

Moteur Stirling à faible différence de températures (LTD) : confrontation simulations numériques et expérimentation

N. MARTAJ¹, P. ROCHELLE¹, L. GROSU¹, R. BENNACER², S. SAVARESE³

1 - Laboratoire d'Energétique et d'Economie d'Energie, 92 410 Ville d'Avray

2 - Laboratoire LEEVAM « Environnement, Energétique, Valorisation, Matériaux », 95031 Neuville

3 – Comsol France

(auteur correspondant : lavinia.grosu@u-paris10.fr)

Résumé : L'optimisation des machines de Stirling est fortement liée à leurs paramètres géométriques et physiques. Réalisée avec un logiciel multiphysique à maillage mobile, une simulation 2-D axisymétrique s'appuyant sur les équations de conservation des écoulements compressibles dans un moteur LTD a permis d'obtenir des valeurs instantanées des grandeurs physiques locales en régime périodique établi et d'en déduire les énergies échangées. Ces résultats numériques sont confrontés à ceux obtenus d'une simulation 0-D et d'une expérimentation.

Mots clés : moteur Stirling à faible différence des températures, simulation 0-D, simulation 2-D axisymétrique

Nomenclature

A	Section, m^2
cp	Chaleur sensible à $p=cte$, $J/kg K$
e	Epaisseur de l'espace de régénération, m
k	Coefficient de viscosité, $kg/m.s$
l	Longueur du piston déplaceur, m
N	Vitesse de rotation, tr/mn
p	Pression, Pa
r	Constante du gaz, $J/kg K$
Re	Nombre de Reynolds
T	Température, K
t	Temps, s
u	Vitesse, m/s
V	Volume, m^3
W	Travail, J
z	Position du piston, m

Symboles grecs

ρ	Masse volumique, kg/m^3
λ	Conductivité thermique, $W/m.K$
μ	Viscosité dynamique, $kg/m.s$
τ	Tenseur de tensions visqueuses, $kg/m.s^2$
ω	Vitesse angulaire, rad/s

Indice

a	air
c	chaud
d	déplaceur
de	mort (volume -)
f	froid
m	moteur
r	rayon
reg	régénérateur
w	paroi du réservoir
0	référence

1. Introduction

Pour une connaissance plus détaillée du champ thermique au sein du moteur Stirling de type gamma (2 cylindres séparés) et pour améliorer la conception de ce dernier, nous y étudions numériquement, l'évolution des grandeurs physiques, en particulier les transferts d'énergie et de masse. Une configuration 2-D axisymétrique a été choisie. Ce modèle numérique est sensible, comme ses concurrents, aux « hypothèses et lois » utilisées pour représenter les phénomènes de transfert (de masse, de quantité de mouvement, de chaleur) [3]. Pour établir la pertinence de cette démarche, les résultats ainsi obtenus devront être confrontés à ceux d'un modèle global (0-D) et à des résultats expérimentaux.

2. Description générale du moteur à air chaud

Le moteur Stirling fonctionne par chauffage et refroidissement alternés du gaz de travail (passant éventuellement par un régénérateur) ce qui provoque une évolution périodique de la pression qui, conjuguée à la variation déphasée du volume, permet d'obtenir du travail. Les sources chaude et froide sont toujours externes. Le schéma du moteur à faible différence de température est présenté sur la figure 1. Il comprend deux pistons synchronisés mais déphasés : les pistons moteur et déplaceur délimitant 2 volumes variables, l'air chaud (volume de détente) et l'air froid (volume de compression).

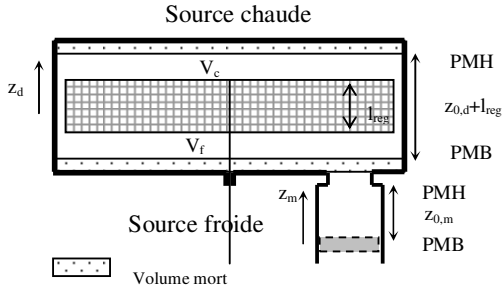


Figure 1. Moteur à faible différence de températures: schéma de la machine réelle

