

Modélisation analytique du transfert thermique dans un capteur solaire plan à air

Ali GRINE^{1*}, Asma RADJOUH¹, Seghir MAAMIR¹, Souad HARMAND²

¹Université M'Hamed Bougara. Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Boumerdes 35000, Algérie

² Université Lille Nord de France, F 59100, Lille, France, UVHC, TEMPO, F 59313 Valenciennes, France

* (auteur correspondant : aligrine@yahoo.fr)

Résumé - Nous avons développé un modèle analytique permettant de simuler le comportement thermique d'un capteur solaire plan à air, fonctionnant en convection forcée. Ce modèle mathématique permet, connaissant la vitesse de l'écoulement du fluide et l'éclairement solaire, de déterminer analytiquement l'évolution bidimensionnelle du profil de température dans tout le fluide.

Ce modèle analytique est validé expérimentalement et permet de déterminer l'évolution du coefficient d'échange convectif en fonction de la position ainsi que la température pariétale et celle du fluide à la sortie du capteur solaire.

Nomenclature

a	Diffusivité thermique, m^2/s	<i>Symboles Greek</i>	
c	Longueur du canal, m	λ_f	Conductivité thermique, $W/m^2/K$
G	Fonctions de Green	β_m	Valeurs propres
E_s	Eclairement solaire, W/m^2	ψ_m	Fonctions propres
h_x	Coefficient d'échange convectif, $W/m^2/K$	τ_v	Coefficient de transmission du verre
L_1	Epaisseur de la veine d'air mobile, m	η	Rendement thermique
L_2	Largeur du canal, m	α_a	Absorptivité de l'absorbeur
N_u	Nombre de Nusselt	Δ	Opérateur de Laplace
q_v	Débit volumique, m^3/h	<i>Indices et exposants</i>	
T	Température, $^{\circ}C$	e	Entrée
T_{∞}	Température ambiante, $^{\circ}C$	s	Sortie
U_{∞}	Vitesse moyenne, m/s	p	Paroi

1. Introduction

La production de l'énergie thermique à partir de l'énergie solaire par les capteurs plans connaît de nos jours de nombreuses applications vue leurs innombrables intérêts économiques et environnementaux.

Le présent travail est consacré à la modélisation analytique de l'échange convectif dans un capteur solaire plan. Ce capteur est un convertisseur d'énergie solaire en énergie thermique et peut être utilisé dans beaucoup d'applications nécessitant des températures basses et modérées, tel que le chauffage des locaux et des piscines, le séchage des produits agricoles, du bois ou encore les plantes médicinales.

A travers cette étude et vu la difficulté d'utilisation des méthodes numériques, nous avons opté pour une méthode analytique originale pour étudier le mécanisme de transfert thermique par convection forcée dans une veine rectangulaire horizontale traversée par un écoulement d'air.

La méthode des fonctions de Green a été mise au point pour résoudre l'équation de l'énergie dans un fluide traversant la veine rectangulaire d'un capteur solaire en imposant une condition limite à la paroi supérieure du capteur (absorbeur), une température locale (variable dans le sens de l'écoulement) déterminée à partir d'un bilan énergétique.

L'objectif de ce travail est de déterminer d'une part, les champs de température pariétale et dans le fluide, le flux de chaleur pariétal et d'autre part le coefficient d'échange convectif le long du capteur.

Les résultats obtenus analytiquement par la méthode des fonctions de Green sont comparés aux résultats expérimentaux.

2. Position du problème et hypothèses simplificatrices

Nous nous intéressons au problème de la recherche du champ de température dans un fluide en convection forcée dans une conduite rectiligne de section droite rectangulaire dont les dimensions c , L_1 et L_2 sont respectivement la longueur du canal, l'épaisseur de la veine de circulation du fluide et la largeur du canal (figure 1).

