

Étude expérimentale de l'influence d'un chauffage localisé sur la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni dans une couche liquide en récipient cylindrique

R. Es Sakhy^{1,2}, S. Blancher¹, Y. Le Guer^{1,*}, K. El Omari¹, M. Médale³

¹ Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur Appliquées à la Mécanique et au génie Électrique (SIAME), Fédération CNRS IPRA, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Département GTE de l'IUT, avenue de l'Université, Pau, France.

² CORIA CNRS, UMR 6614, Site universitaire du Madrillet, 76801 Saint-Etienne du Rouvray, France.

³ IUSTI, UMR 7343 CNRS - Aix-Marseille Université, 5 rue Enrico Fermi, Technopôle de Château-Gombert, 13453 Marseille, France.

*(auteur correspondant : yves.leguer@univ-pau.fr)

Résumé - Nous reportons quelques unes des différentes structures d'écoulement, stationnaires ou dynamiques, qui ont pu être observées expérimentalement dans un récipient circulaire muni d'un chauffage localisé à sa base. Des gradients de température verticaux et horizontaux se développent dans la couche liquide, en raison du mode de chauffage localisé. Les profils de température non-uniformes résultent du transfert de chaleur conjugué entre la plaque métallique et la couche liquide. Ces profils ont une incidence importante sur l'apparition, la forme et la stabilité des cellules de convection observées. Des huiles silicones visqueuses, à nombre de Prandtl modéré, de différentes épaisseurs sont considérées pour étudier l'influence du rapport d'aspect de la couche liquide.

Nomenclature

d	épaisseur du substrat solide, m	σ	tension de surface, N m ⁻¹
e	épaisseur de la couche fluide, m	<i>Nombres adimensionnels</i>	
k	conductivité thermique, W m ⁻¹ K ⁻¹	Bi	nombre de Biot, $Bi = he/k_f$
R	rayon du récipient cylindrique, m	Bo	nombre de Bond, $Bo = Ra/Ma$
h	coefficient d'échange thermique, W m ⁻² K ⁻¹	K	rapport des conductivités, $K = k_s/k_f$
T	température, K	Ma	nombre de Marangoni, $Ma = \frac{e\Delta T}{\mu\alpha} \frac{\partial\sigma}{\partial T}$
<i>Symboles grecs</i>		Ra	nombre de Rayleigh, $Ra = g\beta\Delta Te^3/\nu\alpha$
Γ	rapport de forme, $\Gamma = R/e$	Pr	nombre de Prandtl, $Pr = \nu/\alpha$
α	diffusivité thermique, m ² s ⁻¹	<i>Indices et exposants</i>	
ρ	masse volumique, kg m ⁻³	f	fluide
ν	viscosité cinématique, m ² s ⁻¹	s	solide
μ	viscosité dynamique, kg m ⁻¹ s ⁻¹		

1. Introduction

L'étude des instabilités thermoconvectives d'une couche liquide contenue dans un récipient cylindrique est un problème classique de convection de la chaleur, qui a été largement étudié pour des conditions de chauffage uniforme [1]. L'apparition des cellules convectives peut être reliée à deux mécanismes. Le premier se réfère à la convection de Rayleigh-Bénard (RB) qui se développe en présence d'un champ gravitationnel lorsqu'une couche fluide est soumise à un écart de température déstabilisant, au delà d'une valeur seuil. Cette différence de températures induit des variations de masse volumique du fluide qui génèrent des forces de flottabilité