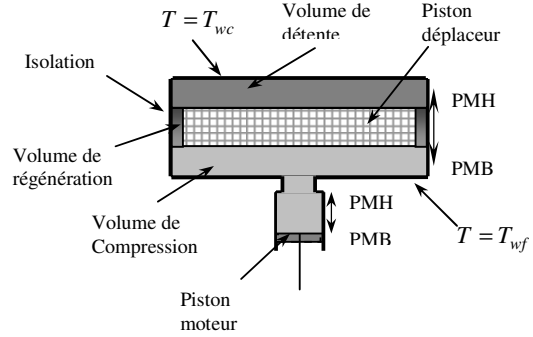


Figure 2 : Moteur Stirling: schéma utilisé pour la numérisation

3. Simulation 0-D

Dans le modèle mathématique de l'étude thermodynamique, on définit seulement 3 volumes, en communication : le volume de détente chaud V_c , le volume de compression froid V_f , le volume fixe du régénérateur V_{reg} . La masse de gaz parfait m est la somme des masses contenues dans ces 3 volumes. On en déduit la pression instantanée p dans le moteur (Eq. 1).

$$p = \frac{m r}{\frac{V_f}{T_f} + \frac{V_c}{T_c} + \frac{V_{de,reg}}{T_{reg}}} \quad (1)$$

Les températures respectives du gaz dans les volumes froid, chaud et de régénération (T_f , T_c , T_{reg}) sont obtenues en appliquant un coefficient de transfert convectif dépendant du nombre de Reynolds aux parois des volumes [1], les températures de parois étant supposées connues. Les valeurs instantanées de chaque volume sont données par (Eq. 2).

$$\begin{cases} V_c = V_{de,c} + \left(\frac{z_{0,d}}{2} - z_d\right) \cdot A_d \\ V_f = V_{de,f} + \left(\frac{z_{0,d}}{2} + z_d\right) \cdot A_d + (z_{0,m} - z_m) \cdot A_m \end{cases} \quad (2)$$

Les déplacements des deux pistons moteur et déplaceur sont donnés par le système suivant :

$$\begin{cases} z_m = \frac{z_{0,m}}{2} (1 - \cos \omega t) & \text{origine au PMB} \\ z_d = \frac{z_{0,d}}{2} \sin(\omega t) & \text{origine à mi-course} \end{cases} \quad (3)$$

4. Simulation numérique 2-D axisymétrique (COMSOL)

4.1. Formulation mathématique du modèle

L'état d'écoulement du fluide (ici de l'air) est décrit par le champ de vitesse, la masse volumique, la pression et la température. Ces variables sont déterminées en chaque point de l'espace et à chaque instant à l'aide des équations de base suivantes ([2], [4], [5]) :

- équation de continuité qui traduit la conservation de la masse du fluide en déplacement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0 \quad (4)$$

- équation de la quantité de mouvement donnée par la seconde loi de Newton appliquée aux particules fluides :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = \nabla \left[-pI + \mu(\nabla u + (\nabla u)^T) - \left(\frac{2\mu}{3} - k \right) (\nabla u)I \right] \quad (5)$$

- équation de l'énergie qui exprime la conservation d'énergie dans la matière :
pour le solide (les parois) :

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla(-\lambda \cdot \nabla T) = 0 \quad (6)$$

pour le gaz de travail :

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot c_p (u \cdot \nabla)T = \nabla \cdot \lambda \nabla T + \frac{Dp}{Dt} - \tau : \nabla u \quad (7)$$

- équation d'état du fluide qui, pour un gaz parfait s'écrit :

$$p = \rho r T \quad (8)$$

Ces équations forment un système d'équations non linéaires et couplées qui est très difficile ou impossible à résoudre analytiquement. Il est alors nécessaire de trouver une solution par voie numérique.

4.2. Conditions aux limites et conditions initiales

La figure 2 montre les conditions de frontière lors de la modélisation numérique : $T = T_{wc} = 301K$ à la paroi de la source chaude et $T = T_{wf} = 290K$ à la paroi de la source froide ; la paroi du cylindre est supposée parfaitement isolée au niveau du régénérateur.

La pression et la vitesse initiales sont respectivement $p_0 = 101325 Pa$ et $N = 24 Tr/mn$.

