

# Amplification de l'instabilité hydrodynamique par pulsation d'un nano fluide durant le refroidissement des composants électroniques

Abdelouahab BOUTTOUT<sup>\*1</sup>, Smail BENISSAAD<sup>1</sup>, Farid BERRAHIL<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Énergétique Appliquée et de Pollution, Département de Génie Mécanique, Université Mentouri-Constantine 1, Route d'Ain El. Bey, Constantine 25000, Algérie.

<sup>\*</sup>(auteur correspondant : [Bouttout@gmail.com](mailto:Bouttout@gmail.com))

**Résumé** - L'objectif de ce travail est la détermination des largeurs des bandes de fréquences pour lesquelles le transfert de chaleur est maximum durant le refroidissement par nano fluide de neuf composants électroniques montés sur la paroi inférieure d'un canal horizontal. Les composants sont supposés des blocs identiques équidistants et chauffés uniformément. Les résultats montrent que l'écoulement de la convection forcée du nano fluide (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau) est instable pour un nombre de Reynolds critique ( $Re \approx 2000$ ). En plus, il est dominé par une fréquence principale caractérisée par le nombre de Strouhal ( $St \approx 1.40$ ). Le coefficient d'amélioration du transfert de chaleur en fonction de la fréquence de pulsation montre une augmentation du transfert thermique par rapport à un fluide ordinaire. Un accroissement considérable du transfert thermique des composants électroniques dans une bande de fréquences de [0.2-1.6] a été obtenu et atteint jusqu'à 170%.

## Nomenclature

### Symboles

*A* Amplitude d'oscillation  
*b* Espace entre les blocs, *m*  
*E* Coefficient d'amélioration du transfert de chaleur =  $\overline{Nu}_{EP} / \overline{Nu}_{NP}$   
*f* Fréquence dimensionnelle, Hz  
*g* Accélération de la pesanteur,  $m.s^{-2}$   
*k* Conductivité thermique,  $W.m^{-1}.^{\circ}K^{-1}$   
*L, H* Longueur et hauteur de la cavité, *m*  
*l, h* Longueur et hauteur des composants, *m*  
*N* Nombre de bloc  
 $\overline{Nu}$  Nombre de Nusselt moyen  
*P* Pression adimensionnelle  
*p* Pression, Pa  
*Pr* Nombre de Prandtl =  $\nu/\alpha$   
*Re* Nombre de Reynolds =  $U_0 H/\nu$   
*St* Nombre de Strouhal =  $fH/U_0$   
*T* Température, degré  
*t* Temps dimensionnel, *s*  
*U, V* Composantes adimensionnelles de la vitesse  
*u, v* Composantes dimensionnelles de la vitesse,  $m.s^{-1}$

*X, Y* Coordonnées cartésiennes adimensionnelles.

*x, y* Coordonnées cartésiennes dimensionnelles, *m*

### Lettres grecques

$\alpha$  Diffusivité thermique,  $m^2.s^{-1}$   
 $\beta$  Coefficient d'expansion thermique,  $^{\circ}K^{-1}$  =  $1/\rho_0(d\rho/dT)$   
 $\Phi$  Fraction de volume des nano particules  
 $\nu$  Viscosité cinématique,  $m^2.s^{-1}$   
 $\theta$  Température adimensionnelle  
 $\rho_0$  Masse volumique,  $Kg.m^{-3}$   
 $\tau$  Temps adimensionnel

### Indices / Exposants

*a* Air  
*EP* Écoulement pulsé.  
*f* Fluide  
*NP* Écoulement non pulsé.  
*Nf* Nano fluide  
*S* Particules solide  
 $*$  Valeur adimensionnelle  
*1* Entrée  
*2* Sortie

## 1. Introduction

Durant les dernières années le refroidissement des composants électroniques est devenu un domaine de recherche très active. La miniaturisation de ces composants implique une forte dissipation thermique et la technique de refroidissement est devenue plus compliquée. Afin d'améliorer les performances des systèmes électroniques et d'augmenter le transfert de chaleur des systèmes électroniques, plusieurs techniques passives et actives ont été proposées.

