

Etude de la convection mixte dans une cavité demi-cylindrique horizontale

Noureddine RETIEL*, Fatima Zohra MECIEB, Belkacem OULD SAID,
Mohamed BOUADJELANE

Université Ibn Badis de Mostaganem, Département de Mécanique
B.P. 188 27000 Mostaganem (ALGERIE)

* (auteur correspondant : retieln@yahoo.fr)

Résumé - Dans ce travail, nous avons étudié les écoulements de convection mixte dans une cavité demi-cylindrique horizontale traversée latéralement par un écoulement forcé. Les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie ont été résolues numériquement avec le logiciel Fluent. Nous avons analysé l'effet des paramètres qui caractérisent le transfert de chaleur, et la structure d'écoulement. Plusieurs situations ont été envisagées en faisant varier le nombre de Rayleigh ($10^3 < Ra < 10^5$) et le nombre de Reynolds ($1 \leq Re \leq 500$) pour un nombre de Prandtl $Pr = 0.71$.

Nomenclature

g	accélération de la pesanteur	Pr	nombre de Prandtl
h	coefficient de transfert par convection	Re	nombre de Reynolds
P	pression adimensionnelle	Ra	nombre de Rayleigh
T	température dimensionnelle	<i>Lettres grecs</i>	
ΔT	écart de température ($T_c - T_f$)	β	coefficient d'expansion thermique
U	composante adimensionnée de la vitesse suivent l'angle ϕ	λ	conductivité thermique
V	composante adimensionnée de la vitesse suivent le rayon r .	ν	viscosité cinématique
r	coordonnées polaires dimensionnelles de la cavité	ρ	masse volumique
R_0	rayon de la cavité	θ	température adimensionnelle
R	coordonnées polaires adimensionnelles de la cavité.	ϕ	coordonnées polaires de la cavité
Nu	nombre de Nusselt	<i>Indices et exposants</i>	
		0	<i>moyenne</i>
		c	<i>chaud</i>
		f	<i>froid</i>
		r	<i>référence</i>

1. Introduction

De nombreuses études ont été réalisées dans le cas de la convection mixte allant de la cavité simple de forme rectangulaire [1] jusqu'à des formes plus complexes tel que des cavités à parois ondulées [2] ou des cavités trapézoïdales [3]. Mais, les écoulements de convection mixte sont souvent rencontrés dans les écoulements laminaires ou des écoulements de fluide non-newtonien à cause de leurs fortes viscosités [4]. La convection mixte dans les cavités fermées est due dans la majorité des cas à un jet entrant, par exemple dans le cas d'une cavité rectangulaire munie de deux ouvertures sur ses parois verticales et soumise à un jet horizontal, tel que les travaux de Raji et al. [5].

Dans le cas des cavités demi-cylindriques peu de travaux ont été réalisés, nous pouvons citer les travaux de K.C. Karki & al.[6] qui ont étudié par voie numérique la convection mixte laminaire tridimensionnelle dans une cavité demi-cylindrique avec un jet

d'air longitudinale où des solutions sont obtenues pour trois zones chauffées différemment suivant l'axe axial de la cavité.

Dans le présent travail, nous avons étudié les effets du nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^5$) et du nombre de Reynolds ($1 \leq Re \leq 500$) sur la convection mixte dans une cavité demi-cylindrique horizontale fermée en présence d'un jet d'air ($Pr=0.71$) transversal à travers une ouverture angulaire de 10° (figure 1). L'intérêt de cette étude est donc mettre en évidence l'influence des nombres de Rayleigh Ra et Reynolds Re sur la structure de l'écoulement, la distribution de la température et sur le transfert de chaleur.

2. Modèle physique et formulation mathématique:

Le modèle physique consiste en une cavité demi-cylindrique fermée de rayon intérieur R_0 qui contient un fluide incompressible de viscosité cinématique ν et de diffusivité thermique α . La paroi supérieure (le plafond) froide et la paroi inférieure (le plancher) chaude engendrent un gradient vertical de température (parois actives). Un écoulement latéral traverse la cavité avec une vitesse uniforme moyenne v_r et une température uniforme T_f à travers une ouverture d'un angle de 10° sur les côtés comme le montre la figure 1. Pour négliger l'effet tridimensionnel, nous avons supposé la cavité infiniment longue suivant son axe axial.

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Pour une formulation simple du problème, nous allons considérer quelques approximations entre autres les approximations de Boussinesq. Nous supposons alors que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces de volume et l'écoulement est supposé stationnaire.