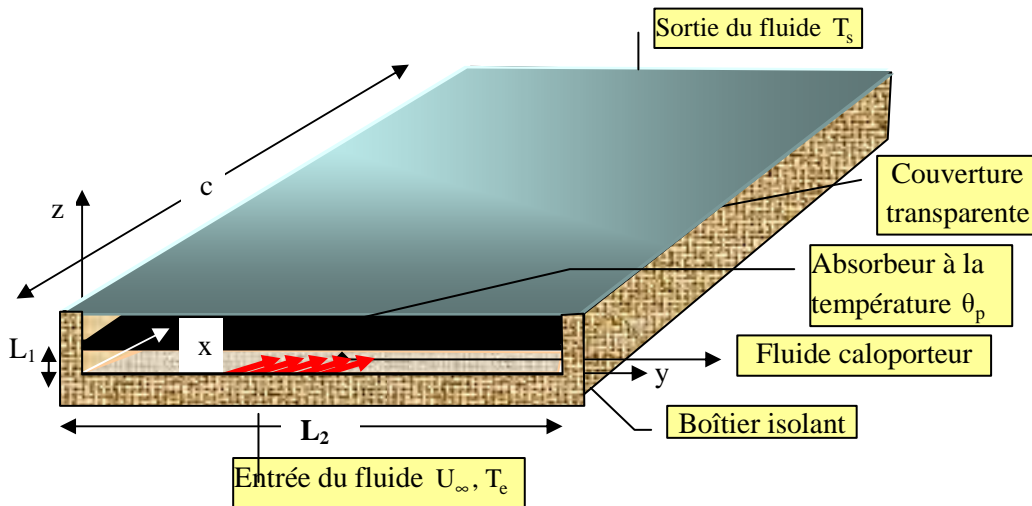


Figure 1 : Schéma simplifié d'un capteur solaire plan à air

Nous avons pris les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le fluide de propriétés physiques constantes est le siège d'un champ de vitesse U_∞ constante et uniforme dans tout le canal.
- Le champ de température dans le fluide est bidimensionnel car la largeur du canal L_2 est supposée très grande devant son épaisseur L_1 . La température T_p imposée à la paroi est supposée constante suivant la largeur L_2 .
- L'équation de propagation de la chaleur en régime permanent ($\partial T/\partial t = 0$), en considérant $\Delta_x T$ négligeable par rapport aux autres termes, s'écrit :

$$\frac{U_\infty}{a} \frac{\partial T}{\partial x} - \Delta_z T = 0 \quad (1)$$

Appelons $T(x, z=L_1) = T_p(x)$ le champ de température sur toute la paroi supérieure (absorbeur) du canal rectangulaire et $\varphi(x, z=0) = \varphi_0$ la densité de flux de chaleur entrant dans le fluide par la plaque inférieure.

On a supposé ici, en s'appuyant sur les résultats expérimentaux (voir 5.1) que :

$$T_p(x) = T_{p0} + T_{p1}x + T_{p2}x^2 \quad (2)$$

Les constantes T_{p0} , T_{p1} et T_{p2} seront déterminées à partir d'un bilan énergétique par un calcul itératif.

3. Résolution de l'équation de l'énergie par la méthode des fonctions de Green

Nous allons maintenant établir une relation mathématique exacte entre le champ $T(x,z)$, le champ pariétal, $T_p(x)$ de l'absorbeur [1] et la densité de flux thermique φ_0 échangé par la face arrière du capteur.

La résolution de l'équation (1) avec les conditions aux limites se fait en utilisant la méthode des fonctions de Green [2], [3], [4], [5] définie dans le domaine fluide (D) :

$$G(z,z',x) = \frac{a}{U_\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m(z)\psi_m(z') \exp\left(-\frac{a}{U_\infty} \beta_m^2 x\right) \quad (3)$$

Où $\psi_m(z) = \sqrt{2/L_1} \cos(\beta_m z)$ et $\beta_m = (2m+1)\pi / 2L_1$

La température du fluide caloporteur $T(z,x)$ s'écrit alors rigoureusement, en un point quelconque (x,z) du domaine (D) [6] :

$$T(z,x) = \left\{ \begin{array}{l} T_p(x) - \frac{16T_{p1}L_1^2U_\infty}{a\pi^3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)^3} \cos(\beta_m z) \left(1 - \exp\left(-\frac{a}{U_\infty} \beta_m^2 x\right)\right) \\ -x \frac{32T_{p2}L_1^2U_\infty}{a\pi^3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)^3} \cos(\beta_m z) + \frac{128T_{p2}L_1^4U_\infty^2}{a^2\pi^5} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)^5} \cos(\beta_m z) \left(1 - \exp\left(-\frac{a}{U_\infty} \beta_m^2 x\right)\right) \\ \frac{4(T_{p0} - T_e)}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)} \cos(\beta_m z) \exp\left(-\frac{a}{U_\infty} \beta_m^2 x\right) + \frac{\varphi_0}{\lambda_f} \left\{ z - L_1 + \frac{8L_1}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(\beta_m z)}{(2m+1)^2} \exp\left(-\frac{a}{U_\infty} \beta_m^2 x\right) \right\} \end{array} \right\} \quad (4)$$

