

Etude comparative des méthodes simplifiées de prise en compte des ponts thermiques dans la simulation dynamique de bâtiments

Julien QUINTEN¹, Véronique FELDHEIM¹

¹UMONS, Institut Energie, Service de Thermique et Combustion
Rue de l'Épargne, 56 – 7000 Mons – Belgique

Résumé - Nous étudions différentes méthodes permettant de tenir compte du comportement dynamique des ponts thermiques dans les logiciels de simulation énergétique des bâtiments. Ces méthodes permettent de déterminer une structure équivalente 1D se comportant de la même façon que le pont thermique. Les caractéristiques du pont thermique sont déterminées par simulations numériques et celles de la structure équivalente de manière analytique. Nous avons testé ces méthodes sur un cas simple 1D. La méthode qui donne les meilleurs résultats (précision, simplicité, rapidité) résulte de la combinaison de 2 méthodes : une méthode temporelle (les facteurs de structure) et une méthode harmonique.

Nomenclature

C	capacité thermique, $J.K^{-1}.m^{-2}$	λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
c	chaleur massique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	ϕ	facteur de structure
e	épaisseur, m	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
G	facteur de réponse normalisé	φ	déphasage, rad
H	fonction de transfert	<i>Indices et exposants</i>	
P	période, s	A	admittance
q	densité de flux de chaleur, $W.m^{-2}$	e	extérieur
R	résistance thermique, $m^2.K.W^{-1}$	i	intérieur
s	variable de Laplace	$i-m$	de l'intérieur à la $m^{\text{ème}}$ couche (exclue)
T	température, $^{\circ}C$	m	$m^{\text{ème}}$ couche
t	temps, s	$m-e$	de la $m^{\text{ème}}$ couche (exclue) à l'extérieur
<i>Symboles grecs</i>		s	surfaccique
Δ	période d'échantillonnage, s	T	transmittance

1. Introduction

Un pont thermique est une zone ponctuelle ou linéaire de l'enveloppe du bâtiment où la résistance thermique, par ailleurs uniforme, est modifiée de manière sensible. Cela peut être causé par un changement de forme, d'épaisseur ou de matériau dans l'enveloppe. Dans la zone du pont thermique, le flux de chaleur devient bi- ou tridimensionnel (2D ou 3D), alors que dans la zone non perturbée par le pont thermique, il est monodimensionnel (1D). Les ponts thermiques peuvent être la cause de 5 à 39% de la demande énergétique des habitations [1].

Afin de pouvoir prédire précisément le comportement et la consommation énergétique d'un bâtiment, de manière globale (sur un mois ou un an) ou ponctuelle (heure par heure), des logiciels de simulation énergétique des bâtiments sont régulièrement utilisés. Au sein de ceux-ci, les effets dynamiques des ponts thermiques (déphasage et amortissement entre les variations des températures extérieure et intérieure) ne sont généralement pas considérés et l'évaluation de leur impact sur la performance énergétique du bâtiment ne traduit donc pas forcément la réalité des phénomènes.

Il est possible de tenir compte « simplement » des déperditions supplémentaires engendrées par un pont thermique. Pour intégrer les aspects multidimensionnels et dynamiques, on aura

recours à des méthodes numériques. Mais à partir du moment où il faut évaluer, notamment, l'évolution au cours du temps de la température intérieure et des consommations énergétiques de tout un bâtiment, cela peut devenir complexe et demander beaucoup de ressources de calculs.

L'objectif de ce travail est de pouvoir disposer d'une méthode simple et précise de prise en compte des effets dynamiques des ponts thermiques les plus répandus et les plus significatifs. Ils seront ensuite incorporés dans un logiciel de simulation énergétique des bâtiments.

Deux méthodes simples permettent de traiter ce problème indépendamment des conditions aux limites : la méthode de la structure équivalente et celle des coefficients de transfert 3D [2]. Nous avons sélectionné la méthode de la structure équivalente, qui fournit des valeurs que l'on peut directement introduire dans le logiciel de simulation énergétique sans devoir en modifier le code source et qui sont valables quel que soit le pas de temps utilisé pour la simulation.

