

Identification de flux de chaleur, par modèle réduit combiné à la méthode de l'adjoint. Application au cas d'un disque de frein en fonctionnement.

Sylvain CARMONA^{1*}, Yassine ROUIZI¹, Olivier QUEMENER¹, Frédéric JOLY¹

¹Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry, Université d'Evry val d'Essonne
Antenne de Brétigny sur Orge, IUT d'Evry Val d'Essonne, Département GTE, Chemin de la Tuilerie –
91731 Brétigny sur Orge

*Auteur correspondant : Sylvain CARMONA (sylvain.carmona@univ-evry.fr)

Résumé : Dans des travaux précédents [1], nous avons montré l'intérêt d'utiliser des modèles réduits pour résoudre des problèmes inverses, lorsque ceux-ci étaient caractérisés par une géométrie complexe nécessitant un grand nombre de nœuds et/ou dans un objectif d'identification en temps réel. L'application traitée était un disque de freinage en représentation bidimensionnelle, en rotation à vitesse variable et pour lequel on cherchait par la méthode de Beck [2] à identifier le flux de chaleur dissipé à l'interface disque-plaquette.

On présente ici des travaux similaires pour lesquels on utilise cette fois pour l'identification la méthode de l'adjoint. Le modèle du disque utilisé ici est de type coque afin de tenir compte de son aspect tridimensionnel. La technique de réduction modale utilise des bases particulières (dites bases de branches) qui offrent l'avantage de pouvoir traiter des problèmes non linéaires et/ou à paramètres instationnaires. La méthode de l'adjoint permet d'obtenir des résultats particulièrement précis dans cette configuration.

Nomenclature

C	Capacité thermique volumique [$J.m^{-3}.^{\circ}C^{-1}$]	<i>Symboles grecs</i>	
e	Epaisseur du disque [m]	ϕ	Flux [W]
k	Conductivité thermique [$W.m^{-1}.^{\circ}C^{-1}$]	ω	Vitesse de rotation [$rad.s^{-1}$]
h	Coefficient d'échange [$W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$]	ζ	Nombre de Steklov [$kg.s^{-2}.^{\circ}C^{-1}$]
U	Vitesse [$m.s^{-1}$]	<i>Indices et exposants</i>	
T	Température [$^{\circ}C$]	u	Rapport à la valeur maximale
z_i	Valeur propre [s^{-1}]	m	Valeur maximale
x	Etat d'excitation d'un mode,	\sim	Grandeur réduite
V	Mode propre [$^{\circ}C$]	\wedge	Grandeur estimée
N_r	Nombre de pas de mesure		

Introduction

Dans le domaine de la conduction de chaleur, les problèmes inverses sont généralement mal posés au sens d'Hadamard et nécessitent alors des procédures complexes afin d'obtenir des résultats satisfaisants. Deux techniques sont très utilisées, la méthode des pas de temps futurs (Beck) [3] qui a la particularité d'être séquentielle et la méthode de l'adjoint [4] qui est une méthode itérative fondée sur le calcul successif de directions de descente, en minimisant un critère tenant compte de l'ensemble des données.

Dans ces problèmes inverses, la complexité mathématique de la technique limite la taille des matrices caractéristiques du problème thermique et les différentes géométries étudiées restent souvent simples et réduites à un aspect bidimensionnel. Ce problème est encore plus criant lorsqu'il s'agit d'effectuer une identification en ligne, ce qui implique des calculs rapides [5]. Dans ces conditions, l'utilisation de modèles réduits modaux [6], qui permettent une diminution importante du nombre d'inconnues tout en maintenant une précision

satisfaisante sur l'intégralité du domaine, permet l'extension des techniques inverses à des géométries de grandes tailles. Déjà développée pour une problématique de diffusion avec transport, cette technique d'identification à l'aide de modèles réduits concernait l'identification du flux dissipé par frottement lors de phases de freinage d'un disque de frein par la méthode de Beck [1].

Nous reprenons ici une configuration similaire afin d'étendre l'utilisation des modèles réduits à la méthode de l'adjoint. Une comparaison entre les deux techniques est alors présentée.

