

Simulation numérique directe d'une cavité différentiellement chauffée à haut nombre de Rayleigh dans une cavité réaliste

Laurent CADET^{1,*}, Patrice JOUBERT¹, Anne SERGENT^{2,3}, Didier SAURY⁴

¹LASIE, CNRS UMR 7356, Université de La Rochelle, 17026 La Rochelle cedex 01

²LIMSI, CNRS UPR 3251, Campus de l'Université Paris-Sud ,91403 Orsay cedex

³Université Pierre et Marie Curie, UPMC, Paris 06, 4 place Jussieu, 75005 Paris

⁴Institut PPRIME, CNRS UPR 3346, CNRS-ENSMA-Université de Poitiers, Avenue C. Ader, BP 40109, 86961 Futuroscope cedex.

* (auteur correspondant : laurent.cadet@univ-lr.fr)

Résumé - Une simulation numérique directe de convection turbulente en cavité différentiellement chauffée remplie d'air est réalisée pour un nombre de Rayleigh de 4.10^{10} . La configuration étudiée reprend la configuration d'une cellule expérimentale. Une estimation expérimentale des champs thermiques pariétaux est utilisée dans la simulation comme condition limite de façon à modéliser le couplage conduction-convection-rayonnement en paroi. La comparaison des résultats numériques et des données expérimentales montre un bon accord sur les champs moyens.

Nomenclature

$\langle . \rangle$	moyenne temporelle
g	gravité, $m s^{-2}$
T_c	température à la paroi chaude, K
T_f	température à la paroi froide, K
T_0	température moyenne, K
ΔT	écart de température ($\Delta T = T_c - T_f$), K
A	rapport de forme, (-)
H	hauteur, m
L_x	largeur, m
L_y	profondeur, m
\vec{U}	vecteur vitesse adimensionnée (-)
p	pression motrice adimensionnée (-)

Lettres grecques

β	coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
κ	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
θ	température adimensionnée, (-)
τ_w	taux de cisaillement pariétal, (-)

Nombres sans dimensions

Pr	nombre de Prandtl (ν/κ)
Ra	nombre de Rayleigh ($g\beta H^3 \Delta T / \nu \kappa$)
S	stratification thermique centrale
Nu	nombre de Nusselt ($\partial\theta/\partial n$)

Indices et exposants

w	paroi
n	normale à la paroi

1. Introduction

Les écoulements turbulents de convection naturelle en cavité différentiellement chauffée sont présents dans de nombreuses situations de la vie courante, ou dans configurations industrielles (pièces de vie ou locaux techniques de bâtiments, façades double peaux, capteurs solaires, refroidissement de composants électroniques, ...). Une meilleure connaissance de ces écoulements, particulièrement en régime turbulent est nécessaire pour alimenter la mise au point ou l'amélioration de modèles simplifiés nécessaires en phase de conception et développement. Si depuis plusieurs décennies, ces écoulements ont déjà été largement étudiés, aussi bien numériquement [1] qu'expérimentalement [2], il a été récemment montré que le rayonnement thermique pouvait modifier la structure d'un écoulement d'air même à température modérée [3,4] et devait être pris en compte dans la modélisation numérique pour approcher des écoulements réalistes [5].

Des études numériques ont déjà été réalisées à de très hauts nombres de Rayleigh ($Ra=10^{11}$) [1], mais en considérant des écoulements modèles de convection naturelle pure. Or il a été montré que ces écoulements sont moins turbulents, et présentent une structuration différente de celle des écoulements en présence de rayonnement [4]. La prise en compte du rayonnement dans un code de convection peut se faire par le biais des distributions de température pariétales mesurées expérimentalement comme conditions limites aux parois. Cette méthodologie a été appliquée avec succès pour un nombre de Rayleigh modéré ($Ra=1,5.10^9$). Elle demande certes une connaissance préalable des champs de température aux parois, mais constitue une première étape dans l'étude de ce type d'écoulement, avant la mise au point d'une méthode plus prédictive basée sur la prise en compte explicite des couplages entre les différents modes de transfert de chaleur.