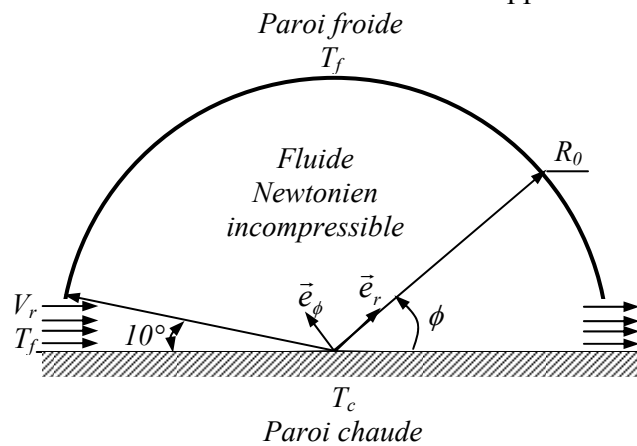


Figure 1: Modèle physique

Ainsi, les écoulements susceptibles d'être développés dans cette cavité sont gérés par les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Il s'agit de déterminer la répartition de vitesse et de température et d'en déduire le transfert de chaleur.

L'écoulement de convection mixte est provoqué par les forces de poussées thermiques et l'écoulement latéral, et reste laminaire. On suppose que les propriétés physiques sont constantes sauf pour la masse volumique du fluide qui dépend de sa température selon la relation suivante:

$$\rho(T, C) = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (1)$$

Les grandeurs caractéristiques utilisées pour adimensionner le problème sont les différences de température $\Delta T = T_c - T_f$ entre les parois de la cavité, le rayon R_0 de la cavité comme longueur de référence et la diffusivité thermique α du fluide.

Le modèle mathématique obtenu est le suivant:

Conservation globale de la masse

$$\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \phi} + \frac{V}{R} + \frac{\partial V}{\partial R} = 0 \quad (2)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{U}{R} \frac{\partial U}{\partial \phi} + \frac{UV}{R} + V \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \frac{1}{Re} \left[\nabla^2 U - \frac{U}{R^2} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial V}{\partial \phi} \right] + \frac{Ra}{Re^2} \theta \cos \phi \quad (3)$$

$$\frac{U}{R} \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{U^2}{R} + V \frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\nabla^2 V - \frac{V}{R^2} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right] + \frac{Ra}{Re^2} \theta \sin \phi \quad (4)$$

Conservation de l'énergie

$$\frac{U}{R} \frac{\partial \theta}{\partial \phi} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{Re.Pr} \nabla^2 \theta \quad (5)$$

$$\text{où } \nabla^2 = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{\partial^2}{\partial R^2}$$

Les paramètres caractéristiques qui interviennent dans les équations adimensionnelles ci-dessus et dont les valeurs conditionnent les transferts de chaleur dans la cavité sont :

Les paramètres géométriques :

- l'angle de la cavité $0 \leq \phi \leq \pi$
- le rayon de la cavité $0 \leq R \leq 1$

Les paramètres physiques :

- Le nombre de Rayleigh thermique Ra : $Ra = \frac{g\beta\Delta TR_0^3}{\nu\alpha} \quad (6)$

- Le nombre de Reynolds: $Re = \frac{v_c R_0}{\nu} \quad (7)$

- Le nombre de Prandtl : $Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (8)$

- Le nombre de Nusselt : $Nu = \frac{hR_0}{\lambda} = \frac{1}{\Delta T} \left. \frac{R_0}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} \quad (9)$

Le problème a été résolu selon une approche numérique, basée sur la méthode des volumes finis en utilisant le logiciel commercial "Fluent".

3. Résultats et discussion :

La structure de l'écoulement, le champ thermique, ainsi que le transfert de chaleur sont examinés dans cette section. Dans cette étude la géométrie de la cavité est considérée constante et le nombre de Prandtl est maintenu à 0.71. Les résultats sont présentés pour trois valeurs de nombre de Rayleigh (Ra=10³, 10⁴ et 10⁵) et plusieurs valeurs de nombre de Reynolds (1≤Re≤500).

3.1. Influence du nombre de Rayleigh:

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement thermique naturel est le nombre de Rayleigh. Il représente le rapport des forces de flottabilité (forces d'Archimède) aux forces visqueuses, et il est proportionnel au gradient de température appliqué, lorsque la cavité demi-cylindrique est parfaitement horizontale et qu'elle est chauffée par le bas et le nombre de Reynolds est faible (Re=1), la structure d'écoulement est formé de deux cellules axisymétrique et une distribution de température en forme de panache thermique dirigé vers le sommet de la cavité (figure 4a), ce sont les mêmes résultats obtenus pour la cavité demi-cylindrique fermé et chauffé par le bas [7].

