, le flux thermique q_S et donc le taux de croissance de la bulle aurait été sous-estimé. En effet, $T_S(x)$ change fortement au voisinage de la LC [3]. La conduction de la chaleur dans la paroi chauffante doit ainsi être prise en compte. La distribution de la température à l'intérieur de la paroi chauffante n'est jamais stationnaire parce qu'elle ne peut pas s'adapter instantanément aux changements de la géométrie provoqués par le mouvement de la LC. C'est pour cela que le problème *instationnaire* de la conduction de chaleur dans la paroi chauffante semi-infini est considéré ici. La paroi est supposée chauffée par le courant électrique de façon homogène. Le chauffage constant j est branché à $t = 0$.

La température initiale homogène $T_0 = T_{sat}(1 + \Delta p_0/H\rho_L)$ est choisie égale à la température de saturation pour un saut initial Δp_0 de pression qui correspond à la courbure initiale d'interface. La température de la paroi chauffante obtenue avec la méthode des fonctions de Green est alors

$$T_S(x, t) = T_0 + \frac{\alpha_S}{k_S} jt - \frac{1}{2\pi k_S} \int_0^t d\tau \int_{\Omega_{LS}} \frac{q_S(x', \tau)}{t - \tau} \exp \left[-\frac{(x - x')^2}{4\alpha_S(t - \tau)} \right] dx'. \quad (4)$$

On assume que la vapeur est un isolant thermique. L'intégration dans (4) doit être effectuée alors seulement sur l'aire de contact liquide-solide Ω_{LS} parce que q_S disparaît sur le reste de la paroi chauffante. L'égalisation avec (3) mène à une équation intégrale pour $q_S(x)$ qui doit être résolue seulement pour $x \in \Omega_{LS}$.

Une des conséquences de ce modèle tout à fait général est très importante : le saut de pression Δp et le flux q_S doivent être fini partout, en particulier à la LC, sinon c'est la température (3) qui est infinie, ce qui est non-physique.

En analogie au traitement des couches minces [1, 2], les équations de l'hydrodynamique dans le liquide au voisinage de la LC peuvent être résolues en utilisant l'approximation de lubrification [5]. La condition aux limites pour la vitesse tangentielle du liquide v_x à la surface solide s'avère extrêmement importante quand on permet à la LC de se déplacer. Dans ce travail nous proposons d'employer la condition aux limites de "seconde dérivée",

$$v_x = l_s \frac{\partial v_x}{\partial y} - \beta l_s^2 \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}. \quad (5)$$

Le premier terme est proportionnel à la contrainte visqueuse tangentielle au solide, le deuxième implique sa dérivée normale au solide. Cette condition est employée pour décrire les écoulements de gaz de vitesse élevée. Selon [6], la valeur $\beta = 0.5$ correspond aux résultats des simulations numériques ; elle sera employée ci-après.

L'équation de pression

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h \left(\frac{h^2}{3} + hl_s + \beta l_s^2 \right) \frac{\partial \Delta p}{\partial x} \right] = \mu \left(v^i - \frac{q_S}{\rho_L H} \right) \quad (6)$$

peut être maintenant dérivée de façon conventionnelle dans l'approximation de lubrification. $v^i = -\partial h / \partial t$ est la vitesse locale de l'interface mesurée dans la direction normale. L'analyse asymptotique à $x \rightarrow x_{LC}$ de (6) explique le choix de la condition aux limites (5). Puisque la vitesse de la LC $v^i(x_{LC})/\theta$ et $q_S(x_{LC})$ sont finis et $h \sim (x - x_{LC})$, le terme dans les parenthèses du βl_s^2 est dominant, ce qui résulte en une limite finie de $\partial \Delta p / \partial x$. $\Delta p(x_{LC})$ est donc fini et la condition imposée par (3) est satisfaite. Si la condition aux limites conventionnelle de glissement de Navier (c.-à-d. (5) avec $\beta = 0$) était employée, le terme dominant dans les parenthèses de (6) aurait été $hl_s \sim (x - x_L)$ et Δp aurait montré une divergence logarithmique.

Il est à noter que q_S et v^i ne sont pas indépendants : l'interface se déplace grâce à l'évaporation et ces deux variables dépendent de x .