Nous analysons les principales méthodes de structure équivalente, les implémentons et testons sur un cas simple afin d'identifier leurs avantages et inconvénients. Nous proposons ensuite une méthode mixte, permettant d'obtenir de meilleurs résultats. Cette méthode est également testée sur le cas simple sélectionné.

2. Les méthodes de structure équivalente

Le principe général des méthodes dites de « structure équivalente » est de remplacer la partie de l'enveloppe perturbée par le pont thermique, où le flux de chaleur est 2D ou 3D, par une structure multicouche 1D ayant les mêmes comportements thermiques statique et dynamique que la partie réelle. Définir cette structure revient à déterminer la résistance thermique et la capacité thermique de chaque couche, et en déduire leur conductibilité thermique λ , leur chaleur massique c , leur masse volumique ρ et leur épaisseur e . Ces propriétés sont ensuite à introduire dans le logiciel de simulation. D'après [3], le nombre optimal de couches de la structure équivalente serait de 3, une augmentation de ce nombre rendrait la structure plus précise mais augmenterait la difficulté de sa définition.

Diverses méthodes peuvent être utilisées pour générer cette structure équivalente : à partir des facteurs de structure, à partir de la matrice des fonctions de transfert, à partir d'une analyse harmonique et par identification. La méthode par identification (inspirée de [4]) n'est pas développée dans cet article car elle n'a pas donné de meilleurs résultats que les trois autres.

2.1. Méthode des facteurs de structure [5]

Dans cette méthode, le mur équivalent est généré en respectant les conditions imposées par les facteurs de réponse \mathbf{G} sur les facteurs de structure ϕ de la zone étudiée. En effet, le mur équivalent doit posséder la même résistance thermique R , la même capacité thermique C et les 3 mêmes facteurs de structure (ϕ_{ii} , ϕ_{ee} , ϕ_{ie}) que le mur réel 3D ; ce sont les 5 nombres caractérisant l'état statique et l'état dynamique du mur.

Les facteurs de réponse normalisés \mathbf{G}_{ii} , \mathbf{G}_{ee} et \mathbf{G}_{ie} représentent la réponse du mur à une excitation triangulaire unitaire d'une des températures d'ambiance (i ou e), en imposant la valeur de l'autre à 0. Ils interviennent dans l'expression du flux à la surface du mur déterminé à partir des températures d'ambiances intérieure et extérieure aux temps présent et précédents :

$$q_{si}(n\Delta) = \frac{1}{R} \times \left(\sum_{k=0}^{n-1} T_e((n-k)\Delta) \times G_{ie}(k) - \sum_{k=0}^{n-1} T_i((n-k)\Delta) \times G_{ii}(k) \right) \quad (1)$$

$$q_{se}(n\Delta) = \frac{1}{R} \times \left(\sum_{k=0}^{n-1} T_i((n-k)\Delta) \times G_{ie}(k) - \sum_{k=0}^{n-1} T_e((n-k)\Delta) \times G_{ee}(k) \right) \quad (2)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} G_{ii}(k) = \sum_{k=0}^{\infty} G_{ie}(k) = \sum_{k=0}^{\infty} G_{ee}(k) = 1 \quad (3)$$

Il est aisé d'obtenir les facteurs de réponse à partir de simulations dynamiques.

Les facteurs de structure ϕ_{ii} , ϕ_{ee} et ϕ_{ie} représentent la fraction de chaleur stockée entre 2 états stables [5], respectivement à proximité de la surface interne, à proximité de la surface externe et à proximité du centre du mur. Ils sont liés ensemble par l'équation 4 :

$$\phi_{ii} + \phi_{ee} + 2 \times \phi_{ie} = 1 \quad (4)$$

On peut déterminer les facteurs de structure grâce aux facteurs de réponse normalisés, à partir des équations 5 à 7 :

$$\phi_{ii} = -\frac{\Delta}{R C} \times \sum_{k=1}^{\infty} k \times G_{ii}(k) \quad (5)$$

$$\phi_{ee} = -\frac{\Delta}{R C} \times \sum_{k=1}^{\infty} k \times G_{ee}(k) \quad (6)$$

$$\phi_{ie} = \frac{\Delta}{R C} \times \sum_{k=1}^{\infty} k \times G_{ie}(k) \quad (7)$$

