

Détermination d'un mur 1D équivalent à une structure 2D/3D : analyse de la méthode.

Julien QUINTEN^{1*}, Véronique FELDHEIM¹

¹UMONS – Faculté Polytechnique – Service de Thermique et Combustion

Rue de l'Épargne, 56 – 7000 Mons – Belgique

* (auteur correspondant : julien.quinten@umons.ac.be)

Résumé – La consommation énergétique des secteurs résidentiel et tertiaire représente un poste important dans la facture énergétique d'une région. Il est dès lors de plus en plus courant d'utiliser des logiciels de simulation énergétique afin de pouvoir prédire précisément le comportement et la consommation énergétique d'un bâtiment, de manière globale ou ponctuelle. Néanmoins, dans la plupart de ces logiciels, il est supposé que le flux de chaleur dû à la conduction dans une paroi est 1D. On ne tient donc pas compte des effets multidimensionnels (2D ou 3D) et de leur dynamique : l'évaluation de leur impact sur la performance énergétique du bâtiment ne traduit alors pas correctement la réalité des phénomènes. Cela peut donc conduire à des imprécisions au niveau des résultats, celles-ci ne sont plus négligeables puisque l'on conçoit des bâtiments de plus en plus performants. Afin de tenir compte de ces effets multidimensionnels, nous développons une méthode de structure équivalente : elle est basée sur une méthode existante mais dont nous proposons des améliorations. Cette méthode consiste en la détermination d'une structure équivalente 1D à 3 couches qui possède les mêmes comportements thermiques statique et dynamique que la structure réelle 2D/3D qu'elle va remplacer. Cette détermination se fait sur base de résultats obtenus par simulations numériques, en statique (calcul des facteurs de structure, de la résistance et de la capacité) et en dynamique (comportement vis-à-vis d'une sollicitation harmonique de période égale à 24h). Les propriétés de chaque couche de la structure équivalente (ρ , c , λ , e) sont ensuite à introduire dans le logiciel de simulation énergétique. Dans cet article, nous présentons la théorie liée à la méthode, nous synthétisons chaque étape de cette méthode et nous l'appliquons à un cas concret réel (raccord plancher – mur extérieur d'une maison passive, $\Psi = 0.004$ W/mK). Notre méthode a conduit à la détermination d'une structure 1D dont le comportement est assez proche de la structure 2D étudiée. Pour vérifier cela, nous avons comparé, sous des conditions aux limites variables et quelconques, par simulation numérique, l'évolution au cours du temps des flux surfaciques pour la structure équivalente et la structure réelle. L'erreur moyenne pour ce flux côté intérieur est de l'ordre de 2%, comparée à la valeur maximale atteinte par ce flux, et sensiblement plus faible (environ 17 fois) que pour une prise en compte classique de cette géométrie. Cette erreur pour le flux surfacique extérieur est environ 2 fois plus grande, mais il est néanmoins bien représenté. A noter que nous considérons la précision sur le flux intérieur prioritaire, celui-ci intervenant directement dans le bilan pour la consommation énergétique du bâtiment. De plus, nous avons montré que l'ajout d'un flux solaire ne perturbe pas la précision des résultats et un premier test avec des températures d'ambiance intérieure différentes s'est avéré concluant. Finalement, nous avons montré que les efforts nécessaires pour déterminer une structure équivalente à 4 couches ne sont pas justifiés et, par conséquent, utiliser 3 couches est un compromis raisonnable entre précision et complexité de calculs. Nous attirons aussi l'attention sur le fait que, pour les échanges surfaciques, il est nécessaire de conserver les produits $K*S$ identiques, pour les structures initiale et équivalente.

Nomenclature

A	amplitude du flux, $W.m^2$	ϕ	facteur de structure
C	capacité thermique, $J.K^{-1}.m^{-2}$	φ	déphasage, rad
P	période, s	<i>Indices et exposants</i>	
q	densité de flux de chaleur, $W.m^{-2}$	e	extérieur
R	résistance thermique, $m^2.K.W^{-1}$	i	intérieur
T	température, $^{\circ}C$	$i-m$	de l'intérieur à la $m^{ème}$ couche (exclue)
t	temps, s	m	$m^{ème}$ couche
V	volume, m^3	$m-e$	de la $m^{ème}$ couche (exclue) à l'extérieur
<i>Symboles grecs</i>		s	surfaccique
θ	température réduite		

1. Introduction

Afin de pouvoir prédire précisément le comportement énergétique d'un bâtiment, de manière globale ou ponctuelle, des logiciels de simulation énergétique des bâtiments sont régulièrement utilisés. Au sein de ceux-ci, les effets dynamiques (déphasage et amortissement entre les variations des températures extérieure et intérieure) des détails 2D/3D de l'enveloppe ne sont généralement pas considérés et l'évaluation de leur impact sur la performance énergétique du bâtiment ne traduit donc pas correctement la réalité des phénomènes.