Pour un nombre de Reynolds $Re=10$ et un nombre de Rayleigh allant de 10^3 à 10^5 , les lignes de courants ainsi que les distributions de température sont montrés dans la figure 2. Ainsi pour $Ra=10^3$, les sollicitations thermiques sont assez faibles pour pouvoir varier la densité du fluide et provoquer le mouvement des particules, le transfert de chaleur s'effectue alors uniquement par conduction thermique c'est pourquoi on observe une stratification verticale des isothermes en forme d'arcs plus ou moins courbées au fur et à mesure qu'on s'approche de la paroi supérieure pour prendre la forme des parois inférieure et supérieure (figure 2a), mais l'augmentation du nombre de Rayleigh déclenche un écoulement thermique naturel vertical qui soulève le jet et le force à faire une recirculation dans le cœur de la cavité ce qui provoque la formation d'une cellule principale dans la partie supérieure de la cavité et une cellule secondaire plus petite qui se forme juste avant la sortie de la cavité. Cette dernière cellule est provoquée par le soulèvement du jet qui traverse la cavité (figure 2b). Ce comportement continue jusqu'à $Ra=10^5$ avec la disparition de la cellule secondaire qui est écrasé par l'augmentation de la taille de la cellule principale. La forme des isothermes et leurs répartitions dans la cavité permet de dire que le mode de transfert convectif est dominant lorsque le jet est faible ($Re=10$), par ailleurs l'intensité de la convection naturelle augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Nous pouvons également constater à partir des lignes de courants que le gradient de vitesses est important au niveau des parois lorsqu'on fait augmenter le nombre de Rayleigh et donc la vitesse maximale est atteinte à ce niveau.

Le profil vertical des températures au centre de la cavité pour les différents nombres de Rayleigh est donné par la figure 5. Pour $Ra=10^3$, l'évolution de la température est linéaire. Cela est expliqué par le fait que jusqu'à cette valeur de Ra , le transfert de chaleur est conductif. Cependant, nous remarquons sur les profils de températures que pour $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$, une zone importante occupant 60% du centre de la cavité est isotherme, les 20% de part et d'autres de cette zone isotherme représentent deux couches limites thermiques dont l'épaisseur diminue au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

La figure 3 représente l'évolution du nombre de Nusselt local le long de la surface chaude pour les trois valeurs de Ra (10^3 , 10^4 et 10^5). Ce nombre adimensionnel représente le transfert de chaleur et se calcule en fonction des grandeurs locales de température le long de la paroi chaude.

$$Nu = \frac{1}{R} \left. \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} \quad \text{et} \quad Nu = \frac{1}{R} \left. \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right|_{\phi=\pi} \quad (10)$$

Le nombre de Nusselt local au niveau de la paroi chaude présente un maximum à l'entrée de la cavité car à cet endroit, on est en présence d'un gradient de température très intense traduit par un échange thermique entre le jet froid et la paroi chaude. Cet échange de chaleur se stabilise le long de la paroi chaude car le gradient de température reste pratiquement constant tout le long de la surface chaude.

La figure 5 représente l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Ces courbes montrent que le transfert de chaleur augmente au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente. Nous constatons également que pour deux valeurs du nombre de Reynolds les courbes se croisent à un nombre de Rayleigh critique, car en ce point critique les transferts de chaleur par convection forcée et par convection naturelle sont égaux.

3.2. Influence du nombre de Reynolds

Dans cette section, nous allons examiner l'effet du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement et la distribution de température, pour cela nous avons varié l'intensité du jet en faisant varier le nombre de Reynolds Re entre 1 et 500 et en fixant le nombre de Rayleigh à 10^5 .