Pour une structure à n couches homogènes planes, leur expression [3] est :

$$\phi_{ii} = \frac{1}{R^2 C} \sum_{m=1}^n C_m \times \left(\frac{R_m^2}{3} + R_m \times R_{m-e} + R_{m-e}^2 \right) \quad (8)$$

$$\phi_{ie} = \frac{1}{R^2 C} \sum_{m=1}^n C_m \times \left(-\frac{R_m^2}{3} + \frac{R_m \times R}{2} + R_{m-e} \times R_{i-m} \right) \quad (9)$$

$$C = \sum_{m=1}^n C_m \quad (10)$$

$$R = \sum_{m=1}^n R_m \quad (11)$$

Il faut donc faire correspondre les facteurs de structure, la résistance thermique et la capacité thermique du mur réel à ceux du mur simple, à 3 couches homogènes planes. On peut poser la valeur des R_m (en respectant l'équation 11) et, avec les équations 8, 9 et 10, calculer les C_m . On peut ensuite ajuster les valeurs de ces paramètres afin d'approcher au mieux le comportement du mur réel. Il s'agit donc d'une méthode itérative.

Cela peut prendre du temps de générer les facteurs de réponse (180 à 450 facteurs) [5], mais il ne faut travailler qu'avec 5 nombres (R , C , ϕ_{ii} , ϕ_{ee} , ϕ_{ie}). Il n'y a pas vraiment de méthode précise pour déterminer les R_m et les C_m , il s'agit plutôt d'une approche par essais-erreurs.

2.2. Méthode de la matrice des fonctions de transfert [6]

Cette méthode est basée sur la connaissance des fonctions de transfert $H_{Ai}(s)$, $H_T(s)$ et $H_{Ae}(s)$ de la structure réelle, dans le domaine de Laplace :

$$\begin{bmatrix} q_{si}(s) \\ q_{se}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_{Ai}(s) & H_T(s) \\ H_T(s) & -H_{Ae}(s) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_{si}(s) \\ T_{se}(s) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Ces fonctions de transfert peuvent être déterminées par un calcul numérique dynamique.

On peut ensuite les décomposer en séries de Fourier :

$$\begin{bmatrix} -H_{Ai}(s) & H_T(s) \\ H_T(s) & -H_{Ae}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \times \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -H'_{Ai}(0) & H'_T(0) \\ H'_T(0) & -H'_{Ae}(0) \end{bmatrix} \times s + \dots \quad (13)$$

Après développement, on montre que les caractéristiques obtenues à partir des fonctions de transfert sont directement liées aux facteurs de structure vus précédemment :

$$H_{Ai}(0) = H_T(0) = H_{Ae}(0) = \frac{1}{R} \quad (14)$$

La quantité de chaleur stockée dans le composant quand $T_{si} = 1$ et $T_{se} = 0$ est donnée par :

$$C_i = H'_{Ai}(0) - H'_T(0) = (\phi_{ii} + \phi_{ie}) \times C \quad (15)$$

La quantité de chaleur stockée dans le composant quand $T_{se} = 1$ et $T_{si} = 0$ est donnée par :

$$C_e = H'_{Ae}(0) - H'_T(0) = (\phi_{ee} + \phi_{ie}) \times C \quad (16)$$

Et donc la capacité totale est obtenue avec l'équation 17 :

$$C = C_i + C_e = H'_{Ai}(0) + H'_{Ae}(0) - 2 H'_T(0) = (\phi_{ii} + \phi_{ee} + 2 \phi_{ie}) \times C \quad (17)$$

La seule différence avec la méthode précédente est que [6] propose d'imposer les valeurs de R_1 et R_3 (après développement, équations 18 et 19). Puisqu'il y a 6 inconnues (3 R et 3 C) et les équations 8 à 11 à respecter, cela permet de les déterminer univoquement.