L'une de ces dernières est inspirée de l'instabilité de l'écoulement qui apparaît soit naturellement ou initiée par une pulsation forcée du fluide à l'entrée d'un canal [1, 3]. Moon et al. [4] ont montré expérimentalement que le transfert de chaleur par résonance thermique est dû à la géométrie rainurée du canal. Le temps de passage, les dimensions des rainures et la vitesse caractéristique de l'écoulement sont des paramètres qui favorisent ce phénomène. Récemment, Bouttout et al. [5] ont développé un modèle de convection forcée pulsée pour déterminer la largeur de bande de résonance où le transfert de chaleur est maximum. Les systèmes de refroidissement à air cités auparavant ne sont pas capables d'enlever les flux de chaleur pour certains équipements. Il est indispensable d'utiliser d'autres fluides caloporteurs plus performants. L'utilisation des nano fluides est devenue une technique efficace, car ces fluides assurent une bonne évacuation de la chaleur dissipée par les composants électroniques. Le terme « nano fluide » a été utilisé pour la première fois par Choi en 1995 [6]. Il a remarqué que la dispersion de 20% des nano particules de  $Al_2O_3$  dans l'eau augmente sa conductivité thermique de 1 jusqu'à 5%. Les anciennes générations des processeurs (CPU) contiennent 1.17 Milliard de transistors implémentés à l'intérieur, ce qui indique une quantité importante de la chaleur dissipée. La dissipation thermique résultant d'un processeur est de l'ordre de 110-140 W, elle augmente significativement avec la tension et la fréquence [7]. Putra et al. [8] ont étudié l'application des nano fluides dans une conduite compacte combinée avec un refroidisseur thermoélectrique. Leurs résultats montrent l'efficacité de ce système de refroidissement dans les applications électroniques. L'utilisation

de l'écoulement turbulent, des nano fluides ( $SiC$  et  $TiO_2$ ) comme fluide de refroidissement dans un mini canal, a été étudiée par Ijam et al. [9]. Ils ont montré que l'ajout des nano particules ( $SiC$  et  $TiO_2$ ) augmente la conductivité thermique du fluide (4% de fraction, 12.44% pour le  $SiC$  et 9.99% pour  $TiO_2$  pour la même fraction de volume).

Le présent travail examine la combinaison des deux méthodes citées auparavant : une méthode active (pulsation du fluide à l'entrée du canal) avec une méthode passive (l'ajout des nano particules- $Al_2O_3$  dans le fluide de base).

## 2. Géométrie et formulation mathématique

Nous considérons l'écoulement d'un nano fluide ( $Al_2O_3$ /eau) pulsé dans un canal horizontal ayant un rapport d'aspect  $L/H=40$  contenant neuf blocs identiques équidistants et chauffants uniformément (Figure 1). Les dimensions des blocs sont présentées comme dans le travail expérimental de Moon et al. [4] tel que:  $h/H=0.50$ ,  $l/h=2.00$ ,  $b/h=2.00$ .

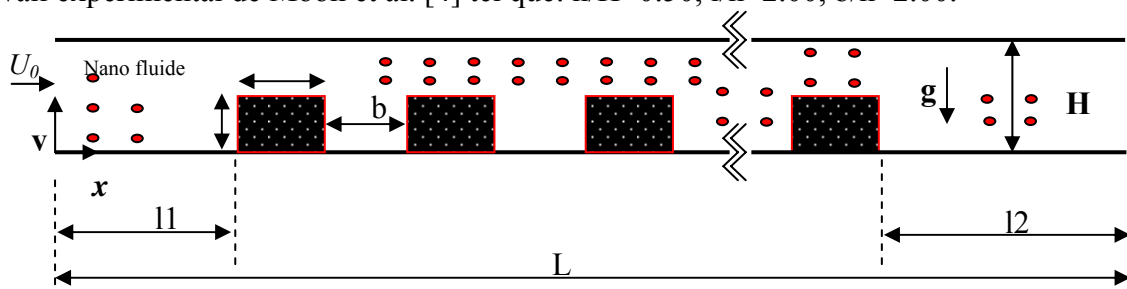


Figure 1 : Représentation schématique d'une Section de la configuration étudiée.

Le fluide de refroidissement est considéré comme étant du nano fluide ( $Al_2O_3$ /eau). Ce fluide est composé des nano particules métalliques d'oxyde d'aluminium ( $Al_2O_3$ ) dispersées dans un fluide de base lequel satisfait quelques hypothèses.

On suppose alors que les particules ne s'agglomèrent pas et la dissipation visqueuse est négligeable. Le fluide rentre dans le canal soit uniformément par une vitesse constante  $U_0$  soit pulsé par une fonction sinusoïdale.