1. Problème étudié

On considère un disque de frein (figure 1) en rotation à vitesse variable, qui reçoit lors de la phase de freinage un flux variable dans le temps sur la zone de frottement avec les plaquettes (domaine Ω_I). Dans le cas étudié, la température de l'environnement est fixée à $T_{ext}=0^\circ C$ et le champ de température initial uniforme est de $T_0=0^\circ C$. Les différents paramètres variables dans le temps, c'est-à-dire la vitesse de rotation $\omega(t)$, le coefficient d'échange $h(t)$ et le flux dissipé par frottement $\phi(t)$ sont exprimés en fonction de leurs valeurs maximales :

$$\omega(t) = \omega_u(t) \omega_m, \quad h(t) = h_u(t) h_m, \quad \phi(t) = \phi_u(t) \phi_m = \phi_u(t) \int_{\Omega_I} \varphi_m(r) d\Omega \quad (1.1, 1.2, 1.3)$$

On note que le flux dissipé par frottement φ_m n'est pas uniforme sur Ω_I mais varie linéairement avec la vitesse donc avec le rayon. Les évolutions temporelles de $\omega_u(t)$, $h_u(t)$, et $\phi_u(t)$, qui sont alors sans dimension, sont représentées sur la figure 2, et les valeurs maximales sont $\omega_m(t)=2\pi \text{ rad/s}$, $h_m=110 \text{ W.m}^{-2}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, et $\phi_m=600 \text{ W}$.

Compte tenu des caractéristiques du disque ($k=50 \text{ W.m}^{-2}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $c=3,66.10^6 \text{ J.m}^{-3}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $e=8 \text{ mm}$), le nombre de Biot correspondant au cas le plus défavorable ($h_m=110 \text{ W.m}^{-2}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) a pour valeur $Bi=0.018 \ll 1$. Il est alors possible de négliger le gradient thermique dans l'épaisseur e du disque. On obtient alors un problème thermique de type coque, qui sous forme variationnelle s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} e c \frac{\partial T}{\partial t} g d\Omega = & - \int_{\Omega} e k \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} g d\Omega - \omega_u(t) \int_{\Omega} e c \vec{U}_m \cdot \vec{\nabla} T g d\Omega \\ & - h_u(t) \left(\int_{\Omega_2} h_m T g d\Omega + \int_{\Gamma_1} h_m T g d\Gamma \right) + \phi_u(t) \int_{\Omega_I} \varphi_m g d\Omega \end{aligned} \quad (2)$$

avec $g \in H_1(\Omega)$ la fonction d'essai, et avec $\Omega = \Omega_I \cup \Omega_2$.

La discrétisation de ce problème par éléments finis de type P1 amène un système matriciel de dimension N (nombre de nœuds) qui s'écrit en respectant l'ordre des termes précédents :

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}} = [\mathbf{K} + \omega_u(t)\mathbf{U} + h_u(t)\mathbf{H}]\mathbf{T} + \phi_u(t)\mathbf{\Pi} \quad (3)$$

Le maillage utilisé se compose de 9860 nœuds formant 19362 éléments triangles. Pour un problème direct, l'évolution temporelle de flux est connue et la résolution de l'équation (3) permet de déterminer l'évolution du champ de température discrétisé \mathbf{T} . La figure 3 représente ainsi l'évolution de température du point A, placé à 10 mm de la zone de frottement dans le sens de la rotation (figure 1). L'analyse du champ de température montre que le frottement localisé sur la zone Ω_I entraîne l'apparition d'un front de température brutal qui est

transporté à la vitesse de rotation. Un capteur fixe voit donc apparaître une évolution de température extrêmement rapide qui, on le verra par la suite rend le problème inverse difficile à résoudre.

2. Réduction modale

La méthode modale de branche associée au problème physique précédent un problème aux valeurs propres défini par les équations (4) et (5) :

$$\forall M \in \Omega_1 \cup \Omega_2, \quad k \nabla^2 V_i = z_i c V_i \quad (4)$$

$$\forall M \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2, \quad k \vec{\nabla} V_i \cdot \vec{n} = -z_i \zeta V_i \quad (5)$$

où z_i est la valeur propre associée au vecteur propre V_i .