$$R_1 = (1 - \phi_{ii} + \phi_{ee}) \times 2 \times \phi_{ie} \times R \quad (18)$$

$$R_3 = (1 + \phi_{ii} - \phi_{ee}) \times 2 \times \phi_{ie} \times R \quad (19)$$

Les équations 18 et 19 permettent juste d'assurer que $R_1/R = R_3/R = 1/3$ si le mur est homogène. Ces équations ne découlent pas d'une réflexion physique et il n'a pas été possible d'obtenir de corrélation permettant de déterminer assez précisément R_1 et R_3 uniquement à partir des facteurs de structure et de la résistance totale.

2.3. Méthode des harmoniques (inspirée de [7])

Les évolutions au cours du temps de la température extérieure et de la température intérieure d'un bâtiment peuvent, selon l'analyse de Fourier, être décomposées en somme d'harmoniques de différentes périodes et de différentes amplitudes. Il s'avère aussi que les harmoniques les plus significatives sont celles dont la période est de 24h et de 1 an.

Il semble donc intéressant de déterminer les caractéristiques du mur équivalent en appliquant des sollicitations harmoniques. On va appliquer à cette géométrie les conditions aux limites suivantes : évolution sinusoïdale de la température extérieure de période P et d'amplitude unitaire, température intérieure égale à 0°C.

On veut que l'amplitude du flux q' transmis du mur équivalent vers l'intérieur soit égale à celle du flux q transmis du pont thermique réel vers l'intérieur, pour les différentes périodes P sélectionnées.

L'amplitude du flux q transmis par le pont thermique peut être déterminée par une méthode numérique. Il reste à faire varier les paramètres de chaque couche de la structure équivalente pour que le flux q' transmis par cette structure respecte les contraintes imposées. Ce flux q' peut être déterminé à partir des équations 20 à 24, dérivées de la théorie de Pipes [8] :

$$\begin{bmatrix} T_{se} \\ q'_{se} \end{bmatrix} = M \times \begin{bmatrix} T_{si} \\ q'_{si} \end{bmatrix} \text{ avec } M = \begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ M_{2,1} & M_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ E_3 & D_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ E_2 & D_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ E_1 & D_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$A_m = D_m = \cosh \left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right) \quad (21)$$

$$B_m = \sinh \left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right) / \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}} \quad (22)$$

$$E_m = \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}} \times \sinh \left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right) \quad (23)$$

Dans les conditions citées et en s'intéressant au flux sur la surface intérieure, on obtient :

$$q_{si}'(P) = \frac{1}{M_{1,2}} \quad (24)$$

3. Comparaison des différentes méthodes

3.1. Structure étudiée et paramètres de la simulation TRNSYS

Nous avons déterminé différentes structures équivalentes d'une structure simple 1D à 3 couches dans le but de pouvoir comparer toutes les méthodes et d'identifier les difficultés qui peuvent être rencontrées. La structure simple considérée se compose de l'extérieur vers l'intérieur d'une brique de 9 cm, de 5 cm d'isolant et de 14 cm de béton. Idéalement, les structures équivalentes devraient être identiques à la structure de base.

L'évolution des températures au cours du temps dans la structure de base, soumise à différentes conditions aux limites, est déterminée par simulation numérique (méthode aux volumes finis 1D, instationnaire implicite implémentée sous Matlab).

Nous simulons ensuite, avec le logiciel TRNSYS, le comportement thermique d'une habitation sur un an afin de comparer la consommation pour le chauffage et pour le refroidissement avec la structure de base ou les structures équivalentes comme mur extérieur.

Le bâtiment simulé a un volume de 424 m³, une surface au sol de 87 m² et une surface de déperditions de 398 m². Au total, le bâtiment possède 26 m² de fenêtres, avec un coefficient de déperdition de 0,52 W.m⁻².K⁻¹ et un facteur solaire de 0,59. Le toit a un coefficient de déperdition de 0,17 W.m⁻².K⁻¹ et la dalle de sol de 0,11 W.m⁻².K⁻¹.