En introduisant les variables dimensionnelles suivantes :  $X=x/H$ ,  $Y=y/H$ ,  $U=u/U_0$ ,  $V=v/U_0$ ,  $\tau=tU_0/H$ ,  $\theta=(T-T_a)/(T_s-T_a)$ ,  $P=(p-p_0)/\rho v^2$ , les équations gouvernantes s'écrivent alors :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}(UU) + \frac{\partial}{\partial Y}(UV) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{(1-\phi + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f})(1-\phi)^{2.5} \text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial U^2}{\partial Y^2} \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}(UV) + \frac{\partial}{\partial Y}(VV) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{(1-\phi + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f})(1-\phi)^{2.5} \text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial V^2}{\partial Y^2} \right\} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}(U\theta) + \frac{\partial}{\partial Y}(V\theta) = \frac{1}{(1-\phi + \phi \frac{\rho C_p s}{\rho C_p f})} \times \frac{2 - 2\phi + (1+\phi)(\frac{k_s}{k_f})}{2 + \phi + (1-\phi)(\frac{k_s}{k_f})} \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left\{ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right\} \quad (4)$$

La densité, la capacité thermique et le coefficient d'expansion thermique du nano fluide sont :

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (5)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (6)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s \quad (7)$$

La conductivité thermique du nano fluide est définie selon le modèle de Maxwell [8] :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{(k_s + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \phi(k_f - k_s)} \quad (8)$$

Les composants électroniques sont supposés des sources de chaleur donc, ils sont considérés isothermes, i.e.,  $\theta_s=1$ . Initialement le champ de calcul :

$$U=V=\theta=0 \quad (9)$$

Les conditions aux limites adimensionnelles sont :

$$\text{à } X=0, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad U=1+A \sin(2\pi St\tau), V=0, \quad \theta=0$$

$$\text{à } X=40, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$$

$$\text{à } Y=0, \quad 0 \leq X \leq 40, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (10)$$

$$\text{à } Y=1, \quad 0 \leq X \leq 40, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$$

### 3. Résolution numérique

Les équations (1)–(8) avec les conditions initiales et aux limites (9)–(10) sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis (Patankar [10]). Cette méthode est basée sur l'intégration des équations différentielles sur un volume de contrôle puis leur discrétisation pour obtenir un système d'équations algébriques. Le schéma des différences centrées est utilisé pour évaluer les flux convectifs et diffusifs à l'interface de chaque volume de contrôle.

Ce schéma satisfait les trois règles de Patankar [10] : (1) constance du flux aux interfaces des volumes de contrôle; (2) tous les coefficients de l'équation discrétisée ont les mêmes signes et (3) Pente négative dans le terme source linéarisé. Le couplage vitesse pression est résolu en utilisant l'algorithme SIMPLER [9]. Les calculs ont été réalisés avec un seul maillage  $602 \times 22$  points et avec un incrément de temps  $\Delta\tau=10^{-3}$ .

Pour le calcul du nombre de Nusselt moyen de chaque bloc nous avons utilisé la méthode de Simpson. Elle est basée sur l'intégration du nombre de Nusselt local sur la périphérie du bloc.

## 4. Résultats et discussions

### 4.1 Ecoulement sans pulsation ( $A=0.0$ )

#### 4.1.1. Validation du code de calcul

La figure 2 représente l'évolution du nombre de Nusselt moyen le long des blocs solides pour un écoulement non pulsé  $A=0$ ,  $Re=700$  (le fluide de refroidissement est de l'air,  $Pr=0.71$ ). Nos résultats numériques sont comparés avec le travail expérimental de Moon et al. [4]. Nous remarquons un bon accord avec les deux profils. Il est clair que le transfert de chaleur diminue graduellement et atteint une limite asymptotique, ce qui signifie que le régime d'écoulement se développe périodiquement le long des blocs solides puis aboutit à un régime établi à partir du cinquième bloc. À noter que le taux de réduction du nombre de Nusselt moyen entre le premier bloc et le neuvième est de l'ordre de 50% dans le cas de refroidissement par air et 38 % dans le cas de refroidissement par nano fluide ( $Al_2O_3$ -eau- $\Phi=8\%$ ). Nous constatons aussi que le gain en transfert de chaleur des deux méthodes est de l'ordre de 44 % pour les blocs amont et 20 % pour les blocs aval. Dans certains cas où les composants génèrent une quantité de chaleur le système de refroidissement par nano fluide déclenche et assure l'abaissement de la température.