Afin d'atteindre l'état d'équilibre (régime périodique) au bout de quelques cycles et diminuer le temps de calcul, nous avons fait l'hypothèse d'une condition initiale de linéarité de la température de l'air entre les sources chaude et froide :

$$T_i = T_{wc} + (T_{wf} - T_{wc}) \frac{z - z_2}{z_1 - z_2} \quad (9)$$

avec z_1 et z_2 les interfaces horizontales solide-fluide indiquées sur la figure 3.

4.3. Résolution numérique des équations

Le principe des moteurs Stirling impose que l'écoulement du gaz de travail y soit un écoulement périodique alternatif (dit écoulement oscillant) pendant lequel il atteint la vitesse

u_{\max} . Le régime de cet écoulement est en partie caractérisé par la valeur du nombre de Reynolds, qui dépend à la fois de la géométrie de l'écoulement et de la nature du fluide.

$$Re = \frac{\rho u_{\max} e}{\mu} \quad (10)$$

où μ est la viscosité dynamique du fluide, dépendant de la température locale de celui-ci :

$$\mu = -7,887.10^{-12} T^2 + 4,427.10^{-8} T + 5,204.10^{-6} \quad (11)$$

Ce régime d'écoulement a une influence sur tous les transferts qui ont lieu localement aux interfaces et dans les volumes de la machine.

La géométrie du moteur s'y prêtant bien, pour simplifier les équations et afin de réduire le temps de calcul, on a développé une simulation bidimensionnelle en supposant un écoulement axisymétrique par rapport à l'axe vertical commun aux deux pistons, moteur et déplaceur. Le terme de dissipation de l'équation d'énergie dans les différentes zones s'écrit en coordonnées cylindriques sous la forme :

$$-(\tau : \nabla u) = \mu \phi_u \quad (12)$$

où

$$\phi_u = 2 \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right]^2 - \frac{2}{3} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right]^2$$

La simulation adoptée dans le cadre de cette étude est une simulation directe DNS. Lors de l'évolution des phénomènes sur une période, la valeur maximale du nombre de Reynolds est calculée au régénérateur et vaut 89,44. Elle demeure inférieure à la valeur limite pour laquelle une turbulence temporelle naîtra (écoulement laminaire). Des tests (à posteriori) de vérifications ont montré que les termes sources (création/dissipation) sont négligeables. Ce modèle devra être complété pour le cas des moteurs à grande vitesse (haute fréquence), car une turbulence spatiale s'adjoindra à la turbulence temporelle, issue des forts gradients.

La simulation numérique est réalisée avec le logiciel multi physique à maillage mobile Comsol. La technique du mouvement des mailles est la méthode Lagrangienne-Eulérienne arbitraire utilisée pour ce type d'écoulement, qui permet le déplacement des frontières mobiles (pistons) sans que le mouvement des mailles suive celui de la matière.

Pour la robustesse et la fiabilité de la représentation spatio-temporelle, nous avons calculé au cours de la simulation les valeurs du Reynolds local (Reynolds de maille) afin de vérifier que le transport de l'information entre les mailles est résolu de manière précise, tout en préservant une bonne qualité de maille (triangulaire dans ce cas, figure 3).

Dans cette simulation, un pas de temps de 0,01s et 25435 éléments ont été employés avec un nombre de degrés de liberté égal à : 148037.