La résolution du problème discrétisé permet de déterminer N modes $\{z_i, V_i\}$. La condition aux limites (Eq. (5)) est une condition abstraite qui fait intervenir la valeur propre du mode. Le nombre de Steklov ζ assure l'homogénéité dimensionnelle de la condition aux limites et permet d'éviter la dégénérescence du problème modal de branche, c'est-à-dire de donner une importance comparable aux équations (4) et (5). La base des modes de branche est capable de décomposer tous les champs de température du problème considéré, et ce quelle que soit l'évolution des paramètres $\omega_u(t)$ et $h_u(t)$. L'intérêt de cette méthode réside dans la capacité à utiliser une base réduite de dimension \tilde{N} , construite à l'aide de la base complète et d'un problème de référence. Cette méthode dite d'amalgame a déjà fait l'objet de différentes publications [1][6]. Notons que dans notre cas le problème de référence utilisé est construit indépendamment de l'évolution temporelle $\phi_u(t)$ qui est appelée à être identifiée. Ainsi, nous pouvons écrire :

$$T(M, t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) V_i(M) \cong \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_i(t) \tilde{V}_i(M) \quad (6)$$

Les coefficients \tilde{x}_i de cette décomposition sont les états d'excitation des modes. Il est possible d'écrire une équation sur les états en remplaçant la température par sa décomposition modale (Eq. (6)) dans le problème physique (Eq. (2)). On remplace ainsi le problème sur les températures aux nœuds du maillage de dimension N par un problème sur les états des modes de dimension \tilde{N} . Sous forme discrète, l'équation (3) devient :

$$\begin{aligned} \mathbf{L}\dot{\tilde{\mathbf{X}}} &= [\mathbf{M}_K + \omega_u(t)\mathbf{M}_U + h_u(t)\mathbf{M}_H] \tilde{\mathbf{X}} + \phi_u(t)\mathbf{N} \\ &= \mathbf{M}(t) \tilde{\mathbf{X}} + \phi_u(t)\mathbf{N} \end{aligned} \quad (7)$$

où $\mathbf{L} = \tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{C} \tilde{\mathbf{V}}$, $\mathbf{M}_K = \tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{K} \tilde{\mathbf{V}}$, $\mathbf{M}_U = \tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{U} \tilde{\mathbf{V}}$, $\mathbf{M}_H = \tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{H} \tilde{\mathbf{V}}$ et $\mathbf{N} = \tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{\Pi}$, en notant $\tilde{\mathbf{V}}$ la matrice pleine contenant les \tilde{N} vecteurs propres réduits et où le vecteur $\tilde{\mathbf{X}}$ représente les \tilde{N} états d'excitations $\tilde{x}(t)$.

Nous utilisons ici une base réduite composée de 50 modes. Dans le cas du problème direct (Eq. (7)), l'utilisation de la technique modale permet de retrouver l'évolution du champ thermique avec une erreur moyenne linéaire par rapport au modèle complet de $0,046^\circ\text{C}$ et une erreur maximale de $6,18^\circ\text{C}$, pour une température maximale de 139°C . On vérifie ainsi la bonne adéquation entre problème complet et modèle réduit. Au niveau du point A, l'erreur moyennée sur le temps est de $0,105^\circ\text{C}$, la figure 4 permet de visualiser la différence de

température au point de mesure, sur les premières secondes de la simulation entre ces deux modèles.

3. Problème inverse

On cherche ici à identifier l'évolution du flux de chaleur reçu par frottement par le disque en rotation, à partir d'un vecteur d'observables \mathbf{Y} , constitué ici d'un unique point de mesure situé en A (le choix du point de mesure n'est pas discuté ici). Compte tenu de la taille du problème discret, on utilise la formulation modale présentée précédemment afin de diminuer la taille du problème inverse. Au problème direct défini par l'équation (7), s'ajoute la relation entre le vecteur \mathbf{Y} et les états d'excitation des vecteurs propres du modèle réduit $\tilde{\mathbf{X}}$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{E}\mathbf{T} = \mathbf{E}\tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{X}} \quad (8)$$

Deux techniques d'inversion seront utilisées, la méthode de Beck et la méthode de l'adjoint.

3.1. Méthode de Beck

La méthode de Beck consiste à déterminer l'amplitude de flux à chaque pas de temps de manière à ce que l'écart de température entre la mesure et celle recalculée soit la plus petite possible.