Dans ce travail, nous nous proposons de reprendre cette méthodologie pour une nouvelle configuration expérimentale située à l'institut PPRIME [2]. Il s'agit d'une cavité différentiellement chauffée remplie d'air de grande taille générant un écoulement fortement turbulent ($Ra= 4.10^{10} - 1.2 10^{11}$). Une simulation numérique directe est réalisée dans l'objectif de caractériser l'écoulement et de confirmer l'intérêt de la méthode en comparant les résultats obtenus numériquement avec les données expérimentales. L'article est organisé comme suit : après avoir décrit le modèle physique (section 2) et les méthodes numériques (section 3), les résultats sont présentés (section 4). Une conclusion est ensuite donnée (section 5).

2. Problème physique et équations

2.1. Configuration étudiée

L'écoulement est caractérisé par quatre nombres sans dimension : Pr , Ra et deux paramètres géométriques : les rapports d'aspect $A_x=L_x/H$, $A_y=L_y/H$.

Les paramètres du problème correspondent à ceux de l'expérimentation [2] schématisée sur la figure 1. Il s'agit d'une cavité différentiellement chauffée remplie d'air ($Pr = 0.71$), de hauteur $H = 3,84$ m, largeur $L_x = 1$ m et profondeur $L_y = 0,86$ m ($A_x=3.84$ et $A_y=0.224$). La différence de température ΔT appliquée à deux parois verticales opposées isothermes (T_c et T_f les températures des parois chaude et froide) impose à l'écoulement un régime turbulent à un nombre de Rayleigh de $Ra=4.10^{10}$. Les autres parois (plafond, plancher, faces avant et arrière) sont isolées et recouvertes sur leur face intérieure d'un film d'aluminium afin de minimiser les échanges radiatifs entre parois.

La prise en compte du couplage conduction-convection et rayonnement de ces parois est réalisée par l'introduction des distributions de température mesurées expérimentalement comme conditions limites thermiques. Ici, nous avons utilisé les répartitions expérimentales précédemment obtenues au sein d'une cavité cubique pour un nombre de Rayleigh de $1,5.10^9$ [6] comme conditions de Dirichlet sur les quatre parois passives de la cavité (conditions « FRC » dans [4]). La répartition de température de la configuration considérée ici n'était en effet pas connue au départ des présents calculs.

2.2. Equations régissant l'écoulement

L'approximation de Boussinesq des équations de Navier-Stokes est valide pour la configuration étudiée. Les équations sans dimension s'expriment sous la forme suivante :

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = -\nabla p + \frac{Pr}{\sqrt{Ra}} \Delta \vec{U} + Pr \theta \vec{z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{\sqrt{Ra}} \Delta \theta \quad (3)$$

Où $\vec{U} = (U, V, W)$, p et θ sont respectivement le vecteur vitesse, la pression motrice et la température adimensionnés ($\theta = (T - T_0)/\Delta T$). Les grandeurs de référence sont la hauteur de la cavité H , la différence de température ΔT , et la vitesse de convection naturelle $U_{ref} = \frac{\kappa}{H} \sqrt{Ra}$.

3. Méthodes numériques

Le code de simulation numérique directe FISSION, développé au LASIE se base sur une approche de parallélisation hybride MPI/OpenMP afin de permettre l'utilisation de grandes quantités de ressources de calcul. Les équations (éq. 1-3) sont discrétisées par une approche volumes finis sur maillage décalé. La discrétisation en espace est réalisée par un schéma centré simple d'ordre 2 pour les termes convectifs et diffusifs. Pour la discrétisation temporelle, un schéma d'Euler retardé du second ordre est employé pour le terme instationnaire et une extrapolation d'Adams-Bashforth est utilisée pour le terme convectif.