Le saut de pression à l'interface Δp définit la forme de la goutte selon l'équation de Laplace,

$$\sigma \partial^2 h / \partial x^2 = \Delta p, \quad (7)$$

$$h = 0 \text{ and } u = \theta \text{ at } x = x_{LC}. \quad (8)$$

Le système des équations (3,4,6-8) permet de résoudre le problème de transfert de chaleur dans la microrégion.

4. Hydrodynamique et transfert de chaleur lors de l'évaporation d'une goutte mince

L'évaporation des gouttes a été étudiée pour deux régimes différents d'évaporation. Le premier est le séchage lent d'une goutte dans l'atmosphère d'un autre gaz noncondensable. L'évaporation est alors limitée par la diffusion de la vapeur dans le gaz. Le deuxième régime de l'évaporation intense est limité par le taux de transfert de chaleur pour compenser la perte en chaleur latente. Ce deuxième cas d'évaporation d'une goutte liquide dans l'atmosphère de sa vapeur saturée sera résolu en 2D afin d'illustrer l'application des idées développées ci-dessus. Nous employons cet exemple simplement parce qu'il est plus facile à traiter que celui de la bulle

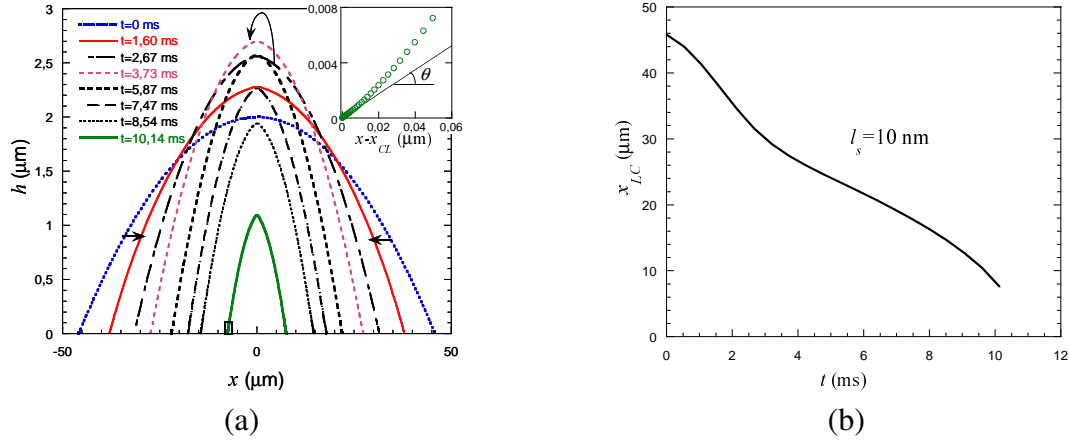


Figure 2 : Dynamique d'évaporation de goutte pour $j = 300 \text{ W/cm}^3$. (a) Évolution de la forme de la goutte. Les temps sont indiqués en ms. Les flèches montrent les directions d'évolution de l'interface. La forme de l'interface au voisinage de la ligne triple (petit rectangle pour $t = 10,14 \text{ ms}$) est zoomé dans l'insért pour montrer la différence entre angles de contact réel et apparent. (b) Evolution de la position de la LC.

en croissance. L'accrochage de la LC sur les défauts de la paroi n'est pas considéré ; la LC peut alors se déplacer librement et l'hystérésis de mouillage est absent.

On suppose que la goutte est si mince que l'approximation de lubrification peut s'appliquer à la surface entière. Un problème semblable a déjà été considéré [5] dans l'hypothèse d'une paroi chauffante isotherme et d'évaporation localisée exclusivement à la LC. Ces approximations contraignantes sont abandonnées ici. L'effet Marangoni sera négligé car il est absent dans un fluide pur. L'angle de contact microscopique θ est supposé indépendant de la vitesse de la LC.

Le volume de la goutte s'obtient à partir du bilan global d'énergie

$$H\rho_L \frac{dV}{dt} = - \int_{\Omega_{LS}} q_S(x) dx. \quad (9)$$

Il permet à la position de la LC d'être déterminé. Les détails numériques seront décrits ailleurs [7] où un autre cas du même problème est considéré.

Les paramètres matériels pour l'eau à 10 MPa sur l'acier inoxydable [3] sont employés pour les calculs. On a choisi $\theta = 5^\circ$. Selon l'analyse détaillée [8], la longueur de glissement varie de 1 nm à 1 μm selon la mouillabilité et l'état de la paroi, nous prenons $l_s = 10 \text{ nm}$.