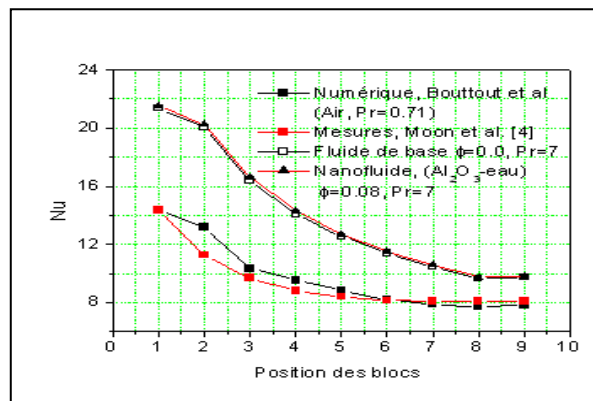


Figure 2 : Distribution du nombre de Nusselt le long des blocs.  $A=0.0$ ,  $Re=700$  (refroidissement par l'air,  $Pr=0.71$ ) et le refroidissement par un nano fluide ( $Re=700$ ,  $Al_2O_3$ /eau- $Pr=7.0$ ,  $\Phi=8\%$ ).

#### 4.1.2. Effet du maillage

Pour juger la fiabilité du code de calcul, il est recommandé de tester la sensibilité des résultats pour différents tailles de maillages :  $502 \times 11$ ,  $602 \times 22$  et  $702 \times 32$ . Le nano fluide est de l' $Al_2O_3$  avec une fraction de volume  $\Phi=10\%$  des particules solides et un nombre de Reynolds  $Re=50$ . Les caractéristiques physiques du nano fluide sont illustrées dans le tableau 1.

	$\rho$ kg.m <sup>-3</sup>	$C_p$ J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	$K$ W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Eau	997.1	4179	0.613
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3900	850	46
Nano fluide	1287.39	3170.51	0.666

Tableau.1 : Caractéristiques physiques du nano fluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ( $\Phi=10\%$ ).

Les courbes des Nusselt moyen des blocs (figure 3) montrent que le maillage 602×22 donne des valeurs de Nusselt moyenne acceptable. Afin d'optimiser le temps de calcul un maillage 602×22 et un incrément du temps  $\Delta\tau=10^{-3}$  ont été utilisés dans la suite du calcul.

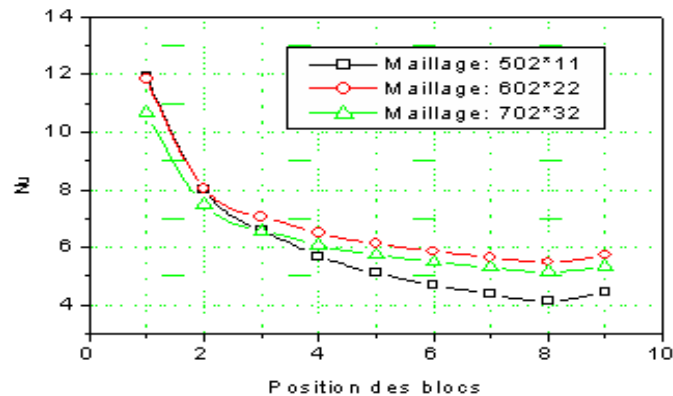


Figure 3 : Effet du maillage sur le nombre de Nusselt le long des blocs.  $Re=500$ ,  $\Phi=0.10$ .

#### 4. 1.3. Topologie de l'écoulement stationnaire

La figure 4 illustre l'évolution temporelle du nombre du nombre de Nusselt de chaque composant électronique (S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8 et S9). Nous remarquons que les courbes tendent vers une limite asymptotique, ce qui signifie que le régime d'écoulement est stationnaire. De plus, le nombre de Nusselt moyen pour les blocs en amont est plus grand que celui des blocs en aval.