Pour intégrer les aspects multidimensionnels et dynamiques, on aura recours à des méthodes numériques. Mais à partir du moment où il faut évaluer, notamment, l'évolution au cours du temps de la température intérieure et des consommations énergétiques de tout un bâtiment, cela peut devenir complexe et demander beaucoup de ressources de calculs.

L'objectif de ce travail est de pouvoir disposer d'une méthode simple et précise de prise en compte des effets dynamiques des détails 2D/3D les plus répandus et les plus significatifs. Ils seront ensuite incorporés dans un logiciel de simulation énergétique des bâtiments.

Nous proposons une méthode de structure équivalente, fournissant des valeurs que l'on peut directement introduire dans le logiciel de simulation énergétique sans devoir en modifier le code source et qui sont valables quel que soit le pas de temps utilisé pour la simulation. Nous présentons cette méthode et la théorie qui y est liée, nous l'implémentons et nous l'appliquons à un cas réel. Nous analysons également l'impact de la prise en compte d'un flux solaire et d'ambiances intérieures à température différente.

2. Méthode de structure équivalente

2.1. Principe

Le principe général des méthodes dites de « structure équivalente » est de remplacer la partie de l'enveloppe perturbée par un détail 2D/3D, où le flux de chaleur est 2D/3D, par une structure multicouche 1D ayant les mêmes comportements thermiques statique et dynamique que la partie réelle. Définir cette structure revient à déterminer la résistance thermique et la capacité thermique de chaque couche, et en déduire leur conductibilité thermique, leur chaleur massique, leur masse volumique et leur épaisseur. Ces propriétés sont ensuite à introduire dans le logiciel de simulation. D'après [1], le nombre optimal de couches de la structure équivalente serait de 3, une augmentation de ce nombre rendrait la structure plus précise mais augmenterait la difficulté de sa définition.

Nous avons étudié différentes méthodes [2] et avons abouti à celle présentée au point 2.3. Préalablement, nous présentons quelques notions théoriques afin de faciliter la compréhension.

2.2. Théorie

2.2.1. Les facteurs de structure [3]

Les facteurs de structure ϕ_{ii} , ϕ_{ee} et ϕ_{ie} d'un mur représentent la fraction de chaleur stockée entre 2 états stables [3], respectivement à proximité de la surface interne, à proximité de la surface externe et à proximité du centre du mur. Ils sont liés ensemble par l'équation 1 :

$$\phi_{ii} + \phi_{ee} + 2 \times \phi_{ie} = 1 \quad (1)$$

On peut déterminer les facteurs de structure, grâce au champ de température $\theta(x,y,z)$ dans le mur étudié qui est la solution de l'équation de diffusion en stationnaire pour $T_{si} = 0$ et $T_{se} = 1$, à partir des équations 2 à 4 :

$$\phi_{ii} = \frac{1}{C} \int_V \rho c (1 - \theta)^2 dv \quad (2)$$

$$\phi_{ee} = \frac{1}{C} \int_V \rho c \theta^2 dv \quad (3)$$

$$\phi_{ie} = \frac{1}{C} \int_V \rho c \theta (1 - \theta) dv \quad (4)$$

Pour une structure à n couches homogènes planes, leur expression [1] est :

$$\phi_{ii} = \frac{1}{R^2 C} \sum_{m=1}^n C_m \times \left(\frac{R_m^2}{3} + R_m \times R_{m-e} + R_{m-e}^2 \right) \quad (5)$$

$$\phi_{ie} = \frac{1}{R^2 C} \sum_{m=1}^n C_m \times \left(-\frac{R_m^2}{3} + \frac{R_m \times R}{2} + R_{m-e} \times R_{i-m} \right) \quad (6)$$

$$C = \sum_{m=1}^n C_m \quad \text{et} \quad R = \sum_{m=1}^n R_m \quad (7-8)$$

Des parois possédant les mêmes facteurs de structure, la même résistance, la même capacité ont des comportements dynamiques similaires mêmes si, en détails, ils peuvent être différents [3].