Au vu des contraintes de stabilité sur les termes convectifs ($CFL = w dt_{CFL}/dx \leq 1$, w étant la vitesse caractéristique, dx la métrique et dt le pas de temps) et sur les termes diffusifs (Von-Neumann-Number $VNN = \frac{\kappa dt_{VNN}}{dx^2} \leq 1/6$), les simulations montrent que pour des nombres de Rayleigh $Ra \gtrsim 2 \cdot 10^9$, la contrainte sur le pas de temps diffusif dt_{VNN} est moindre que sur dt_{CFL} . Ainsi, le terme diffusif peut être traité explicitement, ce qui permet de s'affranchir de la résolution d'un problème de Helmholtz pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

Le couplage vitesse-pression est assuré par une méthode de prédiction-corrrection conduisant à la résolution d'un problème de Poisson par une méthode directe basée sur la bidiagonalisation partielle de l'opérateur associée à la résolution d'un problème tridiagonal pour la troisième direction par la méthode TDMA. Cette approche permet une excellente répartition des tâches sur l'ensemble des processus MPI assurant un bon équilibrage des charges du cluster de calcul et minimisant les transferts interprocessus.

4. Résultats

Le calcul a été réalisé sur un maillage resserré au niveau des parois suivant une loi en tangente hyperbolique dont les caractéristiques sont données dans le tableau 1. Les valeurs maximales des unités de parois montrent que ce maillage est suffisant pour réaliser des simulations directes dans la configuration étudiée. De façon à réduire le coût de calcul, les simulations sont effectuées à CFL constant (ici 0,5 en raison du schéma numérique appliqué), ce qui conduit à un pas de temps de l'ordre de $3 \cdot 10^{-4}$.

ni	nj	nk	max (x ⁺)	max (y ⁺)	max (z ⁺)	x ₁ ⁺	y ₁ ⁺	z ₁ ⁺
340	200	900	0,72	0,91	0,81	2.10 ⁻⁴	4,5.10 ⁻⁴	3,8.10 ⁻⁴

Tableau 1 : Caractéristiques du maillage : (ni, nj, nk) nombre de points suivant (x,y,z), (x⁺, y⁺, z⁺) : unités de parois, (x₁⁺, y₁⁺, z₁⁺) : position des premiers nœuds suivant (x,y,z)

La simulation a été initialisée grâce à un jeu de données issu d'une simulation des grandes échelles réalisée dans la même configuration. Les statistiques ont été évaluées sur 100 unités de temps convectif après une période de transition estimée à 35 unités de temps. A titre indicatif, les résultats présentés, obtenus sur plusieurs clusters de calcul, ont nécessité environ 218000 h CPU sur 256 processeurs.

4.1. Description de l'écoulement

L'écoulement général est caractérisé par des couches limites le long des parois actives, qui produisent une circulation générale du fluide dans la cavité enserrant une zone centrale de plus faible dynamique. Afin de capter correctement les structures présentes dans ces couches limites et le transfert thermique pariétal, la simulation a été réalisée sur un maillage adapté en proche paroi, ce qui se traduit par des valeurs de (x^+ , y^+ et z^+) très faibles (cf. tableau 1). Sur la figure 1 (*milieu et droite*), nous observons les structures tourbillonnaires (« streaks ») présentes dans la couche limite, représentées par des iso-contours de vorticité suivant z qui témoignent de la richesse topologique de l'écoulement.

Le profil vertical du champ de température moyen $\langle \theta \rangle$ le long de la ligne centrale de la cavité (fig. 2) présente une stratification très linéaire sur la quasi-totalité de sa hauteur, ce qui est très différent des profils habituellement obtenus en cavité différentiellement chauffée parfaitement adiabatique (voir la figure 4 de [1]). Cette observation avait déjà été faite en cavité carrée $A_x=1$ pour un nombre de Rayleigh inférieur [4].

L'évaluation du nombre de Nusselt Nu permet de caractériser les échanges de chaleur pariétaux. Le nombre de Nusselt global intégré le long de la ligne verticale médiane de la paroi chaude ($Nu_{1D,hot} = \int_0^1 Nu \left(0, \frac{A_y}{2}, z\right) dz$) est égal à 180,5, alors que le nombre de Nusselt global intégré sur toute la paroi chaude est égal à 180,0. Ceci est cohérent avec des études précédentes dans des configurations semblables [7], mais cet écart reste ici très faible en raison de la valeur élevée de Ra .