On voit ici que le régime thermique n'est jamais établi ($\lim_{x \rightarrow \infty} T(x) = \infty$) si on utilise pour $T_p(x)$ une forme parabolique.

3.1. Température moyenne suivant z, locale suivant x

On obtient l'expression analytique de l'évolution de la température moyenne dans le fluide à partir de l'équation (4) :

$$T_{\text{moy}}(x) = \frac{1}{L_1} \int_0^{L_1} T(z,x) dz \quad (5)$$

3.2. Flux de chaleur total échangé entre fluide-plaque absorbante ($z = L_1$)

L'expression (4) permet aussi de déterminer le flux de chaleur total échangé entre la plaque absorbante et le fluide :

$$\Phi_T = L_2 \int_0^c \varphi_x(x) dx = L_2 \lambda_f \int_0^c \left(\frac{\partial T(z,x)}{\partial z} \Big|_{z=L_1} \right) dx \quad (6)$$

3.3. Coefficient d'échange convectif local

Le coefficient d'échange convectif correspondant à la densité de flux de chaleur local échangé entre la plaque de l'absorbeur de température $T_p(x)$ et le fluide s'écrit :

$$h_x(x) = \frac{\varphi_x(x)}{T_p(x) - T_{moy}(x)} \quad (7)$$

Pour $T_{p1} = T_{p2} = 0$ ($T_p = Cte$), le coefficient d'échange convectif $h_x(x)$ s'écrit :

$$h_x(x) = \frac{\frac{2\lambda_f}{L_1} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{2m} \exp\left(-\frac{a}{U_{\infty}} \beta_m^2 x\right) + \frac{\varphi_0}{(T_p - T_e)} \left\{ 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)} \exp\left(-\frac{a}{U_{\infty}} \beta_m^2 x\right) \right\}}{\left\{ \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^m}{(2m+1)} \right]^2 \exp\left(-\frac{a}{U_{\infty}} \beta_m^2 x\right) \right\} - \frac{\varphi_0}{\lambda_f (T_p - T_e)} \left\{ -\frac{L_1}{2} + \frac{16L_1}{\pi^3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)^3} \exp\left(-\frac{a}{U_{\infty}} \beta_m^2 x\right) \right\}} \quad (8)$$

4. Expérimentations

• Description du dispositif expérimental

La surface de captation du capteur solaire à air étudié est égale à 1,764 m², sa longueur c est de 1,96 m et sa largeur $L_2 = 0,9$ m (Figure 2). L'épaisseur de la veine d'air est quant à elle $L_1 = 0,025$ m. L'émissivité de la peinture noire de l'absorbeur a été déterminée par étalonnage et est égale à 0,95±0,02.

• Mesure de la vitesse de l'air

Un Anémomètre à hélice de type Jules et Richard, permet de mesurer la vitesse moyenne de l'écoulement d'air et celle du vent. La précision de cet appareil est de ±10 % pour la vitesse et ±1 % pour la température.

• Mesure de l'éclairement

L'éclairement dû au rayonnement global est mesuré sur un plan incliné, perpendiculaire au rayonnement incident, à l'aide d'un Pyranomètre (Kypp & Zonen) relié à un intégrateur de type « Solarimeter Integrator CC2). La mesure de l'éclairement est donnée avec une précision de ±3 %.

• Mesure de la température

Pour la mesure de la température de l'absorbeur, nous avons utilisé des Thermocouples de type K (chrome-nickel) répartis tout le long du capteur. Ces températures sont données avec une précision de ±1°C.