2.2.2. Sollicitations harmoniques [4]

Les évolutions au cours du temps des températures extérieure et intérieure d'un bâtiment peuvent être décomposées en somme d'harmoniques de différentes périodes et amplitudes. Il s'avère que les harmoniques les plus significatives sont celles dont la période vaut 24h et 1 an.

On s'intéresse donc à la réponse de la structure à des sollicitations harmoniques. Soit les conditions aux limites suivantes : évolution sinusoïdale de la température de surface extérieure de période P et d'amplitude unitaire, température de surface intérieure égale à 0°C.

L'amplitude et le déphasage du flux surfacique q_s transmis de la structure 2D/3D vers l'intérieur peuvent être calculés par une méthode numérique et l'amplitude et le déphasage du flux surfacique q_s' transmis du mur équivalent 1D vers l'intérieur peuvent être déterminés à partir des équations 9 à 13, pour un mur à 3 couches, dérivées de la théorie de Pipes [5].

$$\begin{bmatrix} T_{se} \\ q'_{se} \end{bmatrix} = M \times \begin{bmatrix} T_{si} \\ q'_{si} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad M = \begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ M_{2,1} & M_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ E_3 & D_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ E_2 & D_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ E_1 & D_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$A_m = D_m = \cosh\left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}}\right) \quad (10)$$

$$B_m = \sinh\left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}}\right) / \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}} \quad (11)$$

$$E_m = \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}} \times \sinh\left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}}\right) \quad (12)$$

Dans les conditions citées, on obtient :

$$q_{si}'(P) = \frac{1}{M_{1,2}} \text{ et } q_{se}'(P) = \frac{M_{2,2}}{M_{1,2}} \quad (13)$$

Le but est que q_s et q_s' aient la même amplitude et le même déphasage.

2.3. Méthode proposée

- 1) Définition de la géométrie (structure 2D/3D) en plaçant les plans de coupe (adiabatiques) à 1m de l'élément perturbateur (sauf en cas de plan de symétrie plus proche) [6] et calcul du champ de température de cette structure en stationnaire, avec des conditions aux limites standards ($K_i=8W/m^2K$, $K_e=23W/m^2K$, $T_i=20^\circ C$, $T_e=0^\circ C$).
- 2) Redéfinition de la géométrie à étudier en plaçant les plans de coupe de telle sorte que les températures de surface les plus éloignées de l'élément perturbateur ne diffèrent pas de plus de $0.01^\circ C$ des températures de surface correspondantes à 1m de cet élément. Ces dernières devant correspondre à celles du calcul 1D. Le but poursuivi est de réduire la zone à étudier, en s'assurant de la conservation du flux et de l'adiabaticité de ces plans.
- 3) Calcul, en stationnaire, des facteurs de structure de cette géométrie 2D/3D à partir des conditions exposées au point 2.2.1. et des équations 1 à 4. \underline{R} est également déduit de cette simulation et \underline{C} est calculé de manière analytique.
- 4) Calcul, en dynamique, de l'amplitude et du déphasage des flux q_s (A et φ) au niveau de la surface intérieure et/ou extérieure, lorsque la structure est soumise à une sollicitation harmonique telle que détaillée au point 2.2.2. Δt vaut 1 à 2s dans la zone d'intérêt.
- 5) Calcul de la structure 1D équivalente : des combinaisons judicieuses des valeurs de R_1 et R_2 sont testées : R_3 , C_1 , C_2 et C_3 sont calculés (équations 5 à 8), de telle sorte que la structure équivalente possède les valeurs R , C , ϕ_{ii} , ϕ_{ee} , ϕ_{ie} identiques à celles de la structure 2D/3D. La structure retenue est celle minimisant la fonction d'erreur (14) :

$$Err = \sqrt{\left(\frac{A'_i(24h) - A_i(24h)}{A_i(24h)}\right)^2 + \left(\frac{\varphi'_i(24h) - \varphi_i(24h)}{\varphi_i(24h)}\right)^2 + \left(\frac{A'_e(24h) - A_e(24h)}{A_e(24h)}\right)^2 + \left(\frac{\varphi'_e(24h) - \varphi_e(24h)}{\varphi_e(24h)}\right)^2} \quad (14)$$

A' , A et φ' , φ sont l'amplitude et le déphasage des flux q_s' (déterminés via les équations 9 à 13) et q_s . L'indice i (e) se rapporte au flux sur la surface intérieure (extérieure).