Pour un nombre de Rayleigh important ($Ra=10^5$), la compétition entre les cellules de convection naturelle et le jet d'air froid, conduit à différentes solutions du problème selon la valeur du nombre de Reynolds. Ainsi pour des valeurs faibles de Re ($Re \leq 10$), deux cellules de convection naturelle existent (figure 4a, b, c, d, e), elles ont une taille importante et entraînent le jet dès son entrée dans leurs cellules. Mais, pour $10 < Re < 100$, on constate, que le jet est assez puissant pour s'imposer sur l'écoulement naturel en ralentissant les deux cellules pour les faire disparaître au-delà de $Re > 50$ (figure 4c, d, e). La cellule principale qui se trouve au niveau de la paroi supérieure reste placée au-dessus du jet et longe toute la paroi supérieure empêchant tout contact entre cette dernière et l'écoulement forcé. Cette cellule est due à l'entraînement d'air, emprisonné dans la partie supérieure de la cavité par le jet. Elle tourne faiblement dans le sens trigonométrique. Notons également qu'au fur et à mesure que Re augmente, la cellule (en haut du jet) diminue de taille. Elle devient très petite à $Re=500$ (figure 4e). L'écoulement au-dessus de la paroi horizontale chauffée passe alors en régime de convection forcée typique de celle d'un jet le long d'une plaque plane chaude.

Les lignes isothermes très dispersés dans la partie supérieure de la cavité pour les faibles valeurs de Re , se concentrent tout près de la paroi chaude lorsque Re devient relativement important ($Re > 100$). Cela explique que, presque la totalité de la chaleur dégagée par la paroi chaude transite vers l'extérieur à travers l'ouverture du bas grâce à l'écoulement forcé. Une très faible quantité de chaleur traverse le jet par conduction pour atteindre la partie supérieure. Il en résulte qu'une partie importante de la cavité est isotherme à $\theta=0$ dans le cas des nombres de Reynolds élevés ($Re=500$) (figure 4e).

L'évolution de la température dans le centre de la cavité peut être décrite par les courbes des profils de température tracés pour différentes valeurs de nombre de Reynolds (figure 6).

Les profils de température pour les quatre nombres de Re , présentent une diminution rapide de la température. Sa valeur devient ensuite constante au bout de 20% d'hauteur. Cette stabilité continue légèrement jusqu'à environ 80 % où la température commencent à décroître rapidement pour Re allant de 1 à 100 alors qu'elle reste constante pour $Re=500$.

L'étude de l'évolution de température le long de la hauteur de la cavité montre que cette évolution a la même allure pour tous les nombres de Reynolds. Celle-ci est causée par l'effet de l'écoulement froid latéral qui provoque une diminution rapide de température dans la zone inférieure de la cavité et cela est proportionnel à sa vitesse. La stabilité au milieu de la cavité est due au tourbillon crée par la convection thermique, cependant la diminution de température sous l'effet de la conduction est observée en se rapprochant de plus en plus de la paroi froide.

Le transfert de chaleur à travers la paroi chaude est donné par la figure 6, qui représente la variation de nombre de Nusselt moyen en fonction de Re pour différents nombres de Rayleigh et qui montre l'existence d'un nombre de Reynolds critique pour lequel le taux de transfert de chaleur est similaire pour la convection forcée et la convection naturelle.

4. Conclusion

L'étude numérique de la convection mixte dans une cavité demi-cylindrique nous a permis de prédire le comportement de la structure de l'écoulement entre une structure multicellulaire dominé par une convection naturelle lorsque le nombre de Reynolds est faible et une structure multicellulaire dominé par une convection forcée lorsque le nombre de Reynolds élevé. Nous avons pu mettre en évidence l'existence de nombres de Reynolds et de Rayleigh critiques pour les quels le transfert de chaleur par convection naturelle et forcée sont égales. La quantité de chaleur évacuée à travers la paroi inférieure chaude augmente en fonction des nombres de Reynolds et Rayleigh à une loi de puissance.

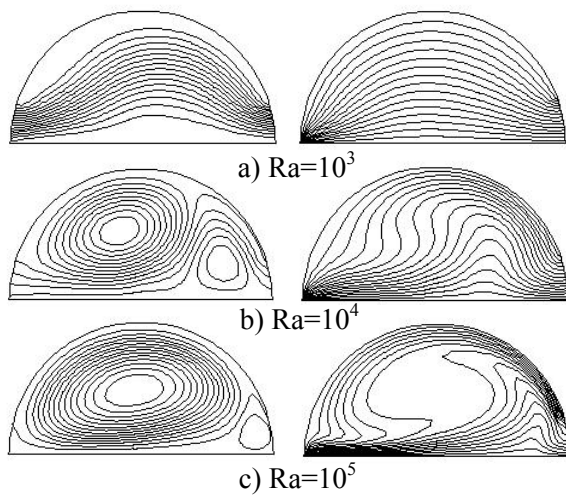


Figure 2 : Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) ($Re=10$).