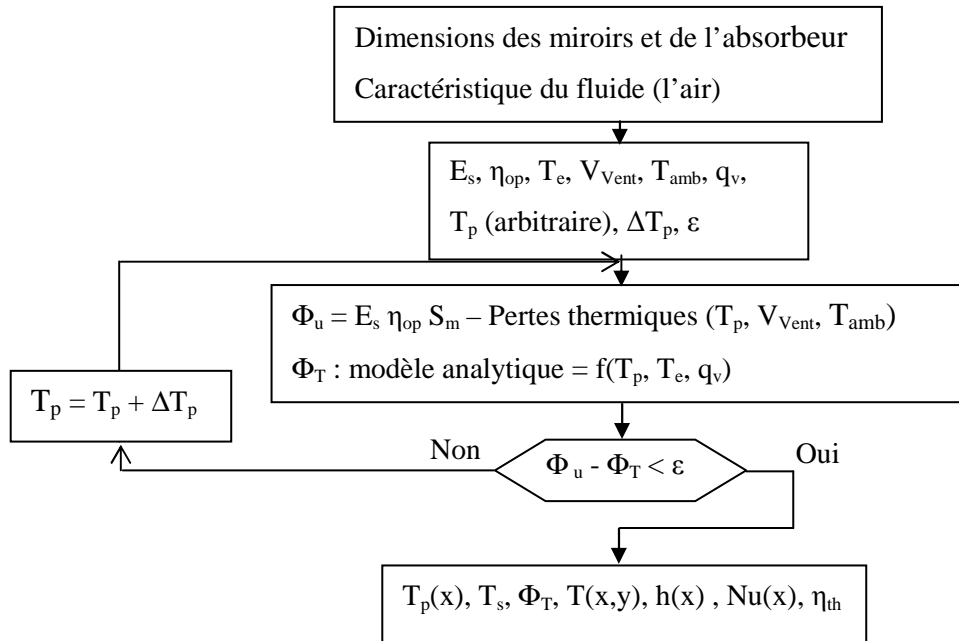
5. Résultats expérimentaux et comparaisons

5.1. Calcul de la température de l'absorbeur en utilisant l'éclairement solaire E_s

La température de l'absorbeur imposée comme condition limite peut être déterminée par un calcul itératif en se basant sur le modèle analytique développé plus haut et couplé avec l'équation de bilan suivante :

$$\Phi_u = S(E_s \cdot \tau_v \cdot \alpha_a - U_t(T_p - T_{amb})) \quad (9)$$

Le coefficient de pertes thermiques à l'avant U_t en fonction de la température de l'absorbeur est calculé en utilisant la corrélation de Klein [7]. Ce calcul itératif (algorithme ci-dessous), permet de déterminer la température de l'absorbeur, le champ de température dans le fluide, le flux absorbé par le fluide ainsi que le nombre de Nusselt en fonction de la position.



Nous allons présenter ici les différents résultats obtenus. On présente sur les figures 2, l'évolution théorique et expérimentale de la température le long de la paroi supérieure de l'absorbeur, en convection forcée, pour des débits d'air de 30 et 40m³/h et température ambiante T_{amb}=29 °C.

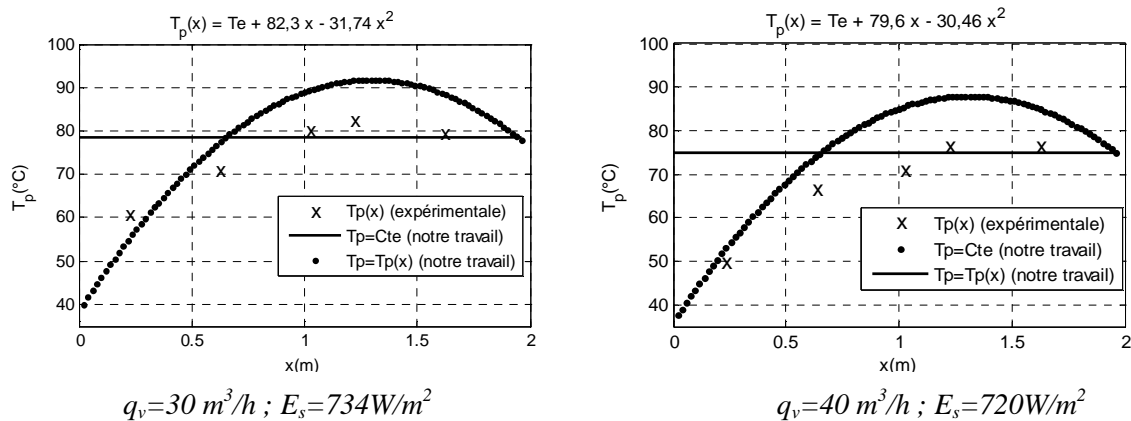


Figure 2 : Variation de la température pariétale de l'absorbeur

Les températures expérimentales sont enregistrées pour 5 positions différentes sur la même ligne suivant la longueur du capteur de l'entrée vers la sortie.