Une discrétisation temporelle implicite de l'équation (7) permet de calculer les états d'excitations de chaque mode discrétisé temporellement à un pas fixe de $\Delta t = 0,02s$:

$$\tilde{\mathbf{X}}^{k+1} = [\mathbf{L} - \Delta t \mathbf{M}(t)]^{-1} [\mathbf{L}\tilde{\mathbf{X}}^k + \Delta t \phi_u^{k+1} \mathbf{\Pi}] \quad (9)$$

La minimisation au sens des moindres carrés entre la mesure et la température recalculée à partir de l'estimation au pas de temps précédent, amène alors à l'estimation de la sollicitation recherchée :

$$\phi_u = [\mathbf{\Theta}^t \mathbf{\Theta}]^{-1} \mathbf{\Theta}^t \mathbf{Z}^{k+1} \quad (10)$$

Avec $\mathbf{\Theta}$ et \mathbf{Z} définis par :

$$\mathbf{\Theta} = \mathbf{E}[\mathbf{L} - \Delta t \mathbf{M}]^{-1} [\Delta t \mathbf{\Pi}] \quad (11)$$

$$\mathbf{Z}^{k+1} = \mathbf{Y}^{k+1} - \mathbf{E}[\mathbf{L} - \Delta t \mathbf{M}]^{-1} [\mathbf{L} \hat{\tilde{\mathbf{X}}}^k] \quad (12)$$

On utilise tout d'abord cette technique dans un cas idéal, dans lequel l'évolution de température au point A utilisée pour l'identification est directement issue de la simulation effectuée par le modèle réduit. Il n'existe alors dans cette situation aucune erreur entre la mesure et ce que donne le modèle direct. La précision de l'identification effectuée est caractérisée par des erreurs globales sur les flux (σ_{ϕ_u}) et sur les températures (σ_T), qui sont définies par les équations (13.1) et (13.2).

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=Nt} (Y(i) - \hat{Y}(i))^2}{Nt}} \quad \sigma_{\phi_u} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=Nt} (\phi_u(i) - \hat{\phi}_u(i))^2}{Nt}} \quad (13.1, 13.2)$$

Les résultats obtenus sont très satisfaisants puisque l'on obtient $\sigma_{\phi_u} = 0,039$ et $\sigma_T = 0,962^\circ C$.

Ces calculs ont été effectués pour un pas de temps égal à $0,02s$. Le choix de ce pas de temps réduit s'explique par l'influence du terme de transport qui crée des brutales variations de températures qu'il est nécessaire de prendre en compte pour l'identification. Le pas de temps ne dépend alors plus du simple temps de diffusion entre la source et le capteur, mais également du temps de transport et de la capacité du modèle à détecter des variations brutales de températures.

Dans un cas réel, la température d'une sonde est simulée par le modèle thermique complet (Eq (2)), auquel on ajoute un bruit de mesure blanc gaussien caractérisé par écart un quadratique $\sigma_b = 0,3^\circ C$. Dans ce cas les résultats de l'identification sont inexploitablement directement : l'erreur sur le flux identifié est de $\sigma_{\phi_u} = 1,59$. En effet comme le montre la figure 4, le biais lié à la fois à l'utilisation du modèle réduit dans la procédure inverse ainsi qu'à l'erreur de mesure, modifie fortement les évolutions rapides de températures. Les différentes tentatives de régularisation (augmentation du nombre de points de mesure, utilisation d'un nombre croissant de pas de temps futurs) ne permettent pas d'améliorer notablement les résultats. Cette difficulté avait déjà été mise en évidence dans les travaux précédents [1], et la solution préconisée était l'utilisation d'un filtre basse fréquence sur le flux identifié par Transformée de Fourier, en partant du principe que toute variation supérieure à la fréquence de rotation ne pouvait être qu'une distorsion numérique. L'application de cette technique à notre configuration est présentée sur la figure 5. Les résultats sont alors tout à fait satisfaisants puisque l'utilisation d'une fréquence de coupure de $0,4 Hz$ entraîne une erreur sur le flux identifié égale à $\sigma_{\phi_u} = 0,038$, et une erreur sur les températures de $\sigma_T = 0,832^\circ C$.