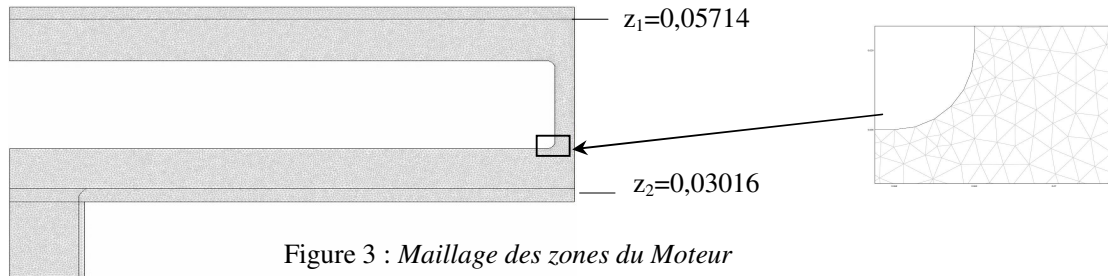


Figure 3 : Maillage des zones du Moteur

4.4. Caractéristiques géométriques du moteur

	$z_{0,m}$ et $z_{0,d}$	d_m	d_d	V_m	V_d	$V_{de,c}$	$V_{de,f}$	$V_{de,reg}$
	m	m	m	m^3	m^3	M^3	m^3	m^3
Valeurs	0,01	$1,75.10^{-2}$	$1,38.10^{-1}$	$2,41.10^{-6}$	$1,49.10^{-4}$	$2,29.10^{-5}$	$2,31.10^{-5}$	$1,72.10^{-5}$

Tableau 1 : Caractéristiques géométriques du moteur

4.5. Résultats de Simulation

Un exemple de champs de température, de pression et de vitesse instantanés (piston moteur au PMB et déplaceur à mi-course ascendante) est donné sur la figure 4. La figure 4-a représente le champ de température et illustre la zone chaude et froide sur le moteur et l'on remarque de cette figure que le piston déplaceur est ascendant au vu du jet d'air chaud au sein du volume inférieur. Le champ de pression (fig. 4-b) et de vitesse (fig. 4-c) confirme également la compression du volume supérieur.

Le travail effectué par le piston moteur au cours des deux opérations de compression et détente est égal à :

$$W = -\oint p dV = \oint p A dz = -8,02 \cdot 10^{-4} J$$

où, p est la pression appliquée au piston et dV est la variation élémentaire du volume total de gaz enfermé dans le moteur.

Pour évaluer la validité de notre approche numérique et le modèle que nous avons implémenté dans Comsol, nous avons comparé les résultats de nos calculs à ceux d'une simulation à zéro dimension basée sur les principes de la « thermodynamique en dimensions finies » (prise en compte des irréversibilités externes) [1]. Nous avons aussi comparé nos résultats avec ceux d'une étude expérimentale réalisée sur un moteur prototype LTD de même géométrie.

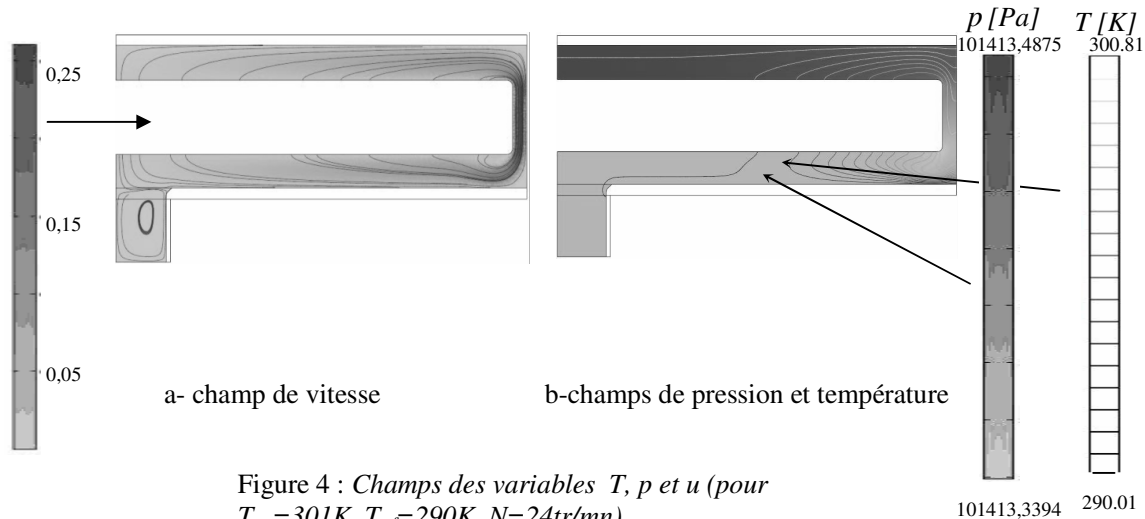


Figure 4 : Champs des variables T , p et u (pour $T_{wc}=301K$, $T_{wf}=290K$, $N=24tr/mn$)