Le nombre de Nusselt intégré sur la ligne médiane de la paroi haute $Nu_{1D,top}$ ($Nu_{1D,top} = \frac{1}{A_x} \int_0^{A_x} Nu \left(x, \frac{A_y}{2}, 1\right) dx$) est égal à 41,02, ce qui représente environ 23% de $Nu_{1D,hot}$. Ceci confirme que l'hypothèse d'adiabaticité appliquée aux parois haute et basse serait, pour la configuration retenue, loin de modéliser correctement les échanges thermiques pariétaux. Le couplage thermique pariétal conduction-convection-rayonnement est donc à prendre en compte, au moins implicitement par l'imposition d'une distribution de température comme dans la présente étude, si on veut pouvoir approcher correctement la dynamique de l'écoulement.

Les profils le long des lignes médianes du taux de cisaillement pariétal adimensionné $\tau_w = \frac{\partial u_t}{\partial n_{wall}}$ (où u_t est la composante tangentielle de la vitesse par rapport à la paroi) et du nombre de Nusselt local sont tracés sur la figure 3. Ils présentent ainsi une allure tout à fait similaire à ce qui a été observé à $Ra_H = 1,5 \cdot 10^9$ [4]. Cependant, tout comme pour la stratification thermique de la figure 2, on observe des irrégularités qui indiquent la difficulté d'obtenir des résultats convergés statistiquement en dépit d'un temps d'accumulation déjà important (100 unités de temps convectif).

4.2. Comparaison avec les données expérimentales

Dans le cadre de l'étude expérimentale de la grande cavité [2], les profils horizontaux des moyennes temporelles des vitesses horizontale $\langle U \rangle$ et verticale $\langle W \rangle$ sont disponibles à deux altitudes, $z/H=0,7$ et $z/H=0,85$ ainsi que le long de la ligne verticale centrale sur environ 15% de la partie haute de la cavité. Les figures 4 à 6 présentent une comparaison entre les profils mesurés expérimentalement et ceux obtenus numériquement.

Tout d'abord, considérons les profils tracés dans la partie supérieure de la couche limite verticale chaude (fig. 4 et 5-gauches). De manière générale, nous pouvons observer une bonne

représentation de la vitesse verticale $\langle W \rangle$ même si de faibles écarts sont observables à $z/H=0,7$ avec une surestimation du pic de vitesse et une la zone de recirculation légèrement sous-estimée en partie externe de la couche limite. Les profils de vitesse horizontale paraissent moins satisfaisants. En particulier l'écoulement de retour qui alimente la couche limite semble mal approché numériquement. Il faut cependant noter les faibles valeurs de la vitesse horizontale les rendant à la fois plus sensibles aux incertitudes de la condition limite thermique imposées aux parois passives, aux erreurs de mesure et à l'approximation numérique.

Les profils de vitesse $\langle U \rangle$ et $\langle W \rangle$ dans la partie inférieure de la couche limite froide sont reportés sur les figures 4 et 5 (*droites*). On note à $z/H=0,85$ (fig. 4 *droite*), la présence d'une couche limite plus épaisse que celle observée expérimentalement, mais une allure plutôt satisfaisante de la vitesse horizontale $\langle U \rangle$. La comparaison en $z/H=0,85$ est bien meilleure pour $\langle W \rangle$, ce qui laisse penser que la solution numérique représente bien la structure de l'écoulement dans les parties amont et aval des couches limites, mais moins dans la partie proche de la zone de transition laminaire-turbulent (à environ 15% du début de la couche limite). Numériquement, la transition turbulente semble être prédite trop tôt, épaississant ainsi la couche limite. Ceci reste cependant à confirmer lorsqu'une meilleure convergence statistique de la solution numérique aura pu être obtenue.

Une autre composante importante est l'étude du jet horizontal le long de la paroi haute. Sur la figure 6, nous pouvons observer une bonne représentation de la solution numérique par rapport au profil observé expérimentalement bien que l'épaisseur du jet soit sous-évaluée.