La consigne pour le chauffage est 20°C de 6h à 18h et 16°C le reste du temps. La consigne pour le système de refroidissement est de 24°C. Les gains internes et le débit de ventilation ont été déterminés suivant la méthode de calcul PEB [9]. Le débit d'infiltration est de 0,027 h⁻¹. Les données météorologiques (Meteonorm) sont celles d'Uccle (Belgique).

La simulation est réalisée sur une période d'un an avec un pas de temps d'une minute.

La comparaison se fera sur l'écart relatif maximal de consommation énergétique mensuelle et l'écart relatif de consommation énergétique annuelle, pour le chauffage et pour le refroidissement.

3.2. Résultats de la méthode des facteurs de structure et des fonctions de transfert

Ces deux méthodes étant équivalentes, nous proposons les résultats obtenus avec les facteurs de structure, plus faciles à déterminer.

Caractéristiques du calcul numérique (Matlab) : 50 divisions spatiales par couche, pas de temps = 1 h, période de simulation = 50 h.

Caractéristiques de la structure de base : $R = 1,4395 \text{ m}^2.\text{K}.\text{W}^{-1}$; $C = 358845 \text{ J}.\text{K}^{-1}.\text{m}^{-2}$; $\phi_{ii} = 0,57416$; $\phi_{ie} = 0,032855$; $\phi_{ee} = 0,36013$.

Plusieurs structures équivalentes (1 à 6) ont pu être déterminées, et la comparaison se fait sur base des résultats des simulations TRNSYS (voir Tableau 1). La dernière structure équivalente (6*) est celle calculée en imposant R_1 et R_3 selon les équations 18 et 19.

Dans le Tableau 1, d_{hm} représente l'écart relatif maximal des besoins nets mensuels en énergie pour le chauffage entre la simulation TRNSYS avec la structure équivalente et celle avec la structure de base ('Base'), d_{ha} représente l'écart relatif des besoins nets annuels en énergie pour le chauffage entre ces 2 mêmes simulations. d_{cm} et d_{ca} sont calculés sur le même principe mais en s'intéressant aux besoins nets pour le refroidissement.

	R_1	R_2	R_3	R	C_1	C_2	C_3	C	d_{hm}	d_{ha}	d_{cm}	d_{ca}
	$\text{m}^2.\text{K}.\text{W}^{-1}$				$\text{kJ}.\text{K}^{-1}.\text{m}^{-2}$				%	%	%	%
Base	0,11	1,25	0,08	1,44	222	1,0	136	359	-	-	-	-
1	0,1	1,3	0,04	1,44	216	16	127	359	1,3	0,04	4,1	0,34
2	$5.E^{-3}$	1,23	0,21	1,44	202	10	147	359	4,6	0,68	27	1,4
3	0,10	1,33	0,01	1,44	213	25	121	359	1,4	0,03	4,3	0,37
4	0,09	1,25	0,10	1,44	218	4,0	137	359	1,7	0,11	5,5	0,38
5	0,15	1,27	0,02	1,44	229	$4.E^{-5}$	130	359	4,7	0,22	12	0,95
6*	0,07	1,25	0,11	1,44	214	6,6	138	359	3,1	0,22	10	0,70

Tableau 1 : Résultats de la méthode des facteurs de structure

On remarque que la résistance totale et la capacité totale sont conservées et que les structures équivalentes permettent d'avoir des résultats proches de ceux obtenus avec la structure de base. L'erreur annuelle dépasse rarement 1%. Néanmoins, au niveau mensuel, on peut observer une erreur qui atteint 27% mais elle est observée lors d'un mois où le besoin en énergie est faible. On peut voir qu'on ne retrouve pas forcément la structure de base, il faut déterminer les structures équivalentes et ensuite les tester pour voir laquelle donne le meilleur résultat.

La structure 1 donne les meilleurs résultats : l'erreur ponctuelle maximale sur la température intérieure est de $0,2^\circ\text{C}$ et l'erreur ponctuelle sur le besoin en énergie pour le chauffage ne dépasse 10% que 0,66% du temps. Les résultats de la structure 6* montrent bien qu'imposer R_1 et R_3 selon les équations 18 et 19 ne permet pas de retrouver la structure de base, on peut même parfois en être assez éloigné ou avoir des résultats non physiques.