3.2. Méthode de l'adjoint

La deuxième technique d'inversion est la méthode de l'adjoint, qui contrairement à la méthode des pas de temps futurs, est une méthode globale où l'on va chercher à minimiser une fonctionnelle quadratique bâtie sur les écarts entre les températures mesurées et celles issues du calcul avec le flux identifié. Cette fonctionnelle peut aussi être pénalisée par un terme de régularisation ε :

$$J(\phi_u) = \frac{I}{2} \left[\int_0^\tau \|\mathbf{Y}(t) - \hat{\mathbf{Y}}(t)\|^2 dt + \varepsilon \|\phi_u(t)\|^2 \right] \quad (14)$$

Le problème d'identification que l'on cherche à résoudre consiste à trouver les sollicitations optimales $\bar{\phi}_u$ telles que J soit minimum :

$$\bar{\phi}_u = \arg[\min J(\phi_u)] \quad (15)$$

La résolution de ce problème peut être envisagée à l'aide d'une méthode de descente. Ces méthodes nécessitent l'estimation du gradient de la fonctionnelle par rapport aux sollicitations. L'équation d'état du modèle peut être vue comme une contrainte entre les sollicitations et les températures. On peut faire intervenir le lagrangien L_a associé au problème de minimisation sous la contrainte de l'équation d'état. Ce terme se construit en sommant la fonctionnelle et l'équation d'état pondérée par un multiplicateur de Lagrange (λ) :

$$L_a(\phi_u, T, \lambda) = J(\phi_u) + \int_0^\tau \lambda(t) \left(-\mathbf{L} \frac{d\tilde{\mathbf{X}}}{dt} + \mathbf{M}\tilde{\mathbf{X}} + \mathbf{N}\phi_u \right) dt \quad (16)$$

Au point où la fonctionnelle est minimale, les dérivées du lagrangien par rapport à ces trois variables sont nulles :

$$\frac{\partial L_a}{\partial \lambda} = 0 \quad \frac{\partial L_a}{\partial \phi_u} = 0 \quad \frac{\partial L_a}{\partial T} = 0 \quad (17.1, 17.2, 17.3)$$

Le calcul de la dérivée définie par l'équation (17.1) permet de retrouver l'équation d'état (Eq. (7)). Les deux dernières dérivées (Eq (17.2) et Eq(17.3)) amènent deux nouvelles relations, dites équation du gradient et équation adjointe :

$$\nabla \mathbf{J} = \varepsilon \mathbf{U} - \mathbf{\Pi}^t \mathbf{V} \lambda \quad -\mathbf{L} \dot{\lambda} = \mathbf{M}^* \lambda + \mathbf{V}^t \mathbf{E}(\mathbf{Y}(t) - \hat{\mathbf{Y}}(t)) \quad (18.1, 18.2)$$

où \mathbf{M}^* est la matrice adjointe de \mathbf{M} .

Ainsi l'intérêt de cette formulation, est de permettre de calculer le gradient $\nabla \mathbf{J}$ (Eq. (18.1)) à partir de la résolution d'une seule équation (18.2). Le calcul itératif de la sollicitation $\hat{\phi}_u$ va alors utiliser ce gradient $\nabla \mathbf{J}$. De nombreux schémas de descente existent. On présente ici la méthode du gradient conjugué, qui combine la valeur du flux à une itération précédente avec une direction de descente (noté \mathbf{w}^k ici) :

$$\hat{\phi}_u^{k+1} = \hat{\phi}_u^k + \rho^k \mathbf{w}^k \quad (19)$$

Ce calcul itératif est terminé lorsqu'un des deux critères est vérifié, le premier est basé sur l'évolution de la fonctionnelle J (Eq (20.1)). Le second compare l'écart entre les températures estimées et les mesures qui doivent être du même ordre de grandeur que le niveau d'incertitude dans les mesures (principe de Morozov) (Eq. (20.2)) :

$$\frac{J(\hat{\phi}_u^k) - J(\hat{\phi}_u^{k-50})}{J(\hat{\phi}_u^k)} < 1\% , \quad \sigma_T \approx \sigma_b \quad (20.1, 20.2)$$

La direction de descente \mathbf{w}^k est une combinaison entre les directions de descente actuelle et précédente pondérée par un coefficient γ^k appelé paramètre de conjugaison de Fletcher-Reeves :

$$\mathbf{w}^k = \gamma^k \mathbf{w}^{k-1} - \nabla \mathbf{J}^k \quad (21)$$

$$\gamma^k = \frac{\|\nabla \mathbf{J}^k\|^2}{\|\nabla \mathbf{J}^{k-1}\|^2} \quad (22)$$

et ρ^k est le pas optimal de descente, calculé par la méthode de la sécante (on note α un nombre petit aléatoire non nul) :

$$\rho^k = -\alpha \frac{\langle \nabla \mathbf{J}(\hat{\phi}_u^k), \mathbf{w}^k \rangle}{\langle \nabla \mathbf{J}(\hat{\phi}_u^k + \alpha \mathbf{w}^k), \mathbf{w}^k \rangle - \langle \nabla \mathbf{J}(\hat{\phi}_u^k), \mathbf{w}^k \rangle} \quad (23)$$