- 6) Vérification de la structure équivalente : Les évolutions au cours du temps des flux aux surfaces intérieure et extérieure sont comparées entre la structure initiale et la structure équivalente. Ces structures sont soumises aux mêmes conditions extérieures (Figure 1).

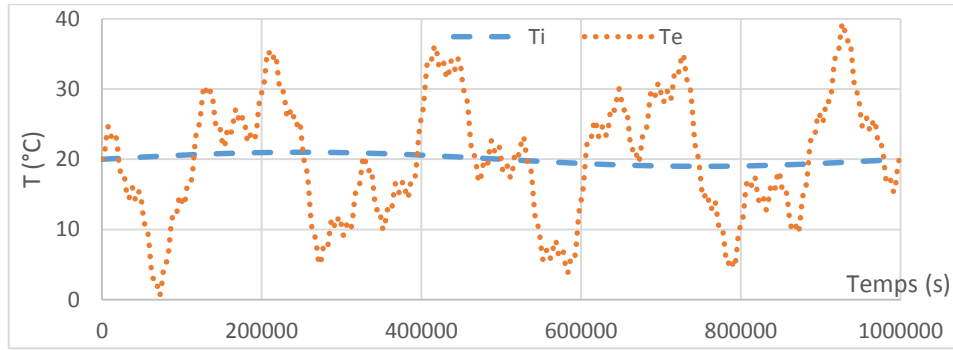


Figure 1 : Evolution des températures d'ambiances intérieure et extérieure au cours du temps

3. Application à un cas concret

Nous appliquons cette méthode à une structure 2D (coefficient de déperdition linéique $\Psi = 0.004 \text{ W/mK}$) d'un bâtiment passif inspiré de la base de données de la Plate-forme Maison Passive en Belgique. Il s'agit d'un raccord entre le mur extérieur et le plancher de l'étage. Sa géométrie est présentée sur la Figure 2 et ses propriétés sont reprises dans le Tableau 1.

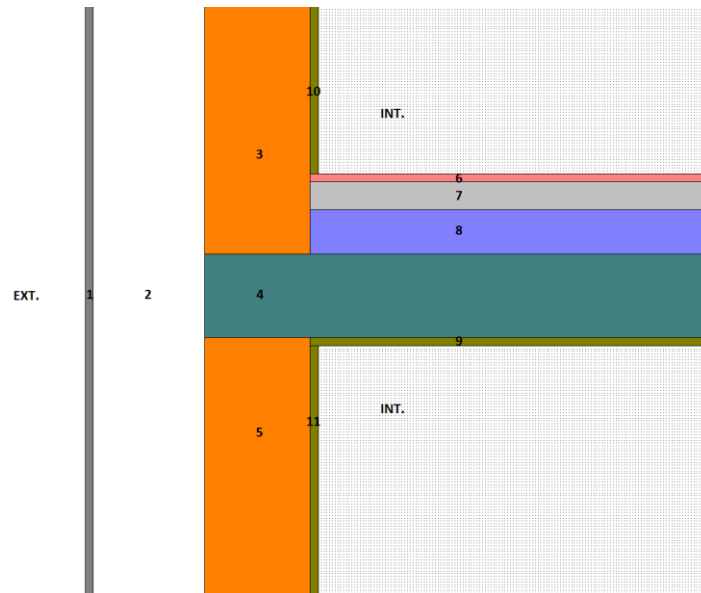


Figure 2 : Géométrie redéfinie de la structure étudiée

n°	Matériau	Hauteur	Largeur	λ	ρ	c
		mm	mm	W/mK	kg/m ³	J/kgK
1	Mortier	1060	15	0.3	1100	1000
2	PS expansé	1060	200	0.034	20	1450
3	Brique	445	190	0.26	850	1000
4	Béton armé	150	905	2.2	2400	1000
5	Brique	465	190	0.26	850	1000
6	Carrelage	15	715	1	2000	1000
7	Béton léger	50	715	0.41	1200	1000
8	Béton	80	715	0.8	1800	1000
9	Plâtre	15	715	0.52	1300	1000
10	Plâtre	300	15	0.52	1300	1000
11	Plâtre	450	15	0.52	1300	1000

Tableau 1 : Propriétés géométriques et physiques des éléments du détail

Les simulations numériques sont réalisées avec un logiciel aux éléments finis. 104153 éléments triangulaires sont utilisés, avec des fonctions de forme quartiques (≈ 1680000 ddl).