Sur ces figures, on voit clairement l'effet du débit de l'air sur le champ de température pariétale (moyenne et locale) du capteur solaire plan.

5.2. Calcul du profil de température locale du fluide

Les cartes de température ci-dessous visualisent, en régime permanent, le champ de température bidimensionnelle de l'air en écoulement dans le capteur solaire.

Dans les figures 4, nous présentons l'évolution de la température du fluide obtenue en utilisant une température moyenne à la paroi de l'absorbeur et celle obtenue en appliquant une température locale variable pour deux débits différents 30 et 40 m³/h.

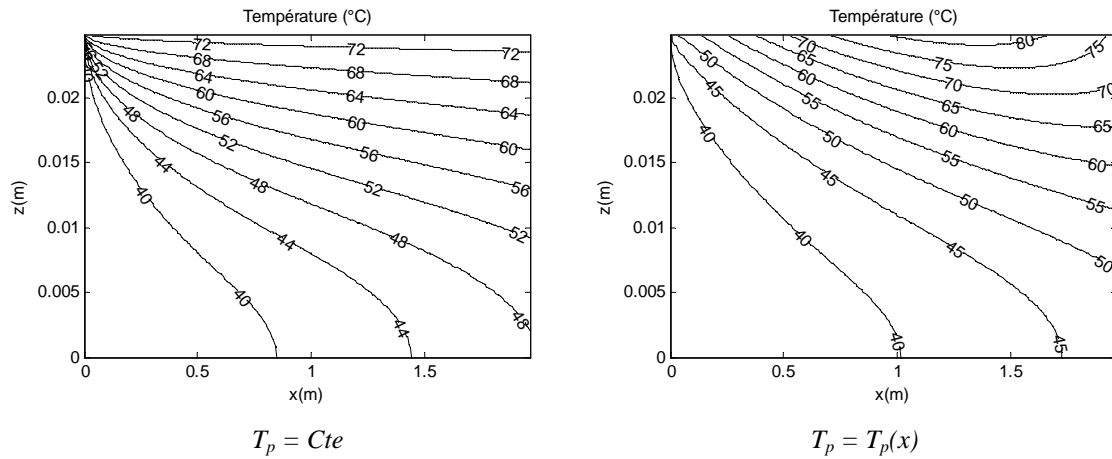


Figure 3 : Evolution de la température locale du fluide $T(x,z)$

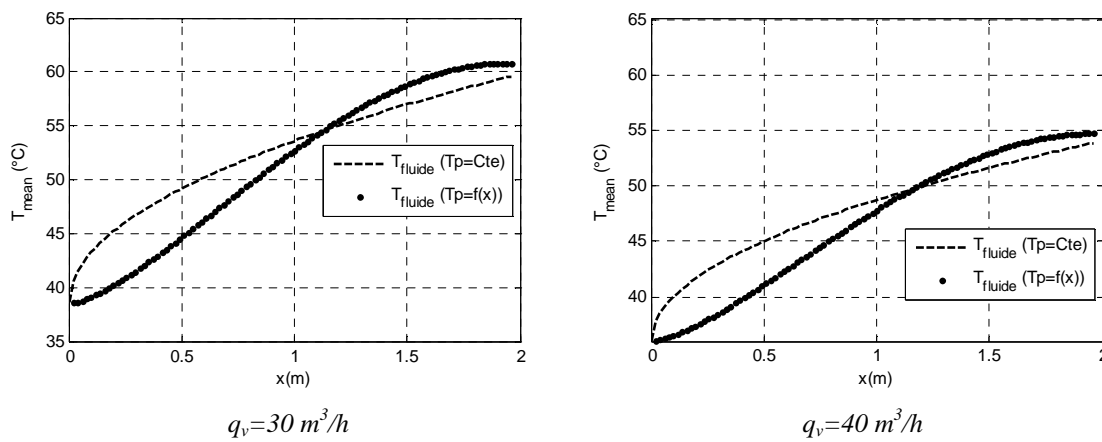


Figure 4 : Evolution de la température du fluide le long de x pour deux températures imposées à la paroi (température locale $T_p = T_p(x)$ et moyenne ($T_p = cte$))