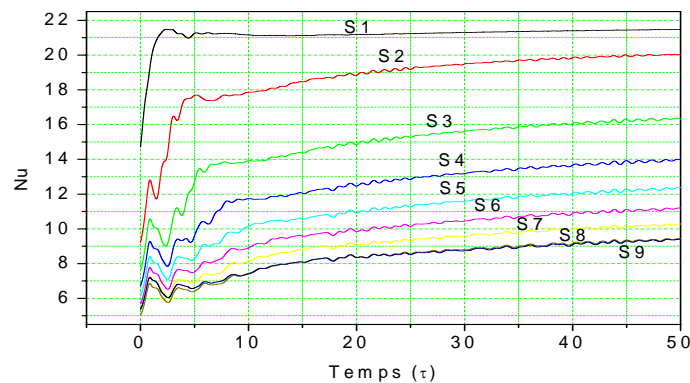


Figure 4 : Evolution temporelle des nombres de Nusselt des composants électroniques (S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8 et S9) pour  $Re=500$  et  $\Phi=10\%$ .

Sur la Figure 5 nous représentons les lignes de courant et les isothermes pour  $Re=500$ . Les isothermes sont regroupées près des blocs chauffés ce qui signifie un fort gradient de température dans cette zone et une couche limite thermique mince. Les zones entre les blocs sont caractérisées par le mode convectif ce qui est expliqué par les distorsions des isothermes.

Les lignes de courant sont parallèles à l'écoulement principal; à l'intérieur des blocs nous remarquons la création des vortex qui font l'échange avec le courant principal de l'écoulement; le nano fluide est séparé par la couche de cisaillement pour créer des tourbillons qui tournent dans le sens horaire.

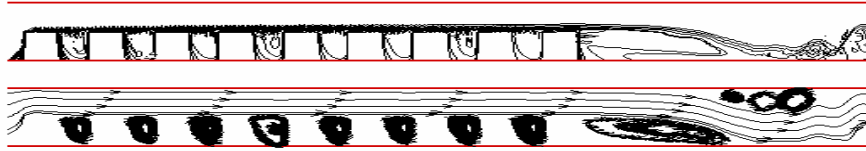


Figure 5 : Lignes des isothermes et lignes de courant pour  $Re=500$ ,  $A=0.0$  et  $\Phi=0.10$ .

La figure 6 montre l'évolution temporelle du nombre de Nusselt de chaque composant électronique (S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8 et S9) pour  $Re=2000$  et  $\Phi=10\%$ . Dans ce cas, Il est clair que le régime est instationnaire.

Le spectre de la composante de vitesse  $V$  montre que l'écoulement est instationnaire pour le nombre de Reynolds  $Re=2000$ . En plus, il est dominé par une fréquence principale caractérisée par le nombre de Strouhal de l'ordre de  $St=1.4$  (figure 7).

La fréquence obtenue, expérimentalement, dans le cas de l'air par J. W. Moon et al.[4], vaut 34 Hz. Dans notre calcul cette fréquence est calculée à partir de la formule suivante :

$$f=St.H/U_0 \text{ donc ; } f=1.25 \times 0.5/0.02=31.25 \text{ Hz.}$$

Sachant que :  $U_0=0.5\text{m/s}$  (vitesse à l'entrée du canal), avec  $H=0.02 \text{ m}$  (hauteur du canal) [4].

Les fréquences des harmoniques subordonnées représentent l'aspect non linéaire du régime dû à l'interaction entre les vortex qui se composent durant l'écoulement et le transfert de chaleur.

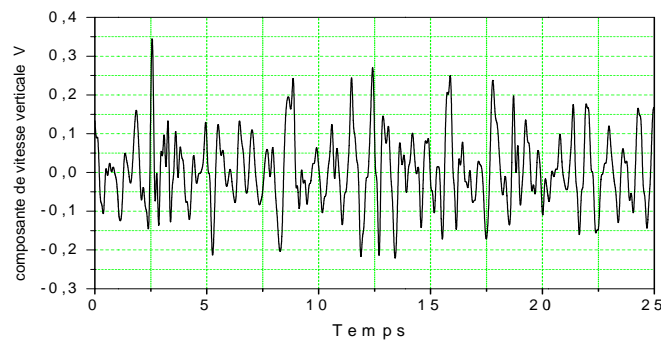


Figure 6 : Évolution temporelle de la composante de vitesse verticale au centre du canal pour  $Re=2000$ .