entraînant le mouvement du fluide. Le second mécanisme a trait à la convection de Bénard-Marangoni (BM) qui apparaît lorsque la surface supérieure est libre, une instabilité interfaciale se développe consécutivement à l'existence de gradients de tension de surface, eux-mêmes induits par des gradients de température surfaciques. Des écoulements locaux vont transporter les particules de fluide des zones chaudes de la surface vers des zones plus froides. De telles variations de température de la surface libre peuvent être par exemple provoquées par une source laser ou encore par un phénomène d'évaporation lorsque le liquide est très volatil. Dans la plupart des cas avec surface libre, les deux mécanismes d'instabilité coexistent et donnent naissance à la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni (RBM) qui résulte du couplage des deux mécanismes de convection précédemment décrits. La convection thermogravitaire (RB) peut être supprimée en l'absence de gravité, ou fortement réduite lorsque l'on considère une couche liquide d'épaisseur très petite. Des conditions de température non-uniforme imposées au niveau de la surface inférieure d'une couche liquide présentant une surface libre vont générer à la fois de la convection thermogravitaire (RB) mais aussi de la convection thermocapillaire (BM) (convection de RBM). C'est ce type d'écoulements que nous avons étudié, pour lesquels la stabilité de la couche liquide et la forme des cellules ont été observées en fonction des gradients de température par rapport à la position de la surface libre. Un flux de chaleur non-uniforme est induit au niveau de la surface inférieure de la couche liquide par un chauffage localisé imposé au travers d'une couche métallique (aluminium ou acier-inoxidable). L'influence de ce type de chauffage localisé sur l'apparition, la forme et la stabilité des cellules convectives observés sont analysés en fonction des paramètres de contrôle des instabilités que sont les nombres adimensionnels de Rayleigh (RB) et de Marangoni (BM).

2. Configuration et techniques expérimentales

2.1. Configuration expérimentale

La figure 1 présente un schéma du dispositif expérimental avec une vue en coupe diamétrale et une vue de dessus. Il est composé d'un récipient cylindrique en PVC (diamètre interne $D = 100$ mm), au fond duquel est placée une plaque métallique (substrat d'épaisseur $e = 5$ mm). Cette dernière est chauffée sur la partie centrale de sa face inférieure à l'aide d'une résistance électrique (réchauffeur polyamide "Thermofoil"). La résistance est très fine ($\approx 0,2$ mm) et de forme cylindrique. En faisant varier la conductivité thermique de la plaque (choix d'un métal

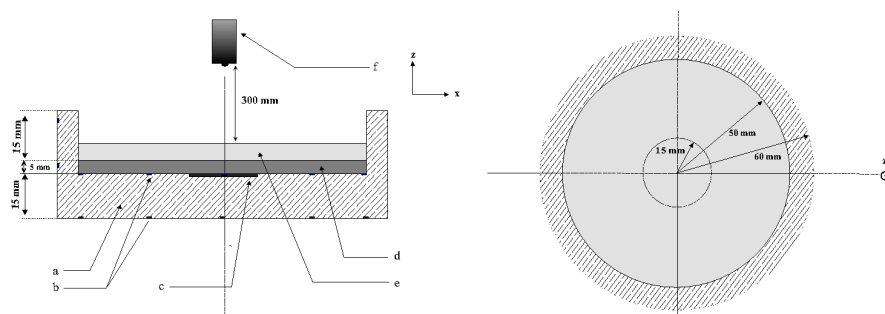


Figure 1: Schéma du dispositif expérimental (vue en coupe diamétrale (plan(x,z)) et vue de dessus, plan (x,y)) : (a) récipient cylindrique en PVC, (b) positions des thermocouples, (c) résistance électrique, (d) substrat solide, (e) couche fluide, (f) caméra infra-rouge.

différent, rapport de conductivité $K = k_{solide}/k_{liquide}$), on obtient des profils de température

plus ou moins aplatis à l'interface plaque-liquide. Ces profils de température non-uniforme résultent du transfert de chaleur conjugué (conduction/convection) entre la plaque métallique et la couche liquide. Dans notre étude, nous avons utilisé deux plaques métalliques différentes, l'une en alliage d'aluminium (type AU4G) qui permet d'obtenir un rapport des conductivités $K = 1060$ et l'autre en acier-inoxydable qui donne un rapport $K = 233$ [2]. Trois huiles de type silicone avec des nombres de Prandtl modérés sont utilisées ($Pr = 221$; 437 et 885) et différentes épaisseurs de couche liquide sont considérées ($e = 3$; 5 et 7 mm), conduisant à des rapports de forme $\Gamma = R/e$ de 7, 14 et 16, 66.