5. Résultats expérimentaux

Des essais sur un moteur à faible ΔT de type Gamma ont été réalisés dans notre laboratoire. Pour deux points expérimentaux, nous avons obtenu les résultats donnés par le tableau 2 :

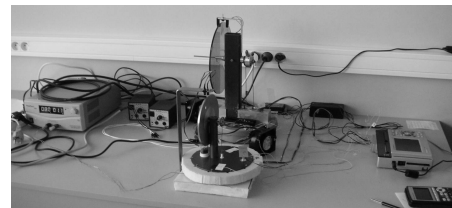


Figure 5. Banc d'essai

T_{wc}	T_{wf}	ΔT_w	N	W
$^{\circ}C$	$^{\circ}C$	$^{\circ}C$	Tr/mn	J
28	17	11	24	$1,02 \cdot 10^{-3}$
44,9	20	24,9	75	$1,29 \cdot 10^{-3}$

Tableau 2 : Résultats expérimentaux

6. Confrontation des résultats

La figure 6 compare le cycle obtenu par la simulation 0-D ($W=1,00.10^{-3}J$) avec celui de la simulation 2-D ($W=8,02.10^{-4}J$) et avec le cycle expérimental ($W=1,02.10^{-3}J$).

Le premier présente des amplitudes de pression supérieures au second car il ne prend pas en compte les irréversibilités autres qu'externes, en particulier les pertes de charges sont négligées et les volumes sont supposés isothermes.

Le cycle réel et celui obtenu en simulation 2-D, bien que présentant les mêmes amplitudes de pression, montrent un écart de «surface» qui peut être expliqué par la différence de géométrie de la machine réelle avec le modèle supposé axisymétrique utilisé ici. Une telle différence affectera entre autre la structure de l'écoulement et donc les transferts locaux. Une approche 3D, pour vérification, est à venir.

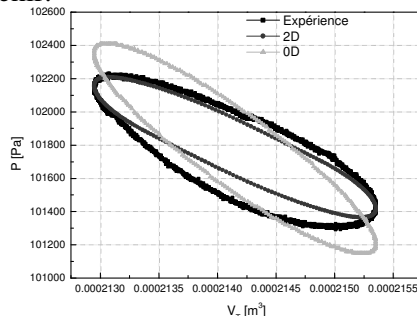


Figure 6 : Diagramme p-V du moteur

7. Conclusion

Cet article présente une confrontation des résultats de simulation numérique 0-D et 2-D pour une configuration géométrique proche du moteur expérimental testé dans notre laboratoire.

La simulation, s'appuyant sur les équations de conservation des écoulements compressibles dans un moteur LTD, développé avec le logiciel Comsol se limite à une géométrie axisymétrique (2-D) afin de réduire le temps de calcul. Le modèle utilisé décrit la variation de pression, vitesse et température dans le moteur en fonction du temps avec une bonne fidélité.

Le modèle 0-D est un modèle global simple qui suppose le moteur divisé en 3 volumes isothermes de pression instantanée identique. Il est théoriquement moins précis que le modèle 2-D qui prend en compte les phénomènes physiques instantanés et les irréversibilités majeures. Cependant, ce modèle 0-D, réalisé simplement à l'aide d'une feuille de calcul d'un tableur, peut donner des informations utiles et immédiates lors des calculs préliminaires d'optimisation dans la phase de pré-conception d'un moteur.

Références

- [1] N. Martaj, L. Grosu, P. Rochelle "Thermodynamic study of a low temperature difference Stirling engine at steady state operation", Int. J. of Thermodynamic, Vol. 10, No.4, 2007, pp. 165 – 176
- [2] S. Andersen, «Numerical simulation of cyclic thermodynamic processes», *thèse soutenue en mars 2006*, Technical University of Denmark.
- [3] R. Tan, K. Mahkamov, D. Djumanov, «Experimental and numerical investigations on a small physical model of a solar Stirling engine», *Thermo-and CFD modelling of Stirling machines*, 2005, pp.74-85.
- [4] Inge L.Ryhming « Mécanique des fluides », Presses Polytechnique et Universitaires Romandes, 2004
- [5] Jean J. Ginoux « Phénomènes de transport », Presses Universitaires de Bruxelles, 1987.