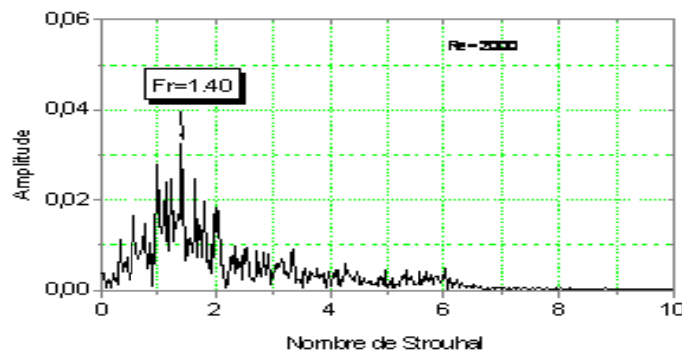


Figure 7 : Spectre de la composante de vitesse verticale ;  $Re=2000$ ,  $A=0.50$  et  $\Phi=0.10$ .

#### 4. 2. Ecoulement avec pulsation ( $A=50\%$ )

Dans cette section nous étudions la possibilité d'amélioration du transfert de chaleur des composants électroniques par pulsation du nano fluide à l'entrée du canal. Lorsque le fluide de refroidissement est l'air, il est pulsé par l'application d'une onde acoustique perpendiculairement à l'écoulement. Cette onde est générée par un générateur de fonction et un haut-parleur [5]. Dans le cas des systèmes refroidis par un nano fluide, le fluide est pompé par une pompe commandée par convertisseur de fréquences, qui assure une vitesse soit

constante ou variable. D'après J. W. Moon et al. [4], les paramètres qui caractérisent l'écoulement pulsé sont : le nombre de Reynolds moyen  $Re_m = U_0 H / \nu$ , l'amplitude de la vitesse pulsée  $A = U_p / U_0$  et le nombre de Strouhal  $St = fH / U_0$  (fréquence adimensionnelle). Lorsque le nano fluide est pulsé, le régime d'écoulement devient forcément instationnaire. Pour bien quantifier le transfert de chaleur dans le canal nous introduisons le coefficient E qui représente le rapport entre le nombre de Nusselt moyen lorsque l'écoulement est pulsé ( $A=0.50$ ) et le nombre de Nusselt sans pulsation (vitesse constante,  $A=0.0$ ) i.e.  $E = \overline{Nu_{EP}} / \overline{Nu_{NP}}$ .

La figure 8 illustre l'évolution temporelle des nombres de Nusselt moyen des blocs S1, S3, S5, S7 et S9 pour  $Re=500$  et une fréquence de pulsation à l'entrée  $St=0.4$ . Il est clair que les nombres de Nusselt moyen suivent une évolution périodique pour  $\tau > 20$ . En plus, les valeurs sont plus grandes pour les blocs en amont. La pulsation du nano fluide oblige l'écoulement et le transfert de chaleur à suivre un régime périodique pour la majorité des fréquences de pulsation.

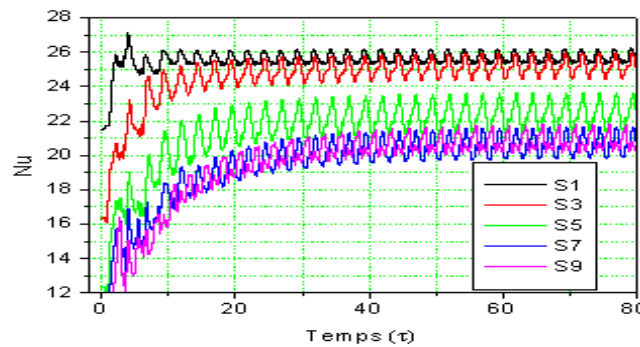


Figure 8 : Variation du nombre de Nusselt moyen des blocs S1, S3, S5, S7, S9 en fonction du temps pour  $St=0.4$ ,  $Re=500$ ,  $A=0.50$ .

L'effet de la fréquence de pulsation sur le transfert de chaleur pour  $Re=500$  est représenté dans la figure 9. Nous observons que le nombre de Nusselt augmente avec la fréquence de pulsation  $St$  pour atteindre des pics à des fréquences bien définies (appelées fréquence de résonance thermique [1]). Ensuite, il diminue et suit une limite asymptotique. Il finit par devenir pratiquement indépendant du nombre de Strouhal  $St$  (fréquence de pulsation) et tend vers la limite stationnaire (écoulement à vitesse uniforme  $U_0$  à l'entrée). A titre d'exemple les pics où le transfert de chaleur est maximum pour le troisième bloc sont obtenus pour  $St=0.3$ ,  $St=1.0$  respectivement. La bande de fréquence qui couvre les neuf blocs correspond à la bande de résonance thermique. Elle est obtenue facilement à partir de ces courbes. Elle varie entre  $[0.2-1.60]$ . En dehors de cette intervalle le gain en transfert de chaleur est presque insignifiant, il tend vers la valeur du transfert thermique dans le cas stationnaire (écoulement à vitesse uniforme  $U_0$  à l'entrée du canal).