Nous obtenons les caractéristiques suivantes pour les structures 2D et équivalente :

<i>Structure 2D</i>	$S_e = 1.06 \text{ m}^2/\text{m}$	$S_{i, \text{tot}} = 2.15 \text{ m}^2/\text{m}$	$S_{i, \text{paroi courante}} = 0.75 \text{ m}^2/\text{m}$	
	$R = 6.16 \text{ mK/W}$	$C = 692281 \text{ J/mK}$	$A_i = 0.0342 \text{ W/m}$	$A_e = 1.43 \text{ W/m}$
	$\rightarrow 6.53 \text{ m}^2\text{K/W}$	$\rightarrow 653095 \text{ J/m}^2\text{K}$	$\rightarrow 0.0323 \text{ W/m}^2$	$\rightarrow 1.34 \text{ W/m}^2$
	$\phi_{ii} = 0.938$	$\phi_{ie} = 0.0166$	$\phi_i = -2.67 \text{ rad}$	$\phi_e = 1.40 \text{ rad}$
<i>Structure équiv. (int-1-2-3-ext)</i>	$R_1 = 0.21$	$R_2 = 6.32$	$R_3 = 6.E^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$	$S = 1.06 \text{ m}^2/\text{m}$
	$C_1 = 630311$	$C_2 = 6025$	$C_3 = 16759 \text{ J/m}^2\text{K}$	$\text{Err} = 0.062$

Tableau 2 : Caractéristiques des structures 2D et équivalente

Nous comparons les résultats, obtenus par simulation numérique (pas de temps = 2000 s), pour la structure initiale et la structure équivalente. Les conditions aux limites sont les suivantes : $K_i S_i = 17.2 \text{ W/K}$, $K_e S_e = 24.38 \text{ W/K}$, T_i et T_e voir Figure 1.

Cette comparaison est basée sur l'erreur moyenne, l'erreur maximale, l'erreur sur l'intégrale des valeurs positives et l'erreur sur l'intégrale des valeurs négatives, pour les flux surfaciques :

	<i>Ecart moyen</i>	<i>Ecart max</i>	<i>Ecart intégrale +</i>	<i>Ecart intégrale -</i>
	W/m	W/m	%	%
q_{si}	0.087	0.14	1.3	2.9
q_{se}	0.93	2.1	5.1	5.1

Tableau 3 : Comparaison des flux : 2D / équivalente

Le Tableau 3 nous montre que les résultats sont assez bons (quelques % d'erreur sur les intégrales). L'erreur est plus grande pour q_{se} car les conditions extérieures sont les plus variables et car $\max(q_{se}) \gg \max(q_{si})$. A noter que nous considérons la précision sur le flux intérieur prioritaire, c'est lui qui intervient dans le bilan pour la consommation énergétique du bâtiment.

Les évolutions au cours du temps des flux au travers de la surface intérieure pour les 2 structures sont représentées sur la Figure 3 : les 2 courbes se suivent très bien. A titre de comparaison, nous montrons également cette évolution pour la résolution dynamique du mur extérieur (mortier – PS expansé – brique – plâtre, sur une hauteur de 1.06 m) : au flux calculé, nous ajoutons, comme cela est fait dans TRNSYS, la déperdition supplémentaire due à ce pont thermique (son inertie propre n'est pas considérée) via (15) :