L'évolution calculée de la surface de la goutte est représentée sur la Fig. 2. A $t = 0$, la goutte a une forme d'équilibre correspondant à l'angle de contact θ . Quand le chauffage commence, le volume de la goutte diminue jusqu'à ce qu'elle s'évapore complètement. On note plusieurs particularités de cette évolution. Alors que le volume de la goutte diminue presque linéairement, l'évolution d'autres paramètres est plus sophistiquée. La hauteur de la goutte augmente d'environ 30% avant de commencer à diminuer, un phénomène lié à l'augmentation de la courbure au voisinage de la LC dès le début du chauffage. Puisque la courbure définit le changement spatial de la pente d'interface, ceci signifie que l'angle apparent de contact devient plus grand que θ , cf. l'insért de la Fig. 2a. L'augmentation de l'angle de contact apparent pendant l'évaporation est en accord avec d'autres travaux [1,5]. La rapidité de cette augmentation est lié à la mise en route brutale du chauffage volumique à $t = 0$. Alors que V reste presque le même, l'augmentation de l'angle de contact entraîne l'augmentation de la hauteur de la goutte par des raisons purement géométriques. Cet effet devrait exister aussi en 3D et pourrait être observé expérimentalement.

5. Conclusions

Le film liquide d'adsorption qui était supposé couvrir la paroi chauffante dans les simulations précédents de l'évaporation de ménisque s'avère négligeable ce qui conduit à la nécessité de considérer les véritables lignes de contact liquide-vapeur-paroi chauffante.

Pour être cohérente, la description des transferts au voisinage de la ligne de contact doit conduire à une pression finie. La condition aux limites de glissement de Navier utilisé dans des modèles conventionnels du mouvement de la ligne de contact entraîne une divergence logarithmique et est donc inadaptée. Une autre condition aux limites de glissement, impliquant la seconde dérivée de la vitesse est proposée pour ôter cette singularité.

Une approche décrivant le mouvement de ligne de contact provoqué par l'évaporation (ou condensation) et intégrant tous les ingrédients mentionnés ci-dessus a été développée. Elle permet la description de la dynamique de bulle pendant l'ébullition, l'évaporation des gouttes ou celle des ménisques dans des capillaires...

Le mouvement de la ligne de contact sur une paroi chauffée par un courant électrique et idéalement homogène est résolu en 2D pour le problème de l'évaporation d'une goutte. On attend à ce que la hauteur de la goutte augmente au début de l'évaporation malgré la diminution monotone de son volume.

Références

- [1] P. C. Wayner, Y. K. Kao & L. V. LaCroix, The interline heat-transfer coefficient of an evaporating wetting film, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 19 (1976), 487 – 492.
- [2] P. Stephan & J. Hammer, A new model for nucleate boiling heat transfer, *Wärme- und Stoffübertragung*, 30 (1985), 119 – 125.
- [3] V. S. Nikolayev, D. A. Beysens, G.-L. Lagier & J. Hegseth, Growth of a dry spot under a vapor bubble at high heat flux and high pressure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 44 (2001), 3499 – 3511.
- [4] J. N. Israelachvili, *Intermolecular and Surface Forces*, Academic Press, London, 2 éd. (1992).
- [5] D. M. Anderson & S. H. Davis, The spreading of volatile liquid droplets on heated surfaces, *Phys. Fluids*, 7 (1995), 248 – 265.
- [6] N. G. Hadjiconstantinou, Comment on Cercignani's second-order slip coefficient, *Physics of Fluids*, 15 (2003), 2352 – 2354.
- [7] V. S. Nikolayev, Dynamics of the triple contact line on the non-isothermal heater (2008), preprint arXiv :0709.4631v2.
- [8] E. Lauga, M. P. Brenner & H. A. Stone, Microfluidics : The no-slip boundary condition, *Springer Handbook of Experimental Fluid Dynamics*, (Réds.) C. Tropea, A. Yarin & J. Foss, Springer, New York, chap. 19 (2007), 1217 – 1240, URL http://maeresearch.ucsd.edu/lauga/references/LBS07_chapter_19.pdf.

Remerciements

L'auteur est reconnaissant à D. Beysens pour la lecture critique de l'article et à D. Beysens, P. Colinet, D. Jamet, O. Lebague, B. Mathieu et P. Stephan pour des discussions stimulantes. L'aide financière du CNES est appréciée.