De manière générale, les écarts sur les profils de vitesse ont tendance à diminuer avec l'accumulation des grandeurs statistiques ce qui est très encourageant.

Un élément très sensible des écoulements en cavité concerne la stratification thermique au

centre de la cavité, $S = \frac{\partial \theta}{\partial z_{(A_x/2; A_y/2; 1/2)}}$, qui est très sensible aux conditions imposées sur les

parois [2]. Les études expérimentales mettent cependant en évidence la même linéarité du profil de stratification centrale, que nous observons numériquement sur la figure 2. La valeur de la stratification centrale obtenue numériquement est $S=0,452$, ce qui est en bonne concordance avec la valeur mesurée expérimentalement ($S=0,47$).

Enfin, en ce qui concerne les échanges pariétaux le long de la ligne médiane de la paroi chaude, la relation obtenue expérimentalement pour des valeurs du nombre de Rayleigh supérieures à $2 \cdot 10^9$ est $Nu = 0,046 Ra_H^{1/3}$ [8], ce qui conduit à une estimation de 157,3 dans notre cas. La valeur numérique de 180 est supérieure et n'évolue plus de manière significative au cours des calculs. Cet écart, tout comme celui observé précédemment pour la zone de transition laminaire-turbulente, est peut-être en partie explicable par l'imposition d'une loi de température pariétale qui est un modèle et ne reflète pas complètement les distributions pariétales de température dans la cavité actuelle (les lois de répartitions observées pour une cavité cubique à $Ra=1,5 \cdot 10^9$ ont été simplement "étirées" pour les adapter à la géométrie de la cavité présente). De plus, les travaux d'Ibrahim et al. [9] en 2D et Soucasse et al. [3] en 3D ont mis en évidence l'influence du rayonnement volumique sur les échanges pariétaux (Nusselt plus élevés lorsque les simulations ne prennent pas en compte ce rayonnement). L'implémentation dans notre code d'un couplage explicite convection-rayonnement permettra ainsi d'étudier en détail l'influence du rayonnement tant surfacique que volumique sur l'écoulement à des nombres de Rayleigh plus élevés.

5. Conclusion

Une simulation numérique directe de convection turbulente en cavité différentiellement chauffée remplie d'air a été réalisée dans une configuration correspondant à une cellule expérimentale. Des distributions de température modèles issues de mesures expérimentales ont été appliquées en conditions limites pour tenir compte du couplage conduction-convection-rayonnement en paroi dans un code de convection pure. Les champs moyens obtenus numériquement et expérimentalement sont comparés. Les premiers résultats obtenus montrent un bon accord, malgré une prise en compte simpliste des couplages thermiques pariétaux et des calculs pas encore tout à fait convergés. Ces résultats, une fois mieux convergés et validés grâce aux mesures expérimentales, permettront de mieux appréhender les particularités des écoulements réalistes (car tenant compte des couplages thermiques aux parois) à très hauts nombres de Rayleigh.

Références

- [1] F.X. Trias, A. Gorobets, M. Soria, A. Oliva, Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to 1011 – Part I: Numerical methods and time-averaged flow, *IJHMT*, (53), 2010, 665-673.
- [2] D. Saury, N. Rouger, F. Djanna, F. Penot, Natural convection in an air-filled cavity: Experimental results at large Rayleigh numbers, *ICHMT*, (38), 2011, 679-687.
- [3] L. Soucasse, P. Rivière, S. Xin, P. Le Quéré, A. Soufiani, Numerical study of coupled molecular gas radiation and natural convection in a differentially heated cubical cavity, *Computational Thermal Sciences*, (4), 2012, 335-350.
- [4] A. Sergent P. Joubert, S. Xin, P. Le Quéré, Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities Part II, *IJHFF*, (39), 2013, 15-27.
- [5] S. Xin, J. Salat, P. Joubert, A. Sergent, F. Penot, P. Le Quéré, Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities Part III : A full convection–conduction–surface radiation coupling, *IJHFF*, (42), 2013, 33-48.
- [6] J. Salat, Contribution à l'étude de la convection naturelle tridimensionnelle en cavité différentiellement chauffée, mémoire de thèse, Université de Poitiers, 2004.
- [7] E. Tric, G. Labrosse, M. Betrouni, A first incursion into the 3D structure of natural convection of air in a differentially heated cubic cavity, from accurate numerical solutions, *IJHMT*, (43), 2000, 4043-4056.
- [8] P. Belleoud, D. Saury, P. Joubert, D. Lemonnier, F. Djanna, Experimental investigations in an air-filled differentially heated cavity at large Rayleigh Numbers, *Journal of Physics : Conf. Series* 395, 2012.
- [9] A. Ibrahim, D. Saury, D. Lemonnier, Coupling of turbulent natural convection with radiation in an air-filled differentially-heated cavity at Ra 1,5.10⁹, *Computers & Fluids*, (88), 2013, 115-125.