$$q_{si} = q_{si, \text{mur ext 1D}} + \Psi \times \Delta T \quad (15)$$

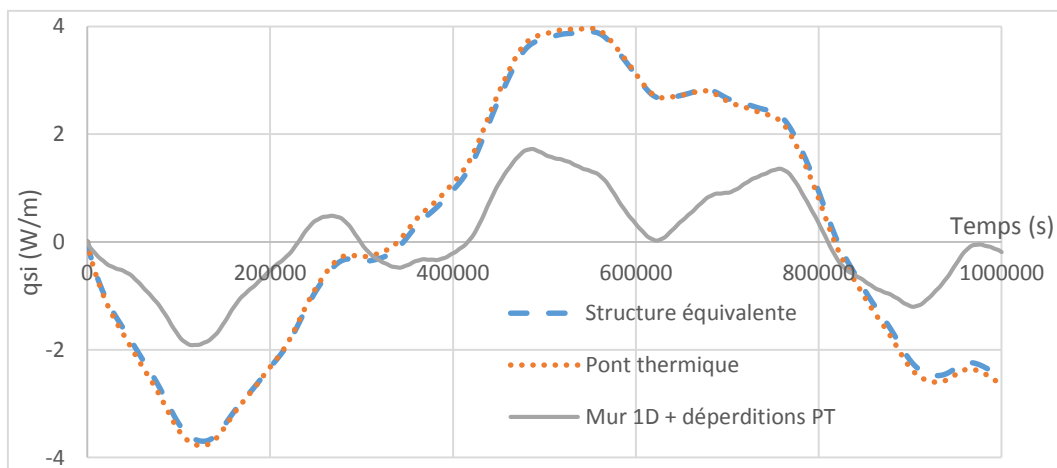


Figure 3 : Comparaison de l'évolution du flux intérieur : 2D / équivalente / 1D

3.1. Ajout d'un flux solaire

Afin de simuler la contribution du flux solaire, au niveau de la comparaison, un flux variable incident a été ajouté au niveau de la surface extérieure (Figure 4). En analysant les résultats du Tableau 4, nous voyons que les écarts restent du même ordre de grandeur (légère amélioration). Seul l'écart relatif sur l'intégrale - de q_{si} augmente, principalement dû à la diminution de sa valeur absolue (du fait de l'apport énergétique, la partie négative de q_{si} est moindre).

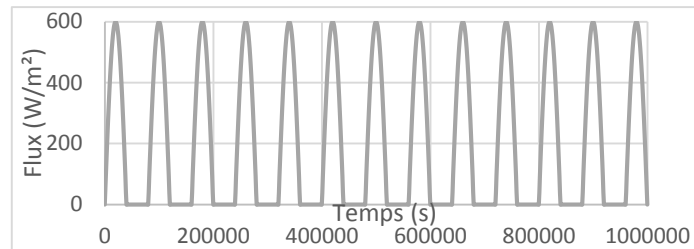


Figure 4 : Evolution du flux incident sur la surface extérieure

	<i>Ecart moyen</i>	<i>Ecart max</i>	<i>Ecart intégrale +</i>	<i>Ecart intégrale -</i>
	W/m	W/m	%	%
q_{si}	0.087	0.15	0.61	6.2
q_{se}	1.2	3.8	4.4	3.0

Tableau 4 : Comparaison des flux avec ajout d'un flux solaire : 2D / équivalente

3.2. Deux ambiances intérieures à température différente

Nous voulons voir si la méthode peut être appliquée dans le cas où les températures d'ambiance intérieure en-dessous (T_i : Figure 1) et au-dessus ($T_i : 18+2\sin(2\pi t/10^6)$) du plancher sont différentes. Pour déterminer la structure équivalente, nous utilisons la surface intérieure courante comme surface de référence ($S=0.75 \text{ m}^2/\text{m}$).

La structure 1D comprend alors 2 parties identiques soumises à des conditions différentes : on applique T_i de la Figure 1 aux $0.45 \text{ m}^2/\text{m}$ inférieurs et $T_i = 18+2\sin(2\pi t/10^6)$ aux $0.3 \text{ m}^2/\text{m}$ supérieurs¹, ces 2 parties étant limitées par des plans adiabatiques. A noter, pour la structure équivalente, que C^*S , R/S , R_1/R , R_2/R , R_3/R , C_1/C , C_2/C et C_3/C restent identiques à ceux de la structure équivalente du Tableau 2. Les résultats obtenus (Tableau 5) sont du même ordre de grandeur que précédemment.