2.2. Techniques de mesures

La visualisation des motifs convectifs au niveau de la surface libre de la couche fluide en contact avec l'air se fait à l'aide d'une camera infra-rouge de type FLIR SC500. Celle-ci permet d'évaluer la distribution de la température au niveau de la surface libre à partir du rayonnement infra-rouge de celle-ci. Compte tenu de la précision de la caméra thermique et de l'incertitude sur la valeur de l'émissivité de la surface du liquide, l'incertitude sur valeur de la température mesurée est estimée à $\pm 1^\circ\text{C}$. Afin d'évaluer correctement le gradient de température de référence au travers de la couche liquide, il est nécessaire de connaître précisément la part du flux thermique communiquée à la couche fluide, et donc d'évaluer les pertes thermiques au travers de chacune des faces du récipient. Ces flux thermiques sont quantifiés à partir de relevés de température, à l'aide de plusieurs thermocouples positionnés au niveau de la plaque métallique, entre celle-ci et le récipient en PVC et sur les faces latérales. Même si le récipient, fabriqué en PVC, possède une faible conductivité thermique $k_{PVC} = 0.2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, les pertes thermiques relevées ne sont pas négligeables. Es-Sakhy [2] indique dans une étude détaillée la répartition de ces pertes d'énergie.

3. Résultats et discussions

Les résultats sont analysés en fonction des paramètres de contrôle de l'écoulement, définis par les nombres de Rayleigh et de Marangoni et le rapport de conductivité thermique K qui permettent de faire varier l'importance relative des gradients de température verticaux et horizontaux dans la couche liquide. Dans un premier temps nous avons mis en évidence la transition entre l'apparition des rouleaux toroïdaux et les cellules de Bénard-Marangoni, et avons montré ensuite comment les cellules de convection se réorganisent en fonction de l'évolution des couples de paramètres (Ma , Ra).

3.1. Caractérisation de la transition rouleaux toroïdaux - cellules de Bénard-Marangoni

La présence des gradients de température horizontaux, liée au chauffage localisé que nous imposons, empêche le développement d'une solution de conduction et l'existence d'un seuil pour l'apparition des premiers rouleaux convectifs. La détection des premières structures de convection n'est pas triviale car elle est liée à la résolution du système de mesure (indirecte via l'évolution de la température de surface). Nous préférons plutôt nous intéresser à la caractérisation de la bifurcation que nous avons pu observer expérimentalement entre deux types de structures convectives dissipatives, cette transition se produit lorsque le paramètre de contrôle augmente (ici la puissance thermique dissipée au sein de la couche fluide, traduite ensuite en termes de nombre de Rayleigh et de Marangoni). Elle n'a été que très peu observée expérimentalement, on peut citer les travaux de Koschmieder ([3] et [4] pour lesquels ont été mis en évidence ces rouleaux toroïdaux pour une couche d'huile silicone (de viscosité 100 Cs) de faible

épaisseur (1,37 mm) et une très faible différence de température entre les deux surfaces ($\Delta T = 0,38^\circ\text{C}$). Leurs conditions aux limites étaient cependant différentes : flux imposé uniforme pour la plaque inférieure et condition de conduction imposée au niveau de la frontière libre (celle-ci peut être obtenue en plaçant une plaque de verre à moins d'un demi-millimètre au dessus de la surface libre de sorte que les mouvements de convection libre soient réduits au maximum). Sur la figure 2, nous observons au bout de quelques minutes, le mécanisme de passage de la solution à rouleaux toroïdaux (RT) vers la solution avec cellules de Bénard-Marangoni (CBM), pour un nombre de Prandtl $Pr = 447$, pour une épaisseur de la couche liquide égale à 3 mm. Les rouleaux concentriques visibles sur la figure 2(a) sont rompus selon des rayons, la division des rouleaux toroïdaux donne naissance à une multitude de cellules de Bénard-Marangoni. Cette rupture semble se produire de la partie centrale vers l'extérieur du récipient. Le rouleau toroïdal qui touche le bord du récipient est en effet le dernier à être affecté par ce processus de division (cf. figure 2(b)). Sur la figure 2(b) nous distinguons 6 rouleaux toroïdaux, pour lesquels la longueur d'onde du rouleau extérieur semble être légèrement plus grande que celle des autres rouleaux. Le processus de division des rouleaux toroïdaux se fait de telle sorte que la dimension de la cellule créée dans la direction azimutale est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde selon le rayon de ces rouleaux toroïdaux. Ce qui fait qu'au final, toute la partie centrale de la surface du fluide est pavée de cellules de convection de type BM relativement régulières, ayant des dimensions caractéristiques très voisines (cf. Figure 2(c)). Les cellules du rouleau extérieur, qui sont fractionnées en dernier, sont d'une taille caractéristique légèrement supérieure. Le comportement particulier rencontré au voisinage de la paroi extérieure est lié au frottement pariétal. En effet, le rouleau toroïdal extérieur, tout comme les cellules de RB extérieures qui résultent de son fractionnement, ne subissent pas un frottement fluide/fluide comme les structures convectives intérieures, mais un frottement fluide/solide qui est plus important.