Remerciements

Une partie de ces travaux a bénéficié d'un accès aux moyens de calcul de l'IDRIS au travers de l'allocation de ressources 2013-0326 attribuée par GENCI. L'autre partie des calculs a été réalisée sur les clusters du laboratoire LIMSI à Orsay.

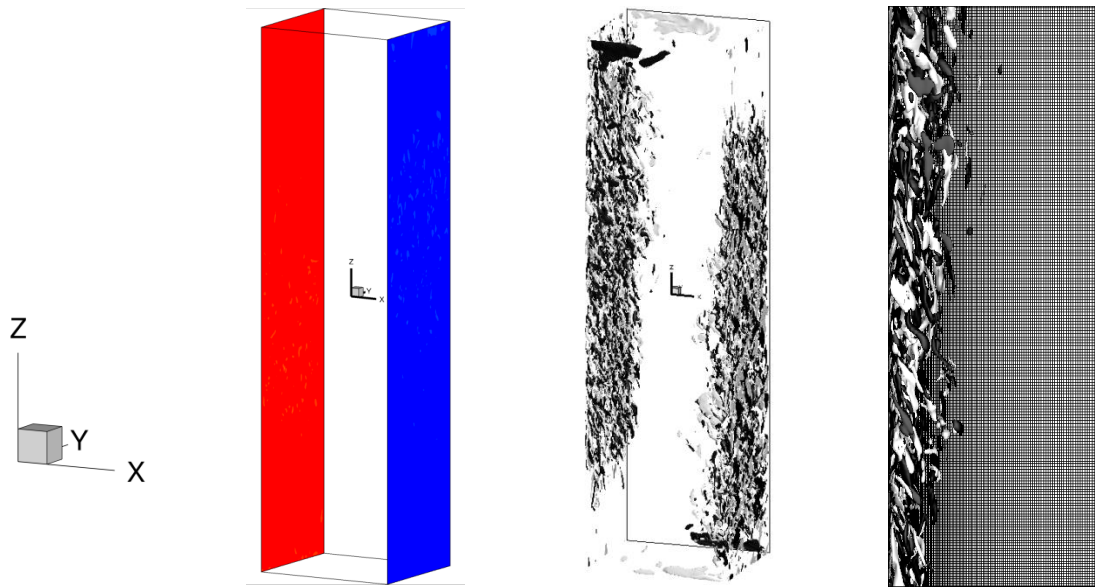


Figure 1 : Géométrie de la cavité (gauche). Iso-contours de la vorticité verticale (centre), zoom présentant le maillage dans le plan XZ (droite)