On reprend ici directement le second cas qui correspond aux températures bruitées ($\sigma_b = 0,3^\circ\text{C}$) issues du modèle complet. On choisit de ne pas imposer de terme de pénalisation : $\varepsilon = 0$. L'algorithme présenté ci-dessus converge vers le flux recherché en 379 itérations. Comme le montre la figure 6, cette méthode permet sans aucun filtrage

supplémentaire de retrouver de façon très satisfaisante les variations de flux au cours du temps. Le calcul des écarts amène au niveau des flux $\sigma_{\phi_u} = 0,051$, ce qui est très légèrement supérieur à l'erreur obtenue par la méthode de Beck avec filtrage basse fréquence, et en termes d'écart sur les températures $\sigma_T = 0,389^\circ\text{C}$, ce qui est inférieur à l'erreur obtenue par la méthode de Beck avec filtrage. Le fait d'obtenir des résultats aussi satisfaisant sans filtrage peut s'expliquer par le fait que le flux estimé ici est issu d'une minimisation incluant toute l'évolution de la température. A contrario, dans la méthode de Beck seul le pas de temps suivant est utilisé pour estimer le flux à un instant donné, ce qui rend cette technique beaucoup plus sensible aux brusques variations ainsi qu'au bruit de mesures.

4. Conclusion

Cette étude a permis tout d'abord de conforter l'intérêt d'utiliser des modèles réduits lors de problèmes inverses. La perte d'information engendrée par ce type de modèle reste inférieure aux bruits de mesures et rend donc le modèle réduit utilisable. Il serait par ailleurs intéressant d'étudier l'influence du nombre de modes sur la précision de l'identification : on peut en effet se poser la question d'un possible effet de régularisation du modèle modal.

En ce qui concerne la comparaison des deux techniques inverses utilisées, cette étude a montré la difficulté à obtenir des résultats corrects avec la méthode de Beck. En effet, l'aspect séquentiel de cette méthode ne permet pas de filtrer directement les erreurs issues de la mesure qui sont amplifiées de façon considérable lors du processus d'identification du flux. Une solution est cependant possible, mais au prix d'un filtrage supplémentaire basse fréquence, qui supprime l'aspect séquentiel de cette technique.

Par contre, l'efficacité de la méthode de l'adjoint a été montrée, puisque des résultats très satisfaisants ont été obtenus, sans obligation d'utiliser le moindre filtrage supplémentaire, ni terme de pénalisation de la fonctionnelle. Cette méthode, plus globale, filtre naturellement les bruits lors du processus de minimisation de la fonctionnelle. Le prix à payer est que la méthode de l'adjoint nécessite plus de temps calcul (750s) que la méthode de Beck (115s).

Ces résultats très encourageants, ouvrent la voie à une identification en ligne, à la fois par une recherche de la taille minimum acceptable du modèle réduit utilisé et par l'amélioration de la méthode de l'adjoint (méthode de descente d'ordre 2, mise en place d'une fenêtre temporelle glissante).

Références

- [1] O Quéméner, F. Joly, A. Neveu, On-line heat flux identification from a rotating disk at variable speed, *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 53 (2009), 1529-1541
- [2] J.V. Beck, C.R. St Clair, B. Blackwell, Inverse Heat Conduction. *John Wiley & Son Inc.*(1985)
- [3] S. Chantasiriwan, An algorithm for solving multidimensional inverse heat conduction problem, *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 44 (2001), 3823-3832
- [4] R.A. Khachfe, Y. Jarny, Determination of heat sources and heat transfer coefficient for two-dimensional heat flow - numerical and experimental study. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* (2001) 1309-1322
- [5] A. Vergnaud, L. Perez, De l'identification en ligne de flux thermiques, Congrès Français de Thermique (2014), 3-6 juin, Lyon,
- [5] Quéméner, A. Neveu, E. Videcoq, A specific reduction method for branch modal formulation : Application to highy non linear configuration, *Int. J. of Thermal Sciences* 46 (2006), 890-907.