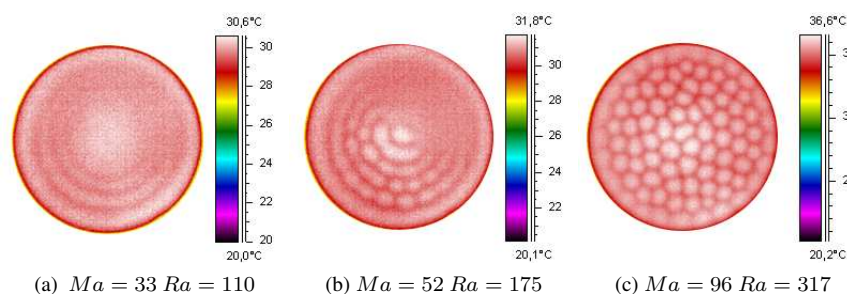


Figure 2: $Pr = 437$; $\Gamma = 16,66$ - Plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre.

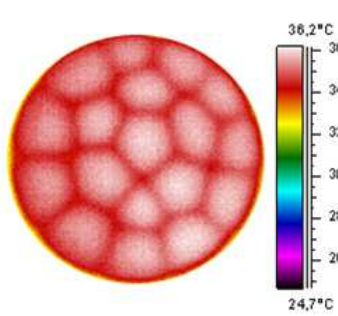
3.2. Cellules convectives observées avec la plaque d'aluminium ($K = 1060$)

Nous présentons sur la figure 3 les distributions de la température au niveau de la surface libre pour le rapport de forme $\Gamma = 7,14$ de la couche liquide en fonction des nombres de Marangoni et de Rayleigh (d'autres résultats, non présentés, existent pour des rapports de forme $\Gamma = 10$ et $\Gamma = 16,66$). Les images thermographiques de cette planche ont été rangées par ordre croissant du nombre de Marangoni (ou respectivement du nombre de Rayleigh). Les essais ont donc été réalisés pour des huiles différentes et à des jours différents. D'une façon générale, nous remarquons que la taille des cellules convectives augmente quand l'épaisseur de la couche fluide augmente et que la longueur d'onde est proportionnelle à l'épaisseur de la couche fluide. En même temps, le nombre de cellules diminue. Les mêmes caractéristiques ont