Nous avons observé qu'il n'est pas possible de trouver, dans ce cas, une structure équivalente à 2 couches qui respecte les facteurs de structure.

3.3. Résultats de la méthode harmonique

Pour la méthode harmonique, nous nous sommes inspirés de la méthode présentée au 2.3. et y avons apporté quelques modifications pour tenter de l'améliorer.

Caractéristiques du calcul numérique (Matlab) : 100 divisions spatiales par couche, pas de temps = 1 s, période de simulation : $4 \times P$ (sauf si $P = 1$ an, alors période de simulation = 1 an).

Caractéristiques de la structure de base : $q(10h) = 0,2875 \text{ W.m}^{-2}$; $q(24h) = 0,5495 \text{ W.m}^{-2}$; $q(50h) = 0,6537 \text{ W.m}^{-2}$; $q(100h) = 0,6839 \text{ W.m}^{-2}$; $q(1an) = 0,6947 \text{ W.m}^{-2}$.

Comme contrainte, nous voulons minimiser la fonction d'erreur suivante :

$$|q'(10h) - q(10h)| + 4 \times |q'(24h) - q(24h)| + |q'(50h) - q(50h)| + |q'(100h) - q(100h)| + 10 \times |q'(1an) - q(1an)| \quad (25)$$

Les coefficients 4 et 10 sont utilisés pour tenir compte de l'importance de l'harmonique.

Dans le Tableau 2, la structure 7 est déterminée en minimisant la fonction 25. Pour la structure 8, la conservation de la capacité totale constitue une contrainte supplémentaire. Pour la structure 9, des nouvelles contraintes sont rajoutées pour les flux : respect du déphasage φ par rapport à la température extérieure, on minimise alors la fonction d'erreur suivante :

$$\frac{3 \times |q'(24h) - q(24h)| + |q'(100h) - q(100h)| + 8 \times |q'(1an) - q(1an)|}{3 \times |q(24h)| + |q(100h)| + 8 \times |q(1an)|} + \frac{3 \times |\varphi'(24h) - \varphi(24h)| + |\varphi'(100h) - \varphi(100h)| + 8 \times |\varphi'(1an) - \varphi(1an)|}{3 \times |\varphi(24h)| + |\varphi(100h)| + 8 \times |\varphi(1an)|} \quad (26)$$

	R_1	R_2	R_3	R	C_1	C_2	C_3	C	d_{hm}	d_{ha}	d_{cm}	d_{ca}
	$\text{m}^2.\text{K}.\text{W}^{-1}$				$\text{kJ}.\text{K}^{-1}.\text{m}^{-2}$				%	%	%	%
Base	0,11	1,25	0,08	1,44	222	1,0	136	359	-	-	-	-
7	1,22	0,07	0,14	1,44	39	14	85	138	755	1,6	228	49
8	0,05	0,52	0,87	1,44	316	42	0,5	359	88	1,5	32	18
9	0,02	0,04	1,38	1,44	24	231	104	359	710	2,22	262	48

Tableau 2 : Résultats de la méthode harmonique

Dans le Tableau 2, nous pouvons voir que les résultats obtenus avec cette méthode sont assez imprécis. Même l'ajout du respect du déphasage ne conduit pas à l'amélioration attendue. De plus, le calcul de l'amplitude et du déphasage des flux (structure de base) sur Matlab demande une discrétisation spatiale et, surtout, temporelle assez fine.

Il pourrait y avoir un manque de précision dû à la méthode utilisée pour accélérer la résolution. On converge vers la solution en travaillant par optimisation combinatoire. On réduit progressivement les intervalles dans lesquels la discrétisation des paramètres est réalisée. Néanmoins, l'ordre de grandeur des fonctions d'erreur (10^{-4}) reste acceptable.