Figures

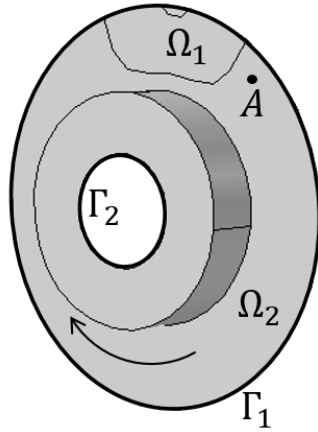


Figure 1 : Représentation du disque de frein sous sa forme coque.

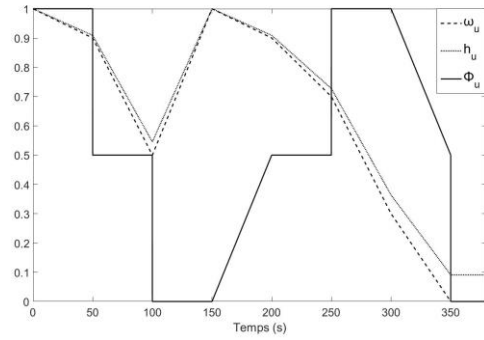


Figure 2 : Evolution temporelle des paramètres de simulation.

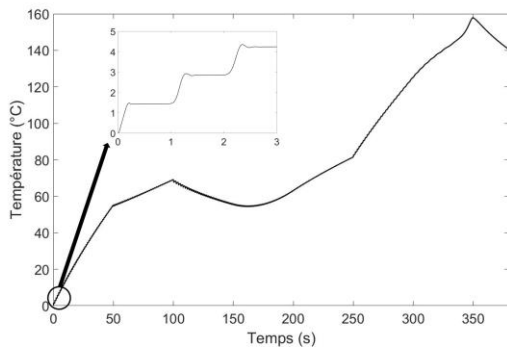


Figure 3 : Evolution de la température au point de mesure A

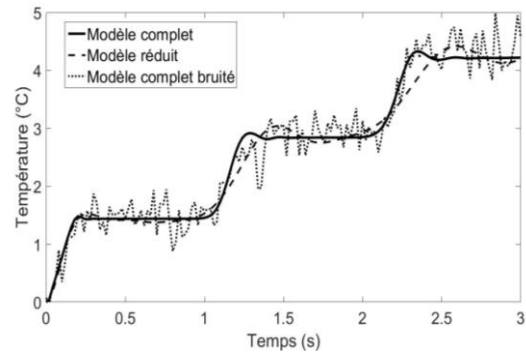


Figure 4 : Evolution des températures des différents modèles en début de simulation

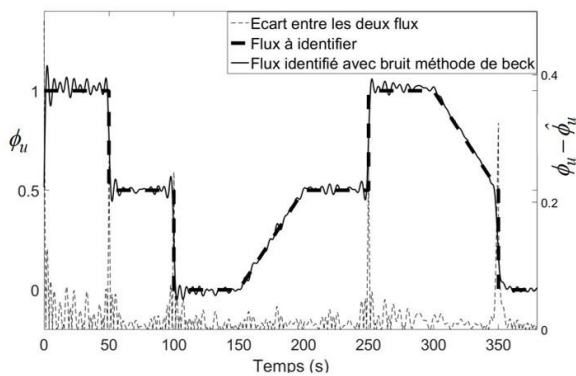


Figure 5 : Identification du flux avec la méthode de Beck après filtrage

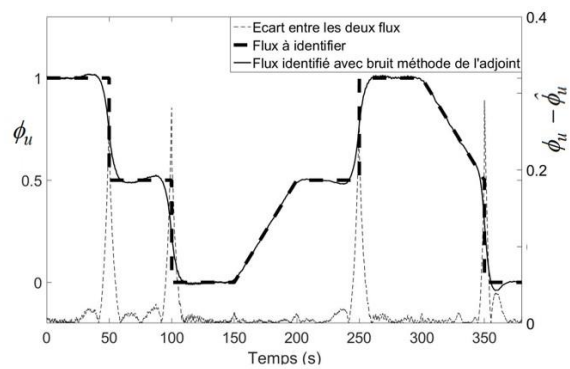


Figure 6 : Identification du flux avec la méthode de l'adjoint sans filtrage