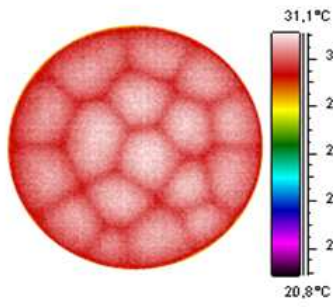
été observées expérimentalement par Maroto [6] et ont été prédites par la théorie de la stabilité linéaire [7] dans le cas d'un chauffage uniforme de la paroi inférieure d'une couche fluide contenue dans des récipients cylindriques. Pour $\Gamma = 7, 14$ nous remarquons une grande différence entre la taille des cellules obtenue pour de petits et grands nombres de Marangoni. Les cellules convectives sont organisées selon deux cercles concentriques et une zone centrale en dessous d'une certaine valeur du nombre de Marangoni, ici $Ma = 181$ pour $\Gamma = 7, 14$. Le rapport des forces thermogravitaires et des forces thermocapillaires est donné par le nombre de Bond dynamique $Bo = Ra/Ma$. Pour les résultats présentés, nous avons $Bo = 16, 2$. Ceci indique, qu'à priori les écoulements sont plutôt contrôlés par les effets thermogravitaires pour cette épaisseur de couche liquide. L'évolution du nombre total de cellules convectives en fonction du couple (nombre de Marangoni Ma ; nombre de Rayleigh Ra) est illustrée sur la figure 4, ainsi que quelques exemples de modes d'organisation des cellules convectives pour les trois rapports de forme étudiés $\Gamma = 16, 66$; 10 et $7, 14$. Nous remarquons que pour $\Gamma = 7, 14$, le nombre de cellules diminue avec l'augmentation des valeurs du couple ($Ma; Ra$) jusqu'à ce que, pour les grandes valeurs du couple ($Ma; Ra$) l'écoulement devienne instationnaire. Pour les rapports de forme $\Gamma = 16, 66$ et 10 , leur nombre diminue également d'une manière générale en même temps que les valeurs du couple ($Ma; Ra$). Finalement nous pouvons compter entre 11 et 18 cellules pour $\Gamma = 7, 14$, entre 15 et 33 cellules pour $\Gamma = 10$ et entre 62 et 87 cellules pour $\Gamma = 16, 66$ (les nombres de cellules correspondent au comptage effectué à partir des images de planches du type de celle de la figure 3).

3.3. Résultats obtenus avec la plaque d'acier-inox ($K = 233$)

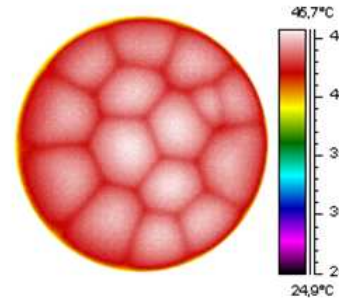
Avec la plaque métallique en acier-inox, le rapport des conductivités thermiques est maintenant beaucoup plus faible ($K = 233$), le profil de température à l'interface solide/liquide est de type gaussien mais présente un écart de température plus important entre les températures, maximale au centre et minimale sur le bord. La diffusion de la chaleur se fait alors préférentiellement dans la partie centrale chauffée et la composante horizontale du gradient de température est plus grande que dans le cas de la plaque d'aluminium. Ce genre d'études se rapproche de la situation des cavités chauffées différentiellement. Pour une cavité cylindrique chauffée seulement en son centre, Ezerski et al. [5] ont observé une bifurcation d'un régime stationnaire vers un régime d'ondes hydrothermales. Sur la figure 5(a), ($\Gamma = 10, Bo = 8, 3, Ma = 135, Ra = 1124$ et $Pr = 885$), nous obtenons une solution assez régulière avec une cellule centrale, très large, de forme circulaire, entourée d'un anneau de 15 cellules périphériques. Toujours pour le même fluide (cf. figure 5 (b)), lorsque le rapport de forme change ($\Gamma = 16, 66, Bo = 8, 3, Ma = 135, Ra = 1124$ et $Pr = 885$), la cellule centrale est plus petite et divisée en deux et nous avons la présence de deux anneaux périphériques concentriques avec 26 cellules contre le bord latéral et 18 cellules sur l'anneau intérieur. Quand le rapport de forme est le plus petit ($\Gamma = 7, 14, e = 3$ mm et $Bo = 16, 2$), sur la figure 6, nous n'observons plus de petites cellules convectives. Nous retrouvons la partie centrale chaude entourée d'un seul grand rouleau axisymétrique pour un nombre de Marangoni compris entre 91 et 473. Pour des nombres de Marangoni encore plus grands, nous observons l'apparition d'ondes périodiques qui se propagent du centre vers la paroi latérale. Ce type d'ondes périodiques pourrait correspondre au lâché, depuis la surface du fond, d'un panache de fluide chaud, ce panache en s'élevant finirait par venir en contact avec la surface libre et provoquerait l'apparition d'ondes radiales matérialisées par les isothermes concentriques que nous pouvons observer sur les images infrarouges. D'après l'étude de Garnier [8] la limite haute d'apparition pour les ondes hydrothermales serait voisine de $e_{crit} \simeq 3$ mm, or dans notre cas nous les observons pour une épaisseur $e = 7$ mm ($\Gamma = 7$ et $Bo = 16, 22$).