5.3. Coefficient d'échange convectif

Dans les figures (5), on constate pour une température imposé variable que le coefficient d'échange convectif chute considérablement après une distance de $x_c = 1,2$ m du bord d'attaque du capteur (correspond au point d'inflexion déterminées par la résolution de l'équation $d^2h_x(x)/dx^2 = 0$).

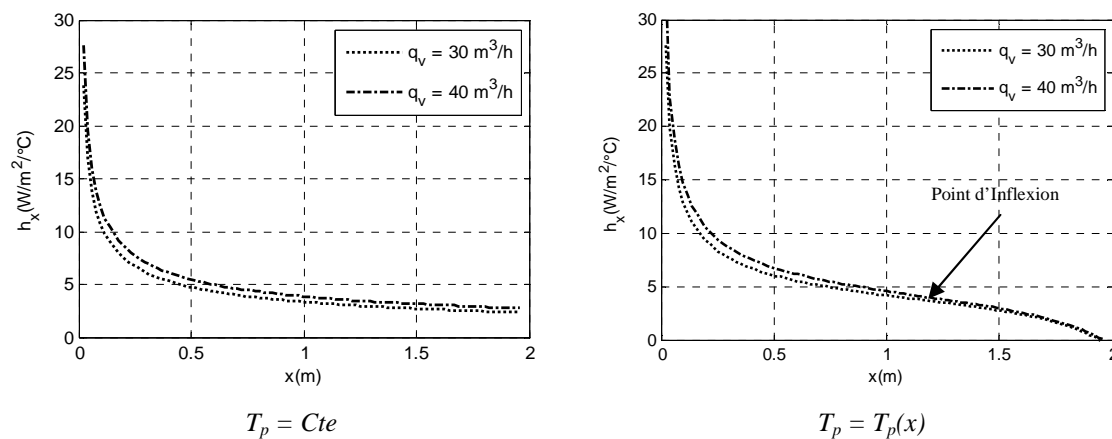


Figure 5 : Coefficient d'échange convectif entre l'absorbeur et le fluide pour deux débits 30 et $40\text{m}^3/\text{h}$

5.4. Erreurs relatives aux incertitudes

La valeur moyenne du coefficient d'échange convectif ainsi que les températures moyennes du fluide à la sortie et celle de la paroi sont déterminées en considérant les contributions des valeurs maximales et minimales des paramètres ϕ_0 , U_∞ et E_s . La méthode des extrêmes, pour évaluer les valeurs minimales et maximales, permet la détermination des incertitudes pour chaque valeur $X = X_{\text{moy}} \pm \Delta X$.

q_v (m ³ /h) \ X	T_s (°C)	ΔT_s (%)	T_p (°C)	ΔT_p (%)	h_{moy} (W/m ² /°C)	Δh_{moy} (%)
30	60,94	2,26	78	2,45	5,06	4,6
40	54,81	2,17	74,96	2,70	5,65	4,69

Table 1 : Erreurs relatives dues aux incertitudes expérimentales pour deux débits 30 et 40 m³/h

5.5. Comparaisons des résultats analytiques avec l'expérimentation

Dans le tableau ci-dessous nous présentons la comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus analytiquement.

q_v (m ³ /h)	T_s (°C) expérimentale	T_s modèle ($T_p = T_p(x)$)	Δ (%) modèle ($T_p = T_p(x)$) & expérimentale	T_p (°C) expérimentale	T_p (°C) Modèle	Δ (%) modèle & expérimentale
30	61.5	60,94	0.91	74.5	78	4,49
40	56	54,81	2.12	68.5	74,96	8.62

Table 2 : Comparaison des températures de sortie du fluide et pariétale mesurées expérimentalement et celles obtenue par le modèle analytique adopté