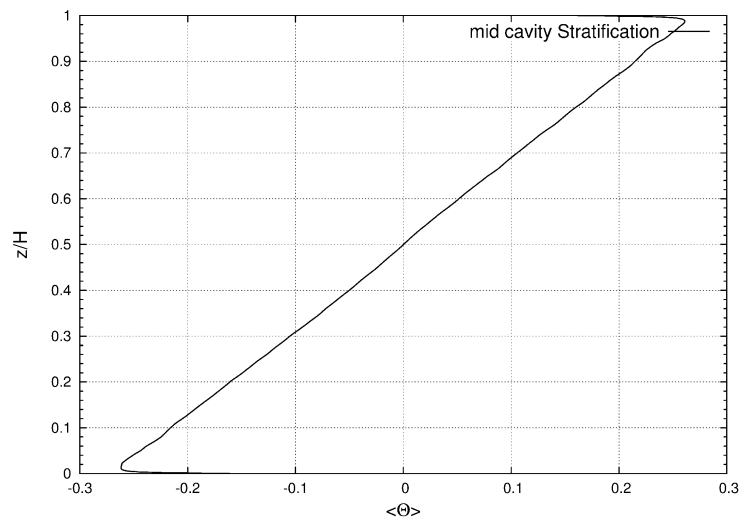


Figure 2 : Stratification thermique le long de la ligne verticale médiane

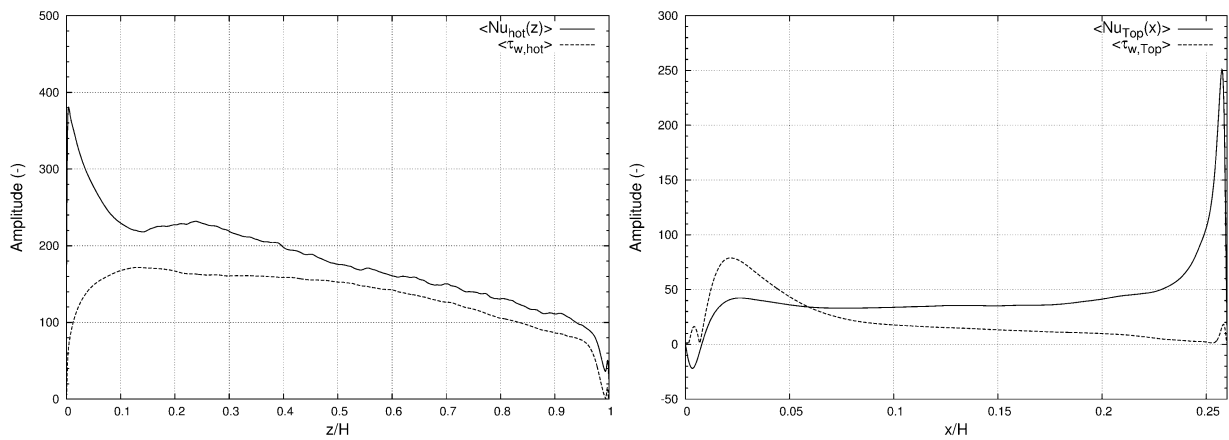


Figure 3 : Profils du nombre de Nusselt et taux de cisaillement pariétal le long de la ligne médiane ($y=A_y/2$). Gauche : sur la paroi chaude, droite : sur la paroi haute