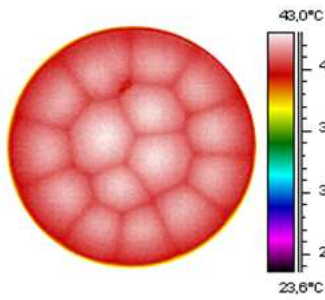
(a) $Ma = 91$ $Ra = 1640$ $Pr = 885$



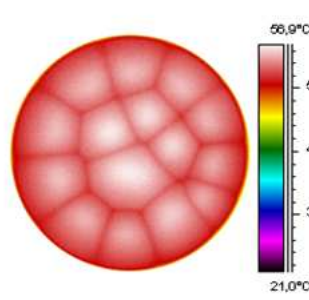
(b) $Ma = 181$ $Ra = 3259$ $Pr = 437$



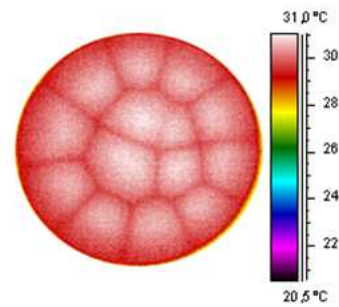
(c) $Ma = 265$ $Ra = 4318$ $Pr = 885$



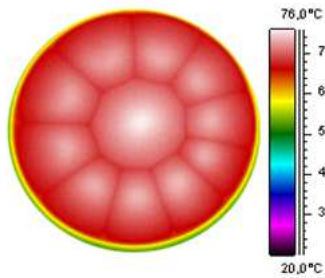
(d) $Ma = 522$ $Ra = 9418$ $Pr = 437$



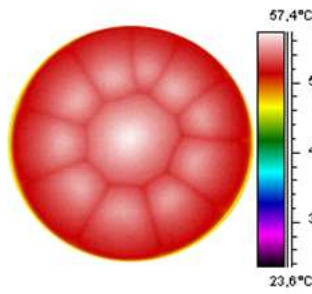
(e) $Ma = 534$ $Ra = 8665$ $Pr = 885$



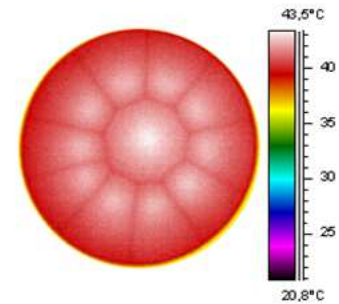
(f) $Ma = 676$ $Ra = 12438$ $Pr = 221$



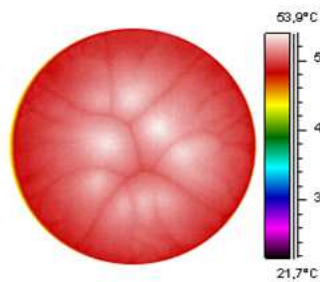
(g) $Ma = 522$ $Ra = 9418$ $Pr = 437$



(h) $Ma = 1238$ $Ra = 22325$ $Pr = 437$



(i) $Ma = 1760$ $Ra = 32350$ $Pr = 221$



(j) $Ma = 3336$ $Ra = 51345$ $Pr = 221$

Figure 3: *Plaque d'aluminium* ($K = 1060$) - *Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni et de Rayleigh, et pour un rapport de forme $\Gamma = 7, 14$ ($Bo=16, 2$).*