Cet écart relatif (Δ) entre les modèles analytiques et expérimentaux est dû d'une part aux erreurs expérimentales et d'autre part au fait que le flux de chaleur échangé entre le fluide caloporteur et la paroi inférieur est supposé nul. Ce qui n'est pas rigoureusement vrai dans les expériences.

q_v (m ³ /h)	Nu_∞ Notre étude ($T_p = \text{Cte}$)	Nu_∞ Solution théorique [8]	Δ (%) modèle & théorique
30	4,93	4,476	9,2
40	4,93	4,476	9,2

Table 3 : Comparaison du nombre de Nusselt Nu_∞ obtenu analytiquement avec celui de la littérature pour $T_p = \text{Cte}$

Le nombre de Nusselt (correspondant à $h_x(x \rightarrow \infty)$) obtenu par notre modèle analytique est de $Nu_\infty = 2h_\infty L_1 / \lambda = 4,93$.

La comparaison du nombre de Nusselt pour différents débits entre la solution théorique [8] et celle obtenue analytiquement est présentée sur le tableau 3. L'écart relatif (Δ) est moins de 10%.

5.6. Influence des paramètres du capteur sur son rendement

Le rendement thermique d'un capteur solaire est exprimé par le rapport de la puissance utile absorbée par le fluide caloporteur et celle fournie au capteur (puissance absorbée), est donnée par la relation suivante :

$$\eta = \frac{\rho q_v c_p (T_s - T_e)}{E_s L_2 c} \frac{1}{\eta_{\text{op}}} \quad (10)$$

Il est évident que l'augmentation du débit favorise le transfert convectif entre la paroi de l'absorbeur et l'air ce qui implique une grande diminution de la température de l'absorbeur et une diminution de la température de l'air à la sortie, d'où une puissance utile importante et par conséquent une augmentation du rendement thermique du capteur. Ce qui permet de mettre en évidence une relation linéaire entre la puissance utile et le rendement, ce dernier augmente linéairement avec l'augmentation de la puissance utile.

6. Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans ce travail à la résolution analytique de l'équation de l'énergie pour un fluide en écoulement à l'intérieur d'un capteur solaire plan. Pour cette résolution nous nous sommes basés sur la méthode des fonctions de Green. Le fluide est supposé à une vitesse moyenne débitante constante tout le long du capteur.

Les conditions limites thermiques utilisées sont des conditions de températures de paroi imposées, calculées itérativement en utilisant l'éclairement solaire. Les résultats du modèle analytique permettent d'avoir le suivi des profils de températures du fluide à l'intérieur du capteur, ceux des flux convectifs ainsi que les coefficients d'échanges convectifs locaux.

Ce modèle permet, moyennant l'utilisation du flux solaire comme condition limite, de calculer également la température de paroi du capteur solaire. Ceci ouvre la possibilité de faire une étude paramétrique et d'optimisation des paramètres géométriques du capteur afin d'obtenir un rendement maximum.

Références

- [1] A. Grine, Etude théorique et expérimentale de la convection forcée sur plaque plane en régime transitoire, *Thèse à l'Université de Valenciennes*, 07-44 (2007).
- [2] H.S. Carslaw and J.C. Jaeger, *Conduction of heat in solids*, ISBN 0-19-853368-3, Oxford University press Inc, New york (1959).
- [3] M. N. Ozisik, *Heat conduction*, Departement of Mecanical and Aerospace Engineering, North Carolina, ISBN 0-471-53256-8 (1993).
- [4] Anatoliy G. Butkovskiy, *Green's Functions and Transfer Function Handbook*, ISBN 0-85312-447-7 (1982).
- [5] A. Grine, J-Y. Desmons, S. Harmand, Models for transient conduction in a flat plate subjected to a variable heat flux, *Applied Thermal Engineering* 27 (2007) 492–550.
- [6] A. Grine, D. Saury, J.Y Desmons, S Harmand, Identification models for transient heat transfer on a flat plate, *Experimental Thermal and Fluid Science* 31 (2007) 701–710.
- [7] J.A. Duffie et W.A. Beeckman, *Solar Engineering of Thermal Process. 2nd ed*, New York: Wiley Interscience, 1991.
- [8] J.M. Wu, W.Q. Tao, Numerical study on laminar convection heat transfer in a rectangular channel with longitudinal vortex generator, Part A: Verification of field synergy principle, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51 (2008) 1149–1191.