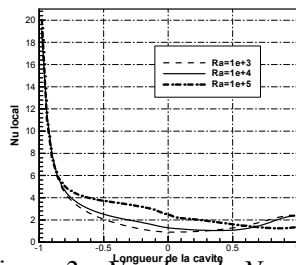


Figure 3 : Nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude.

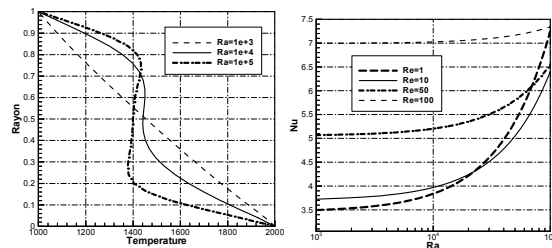


Figure 5 : profil de la température au centre de la cavité (gauche) et nombre de Nusselt moyen de la paroi chaude (droite) pour $Re=10$.

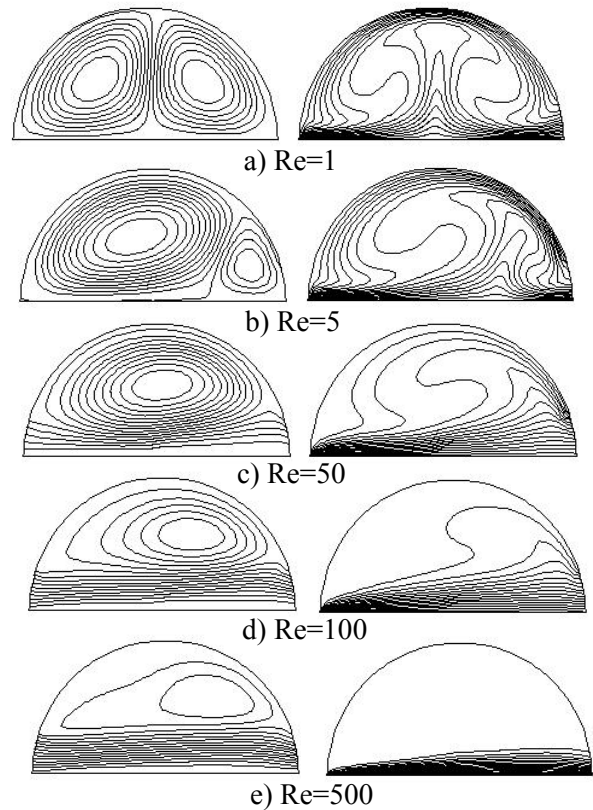


Figure 4 : Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) ($Ra=10^5$).

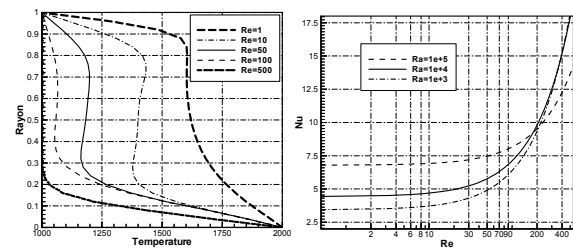


Figure 6 : profil de la température au centre de la cavité (gauche) et nombre de Nusselt moyen de la paroi chaude (droite) pour $Ra=10^5$.

Références

- [1] M.A.R. Sharif, Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom, *Applied Thermal Engineering*, 27 (2007) 1036-1042.
- [2] A. Al-Amiri *et al.*, Effect of sinusoidal wavy bottom surface on mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 (2007) 1771-1780.
- [3] I. Tmartnhad *et al.*, Convection mixte dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas, *12èmes Journées Internationales de Thermique*, Tanger, Maroc (2005).
- [4] G. Lorenzini *et al.*, Numerical investigation on mixed convection in a non-Newtonian fluid inside a vertical duct, *International Journal of Thermal Sciences*, 43 (2004) 1153-1160.
- [5] A. Raji *et al.*, Mixed convection heat transfer in a rectangular cavity ventilated and heated from the side, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 33 (1998), 533 - 548.
- [6] K.C. Karki *et al.*, Laminar mixed convection in a horizontal semicircular duct with axially nonuniform thermal boundary condition on the flat wall, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 25 (1994), 171 - 189.
- [7] N. Retiel *et al.*, Effet de l'inclinaison sur la convection naturelle dans une cavité demi-cylindrique, *12^{ème} Journées Internationales de Thermique*, Tanger, Maroc (2005)