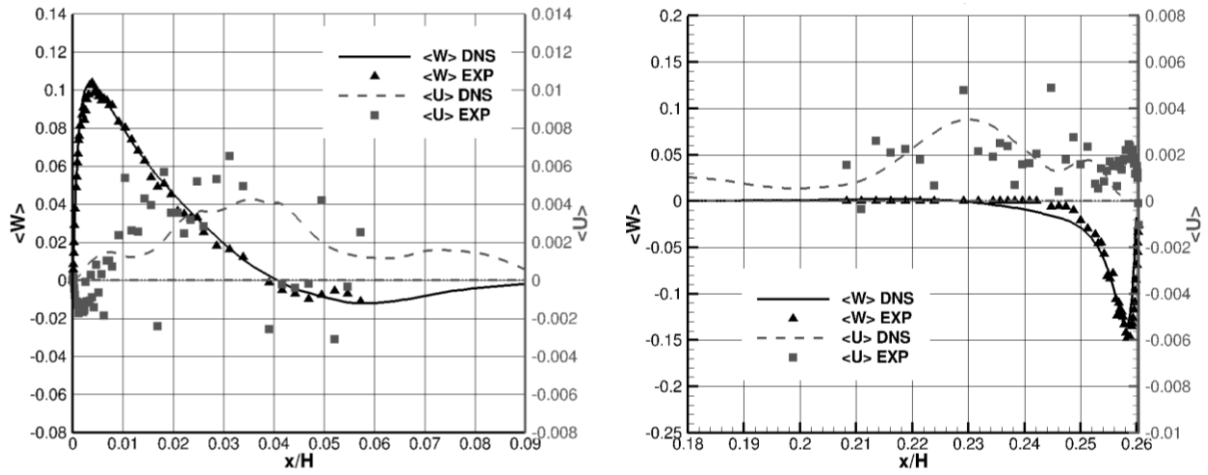


Figure 4 : Profils horizontaux de vitesses horizontale et verticale ($y=A_x/2$ et $z/H = 0,85$). Gauche : paroi chaude, droite : paroi froide

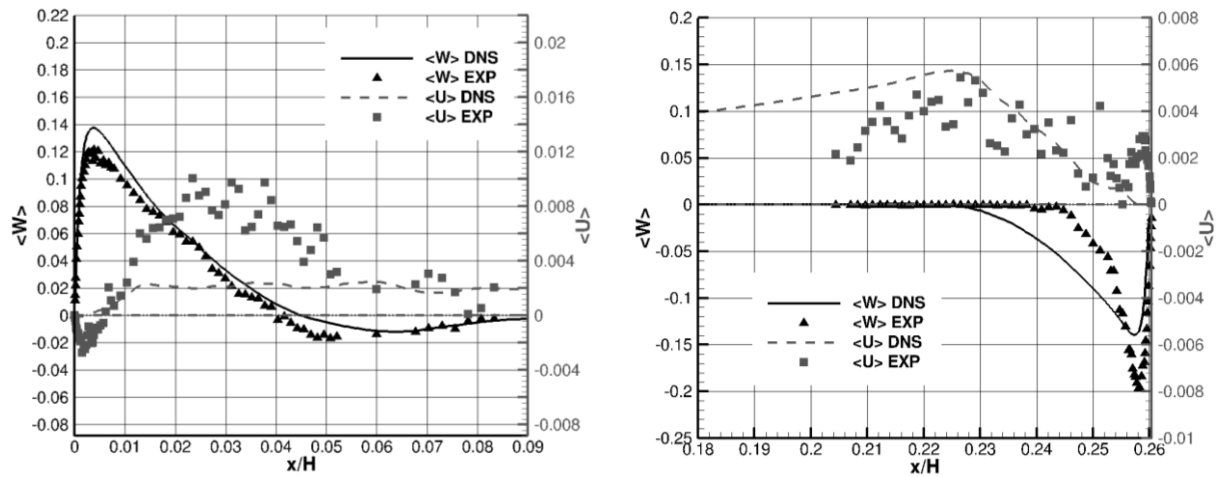


Figure 5 : Profils horizontaux de vitesses horizontale et verticale ($y=A_x/2$ et $z/H = 0,7$). Gauche : paroi chaude, droite : paroi froide

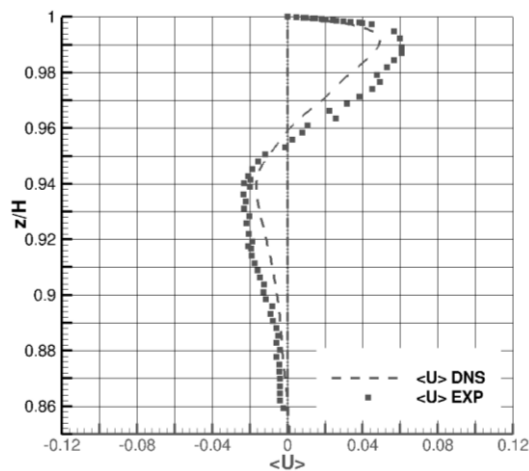


Figure 6 : Vitesse horizontale dans la couche limite haute ($y=A_x/2$ et $x = 0,13 A_x$)