4. Méthode « mixte » proposée

Cette méthode reprend des caractéristiques de la méthode des facteurs de structure et de la méthode harmonique : on impose le respect de la valeur de la résistance R , de la capacité C et des facteurs de structure ϕ_{ii} et ϕ_{ie} et on minimise la fonction d'erreur suivante :

$$\frac{|q'(24h) - q(24h)|}{|q(24h)|} + \frac{|\varphi'(24h) - \varphi(24h)|}{|\varphi(24h)|} \quad (27)$$

Ces conditions imposées nous ont permis de retrouver la structure de base (erreur maximale : 0,03% sur C_2 , car nous testons des valeurs discrètes des paramètres). La fonction d'erreur est alors de l'ordre de 10^{-8} . Cela conduit à un écart ponctuel maximal de 10^{-5}°C sur la température intérieure et de 18% sur le besoin énergétique de chauffage (rarement, il arrive aussi que sur un pas de temps le besoin soit nul dans un cas et non nul dans l'autre).

Cette méthode paraît donc celle qui donne le meilleur résultat. La discrétisation de la variation des paramètres peut être assez fine car nous n'en faisons varier que 2 (les 4 autres sont calculés pour respecter les conditions sur R, C et les facteurs de structure) : cela permet de gagner en précision sans perdre en temps. Il faut malgré tout discrétiser finement la géométrie afin de calculer l'amplitude et le déphasage du flux mais le calcul du flux n'est à faire qu'une fois et sur une période de simulation qui n'est pas encore trop longue.

5. Conclusion et perspectives

Afin de disposer d'une méthode simple de prise en compte du comportement dynamique des ponts thermiques, à intégrer dans un logiciel de simulation dynamique de bâtiments, nous avons analysé différentes méthodes de détermination de structures équivalentes.

La méthode des facteurs de structure et celle de la matrice des fonctions de transfert, équivalentes, donnent des résultats assez bons mais ne permettent pas forcément de retrouver la structure de base, car il s'agit, respectivement, d'une méthode par essais-erreurs et d'une méthode où on impose des conditions non réalistes. La méthode harmonique et la méthode par identification (non développée ici) nous donnent des résultats trop éloignés de la réalité.

Nous avons donc proposé une nouvelle approche qui nous a permis de retrouver la structure de départ. Nous sommes partis de la méthode des facteurs de structure (4 relations, 6 paramètres à déterminer) et nous avons en plus imposé une condition inspirée de la méthode harmonique.

Les prochaines étapes sont de tester cette approche sur d'autres structures simples à couches homogènes qui ne sont pas au nombre de 3 et d'ensuite la tester sur des ponts thermiques.

Références

- [1] K. Martin et al., Problems in the calculation of thermal bridges in dynamic conditions, *Energy and Buildings* 34 (2011), 529-535.
- [2] E. Kossecka et al., Two-step procedure for determining three-dimensional conduction Z-transfer function coefficients for complex building envelope assemblies, *ASHRAE* (2004).
- [3] S. Carpenter, Advances in modelling thermal bridges in building envelopes, *Enermodal Engineering Limited* (2001).
- [4] K. Martin et al., Equivalent wall method for dynamic characterization of thermal bridges, *Energy and Buildings* 55 (2012), 704-714.
- [5] J. Kosny et al., Multi-dimensional heat transfer through complex building envelope assemblies in hourly energy simulation programs, *Energy and Buildings* 34 (2002), 445-454.
- [6] A. Nagata, A simple method to incorporate thermal bridge effects into dynamic heat load calculation programs, *IBPSA, Proceedings Building Simulation* (2005), 817-822.
- [7] X. Xiaona et al., Equivalent slabs approach to simulate the thermal performance of thermal bridges in building constructions, *IBPSA, Proceedings Building Simulation* (2007), 287-293.
- [8] L. A. Pipes, Matrix Analysis of Heat Transfer Problems, *Journal, Franklin Institute, Vol. 263, No.3* (1957).
- [9] Arrêté du Gouvernement Wallon, modifiant, en ce qui concerne la PEB, le Code Wallon de l'Aménagement du Territoire, de l'Urbanisme, du Patrimoine et de l'Energie (10 mai 2012).