	<i>Ecart moyen</i>	<i>Ecart max</i>	<i>Ecart intégrale +</i>	<i>Ecart intégrale -</i>
	W/m	W/m	%	%
q_{si}	0.13	0.91	1.4	4.7
q_{se}	0.93	2.2	5.2	5.1

Tableau 5 : Comparaison des flux pour des ambiances différentes : 2D / équivalente

3.3. Structure équivalente à 4 couches

Nous avons défini une structure équivalente à 4 couches respectant les mêmes contraintes que précédemment : conservation de R , C et des facteurs de structure et minimisation d'Err ($=0.039$). Les résultats obtenus lors de la comparaison (Tableau 6) montrent que le flux intérieur n'est pas plus précis (légère dégradation) mais il y a une belle amélioration côté extérieur.

¹ La subdivision de la structure équivalente, en une partie de $0.3 \text{ m}^2/\text{m}$ et une partie de $0.45 \text{ m}^2/\text{m}$, vient de la répartition de la surface intérieure courante de la géométrie initiale, au-dessus ($0.3 \text{ m}^2/\text{m}$) et en-dessous ($0.45 \text{ m}^2/\text{m}$) du plancher (Figure 2).

Néanmoins, cet effort ne se justifie pas vu la faible amélioration au niveau de la précision du flux intérieur, malgré la diminution de la valeur de la fonction d'erreur (de près de 40%).

	<i>Ecart moyen</i>	<i>Ecart max</i>	<i>Ecart intégrale +</i>	<i>Ecart intégrale -</i>
	W/m	W/m	%	%
q _{si}	0.11	0.17	1.4	3.4
q _{se}	0.77	2.2	0.82	0.73

Tableau 6 : Comparaison des flux : 2D / équivalente (4 couches)

4. Conclusion

Afin de pouvoir tenir compte simplement des aspects dynamiques et multidimensionnels des détails 2D/3D dans l'enveloppe d'un bâtiment, nous avons proposé une méthode de structure équivalente 1D à 3 couches. L'équivalence entre les deux structures se fait en garantissant la conservation de la résistance, de la capacité et des facteurs de structure ainsi qu'en s'assurant d'un comportement assez proche lors de sollicitations harmoniques (via une fonction d'erreur à minimiser).

L'ensemble des résultats montre une bonne précision de la structure équivalente, qui reproduit un comportement thermique similaire à celui de la structure 2D étudiée (raccord plancher - mur extérieur), et plus précis que pour une prise en compte classique (voir Figure 3).

Nous avons montré l'importance de tenir compte de la réponse à une sollicitation harmonique aussi bien du côté extérieur qu'intérieur, au niveau de la fonction d'erreur (d'autres formulations avaient été testées). De plus, l'ajout d'un flux solaire ne perturbe pas la précision de la structure et un premier test avec des températures d'ambiance intérieure différentes s'est avéré concluant. Finalement, nous avons montré que les efforts nécessaires pour déterminer une structure équivalente à 4 couches ne sont pas justifiés et, par conséquent, utiliser 3 couches est un compromis raisonnable entre précision d'une part et temps et complexité de calculs d'autre part.

Même si les premiers résultats sont encourageants, plusieurs améliorations sont souhaitées : étude plus approfondie de la fonction d'erreur et du comportement lors d'ambiances intérieures différentes, une bonne réponse à des sollicitations extérieures plus réalistes (afin de justifier le choix de l'harmonique de P=24h) et à des sollicitations intérieures plus sévères. Cette méthode sera évidemment étendue à d'autres détails 2D/3D.

Références

- [1] S. Carpenter, Advances in modelling thermal bridges in building envelopes, *Enermodal Engineering Limited* (2001).
- [2] J. Quinten et V. Feldheim, Etude comparative des méthodes simplifiées de prise en compte des ponts thermiques dans la simulation dynamique des bâtiments, *Proc. Congrès Français de Thermique 2014* (Lyon, 3-6 juin 2014).
- [3] J. Kosny et al., Multi-dimensional heat transfer through complex building envelope assemblies in hourly energy simulation programs, *Energy and Buildings 34* (2002), 445-454.
- [4] X. Xiaona et al., Equivalent slabs approach to simulate the thermal performance of thermal bridges in building constructions, *IBPSA, Proceedings Building Simulation* (2007), 287-293.
- [5] L. A. Pipes, Matrix Analysis of Heat Transfer Problems, *Journal, Franklin Institute, Vol. 263, No.3* (1957).
- [6] NBN EN ISO 10211, *Ponts thermiques dans le bâtiment - Flux thermiques et températures superficielles - Calculs détaillés*, 2007.