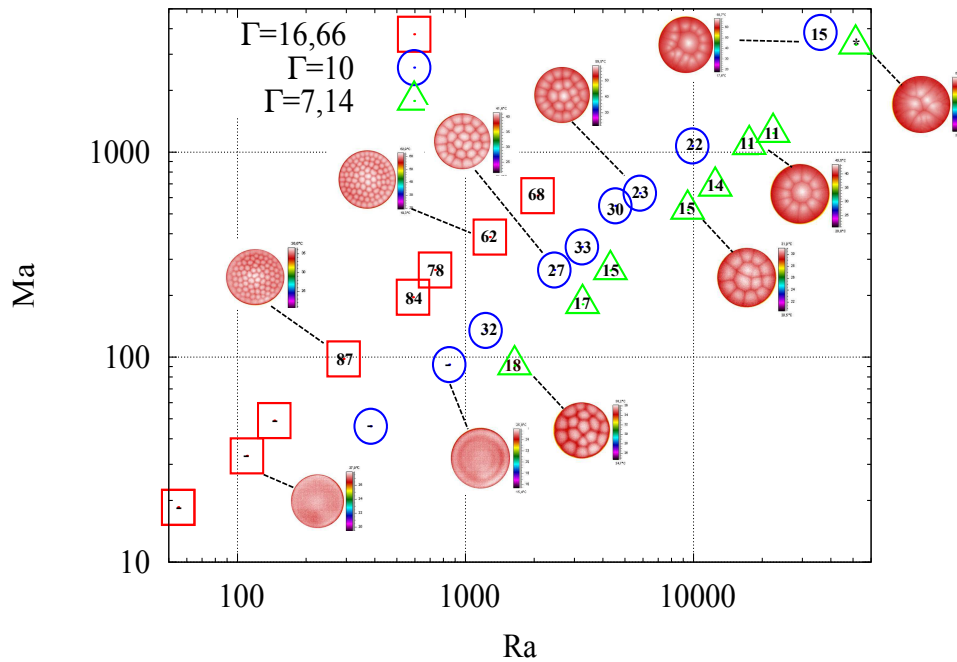


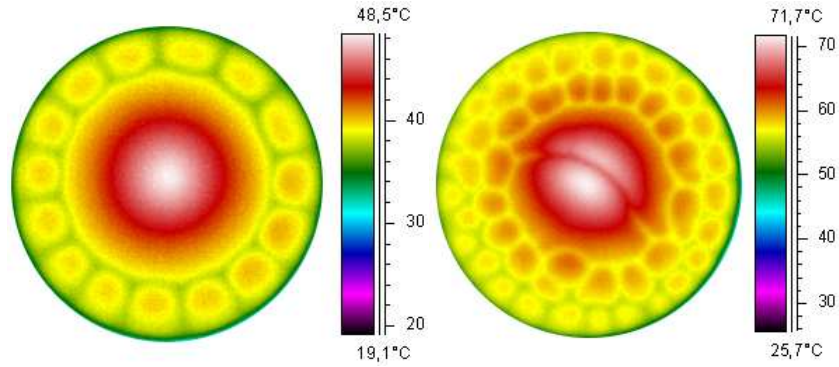
Figure 4: *Plaque d'aluminium ($K = 1060$) - Evolution du nombre total de cellules (N_c , indiqués à l'intérieur des formes en carré, triangle et rond) en fonction des nombres de Marangoni Ma et de Rayleigh Ra , pour les trois rapports de forme $\Gamma = 16,66$; 10 et $7,14$.*

4. Conclusion

Nous avons étudié expérimentalement l'influence d'un chauffage localisé sur la formation de structures convectives de Rayleigh-Bénard-Marangoni au sein d'une couche liquide horizontale avec surface libre, contenue dans un récipient cylindrique (de rapport de forme $7,14 < \Gamma < 16,66$) et doté d'un substrat en aluminium ou en acier-inox. Les structures convectives sont visualisées indirectement par thermographie infrarouge à la surface du liquide. Avec la plaque d'aluminium (très conductrice), nous avons pu observer des cellules convectives de Marangoni dont la taille augmente en même temps que l'épaisseur de la couche liquide contrairement au nombre total de cellules convectives qui lui diminue. Pour la plaque moins conductrice en acier-inox, la solution se développe pour les grands rapports de forme ($\Gamma=10$ et $\Gamma=16,66$) sous la forme d'une cellule centrale entourée de cellules périphériques, la cellule centrale se divise ensuite en plusieurs cellules lorsque le nombre de Marangoni augmente, une nouvelle bifurcation vers un état instationnaire sans cellule centrale se produit pour de plus grands nombres de Marangoni. Pour le petit rapport de forme $\Gamma = 7,14$, nous n'observons qu'un seul rouleau axisymétrique et l'apparition d'ondes progressives périodiques qui se propagent du centre vers le bord du récipient.