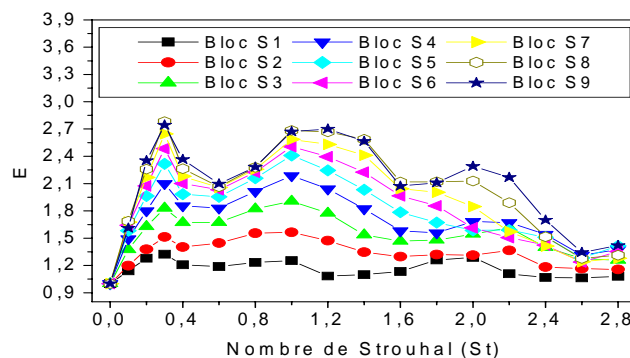


Figure 9 : Variation du coefficient d'amélioration du transfert de chaleur E en fonction de fréquence de pulsation  $Re=500$ ,  $A=0.5$  (50% de l'amplitude de la vitesse moyenne),  $\Phi=10\%$ .

### 3. Conclusion

En conclusion, l'écoulement de la convection forcée d'un nano fluide avec pulsation à l'entrée d'un canal muni des composants électroniques a été étudié numériquement. Les résultats montrent que la pulsation du nano fluide (10 % en volume des particules de  $Al_2O_3$ ), avec 50% de l'écoulement moyen et avec une bande de fréquence de [0.2-1.6] conduit à une augmentation du transfert de chaleur environ de 30%-170% et par conséquent un meilleur refroidissement des composants électroniques. Les résultats de ce travail peuvent être utilisés pour optimiser la puissance de pompage du nano fluide et dimensionner précisément les pompes de refroidissement des systèmes électroniques et aussi de contrôler les températures de fonctionnement des processeurs. Dans la pratique il existe des cas où les composants électroniques fonctionnent en intermittence donc la quantité de chaleur cédée est instationnaire (fonctions : sinusoïdal, onde carrée, onde dents de scie...). Il est plus commode de corriger la puissance de pompage du nano fluide qui correspond au phénomène de résonance thermique et corrélér à nouveau le transfert de chaleur avec les récents paramètres de l'écoulement.

### 4. Références

- [1] A. T. Patera, B. B. Mikic. Exploiting hydrodynamic instabilities. Resonant heat transfer enhancement. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 29, N° 8, pp. 1127-1138, (1986).
- [2] S. Y. Kim, B. Kang. Forced convection heat transfer from two heated blocks in pulsating channel flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, N° 3, pp. 625-634, (1998).
- [3] M. Greiner, P. F. Fischer, H. Tufò. Numerical simulations of resonant heat transfer augmentation at low Reynolds numbers, *Journal of Heat Transfer.*, Vol. 124, pp1-7, (December 2002).
- [4] J. W. Moon, S. Y. Kim, H. H. Chob. Frequency-dependent heat transfer enhancement from rectangular heated block array in a pulsating channel flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol, 48, pp. 4904–4913, (2005).
- [5] Abdelouahab Bouttout, Smail Benissaad, and Rachid Bessaih. Numerical study of forced convection in a horizontal channel with heated blocks due to oscillation of incoming flow. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 65: 584–600, 2014.
- [6] S. U. S. Choi. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. *Develop. Appl. Non Newtonian Flows*, Vol. , pp. 99-106, (1995).
- [7] N. Putra, Y. Ferdiansyah, N. Iskandar. Application of nanofluids to a heat pipe liquid-block and the thermoelectric cooling of electronic equipment. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 35, pp. 1274–1281, (2011).
- [8] A. Ijam, R. Saidur. Nanofluid as a coolant for electronic devices (cooling of electronic devices). *Applied Thermal Engineering*, Vol. 32, pp. 76-82,(2012).
- [9] J. Maxwell. A Treatise on Electricity and Magnetism, second ed., *Oxford University Press*, Cambridge, UK, (1904).
- [10] S. V. Patankar. Numerical heat transfer and fluid flow, *Hemisphere*. Washington, DC, (1980).