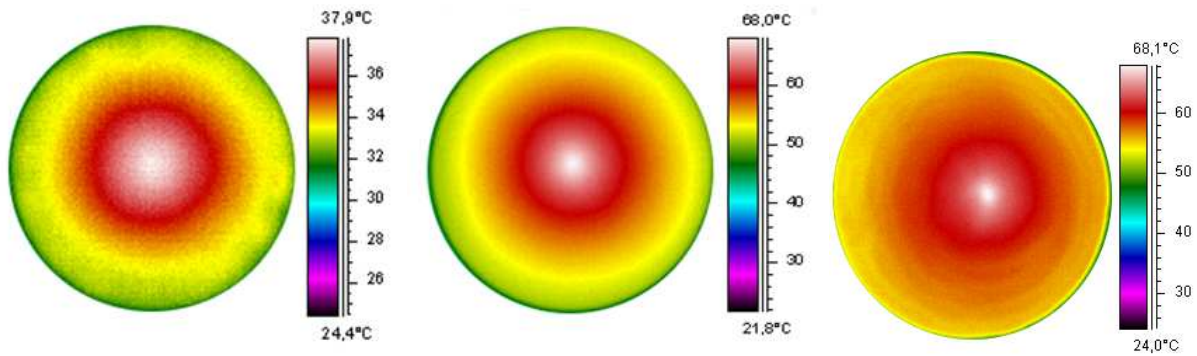
Références

- [1] M.F. Schatz and G.P. Neitzel, Experiments of thermocapillary instabilities, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 33 :93-127, 2001.
- [2] R. Es-Sakhy, Convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni en récipient cylindrique à fond conducteur soumis à un flux de chaleur localisé, *Thèse de doctorat de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour, Pau, France et de l'Université Ibn Zohr d'Agadir, Maroc*, décembre 2012.
- [3] E.L. Koschmieder, On convection under an air surface, *Journal of Fluid Mechanics* 30 :9-15, 1967.



(a) $\Gamma = 10$ $Ma = 135$ $Ra = 1124$ $Pr = 885$ (b) $\Gamma = 16,66$ $Ma = 196$ $Ra = 588$ $Pr = 885$

Figure 5: *Plaque d'acier ($K = 233$) - motifs convectifs visualisés par thermographie infrarouge pour différentes conditions expérimentales.*



(a) $Ma = 91$ $Ra = 1476$

(b) $Ma = 473$ $Ra = 7677$

(c) $Ma = 583$ $Ra = 9473$

Figure 6: *Plaque d'acier ($K = 233$) - Différentes solutions obtenues lorsque l'on augmente le paramètre de contrôle (ici la tension U). Le cas à $Ma=583$, $Ra=9473$, $\Gamma = 7,14$ et $Pr = 885$ est instationnaire et présente des ondes propagatives périodiques.*

- [4] E.L. Koschmieder et M.I. Biggerstaff, Onset of surface-tension-driven Bénard convection, *Journal of Fluid Mechanics* 167 :49-64, 1986.
- [5] A.B. Ezersky, A. Garcimartin, J. Burguete, H.L. Mancini, C. Perez-Garcia, Hydrothermal waves in Marangoni convection in a cylindrical container, *Physical Review E*, 47(2) :1126-1131, 1993.
- [6] J.A. Maroto, V.Pérez-Munuzuri, M.S. Romero-Cano, Introductory analysis of Bénard-Marangoni convection, *European Journal of Physics*, 28(311), 2007.
- [7] L. Rayleigh, On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 32(192) :529-546, 1916.
- [8] N. Garnier et A. Chiffaudel, Two dimensional hydrothermal waves in an extended cylindrical vessel, *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 19(1) :87-95, 2001.

Remerciements

Ce travail a été soutenu par le programme de coopération Maroc-France Volubilis (MA/09/214-Maroc, MA/09/213-France).