

Caractérisation de l'écoulement d'un fluide de Bingham thermodépendant au sein d'une conduite cylindrique.

Nabila LABSI^{1*}, Youb Khaled BENKAHLA¹, Elisabeth BRUNIER²

¹Laboratoire des Phénomènes de Transfert
Université des Sciences et de la Technologie Hoauri Boumediene
BP. 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger, Algérie

²Département de Génie Chimique
Université de Technologie de Compiègne
BP. 20529 - 60205 Compiègne, France

* (auteur correspondant : nabilalabsi@yahoo.fr)

Résumé - La présente étude concerne l'analyse numérique de l'effet de la thermodépendance de la viscosité plastique d'un fluide de Bingham, sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique de son écoulement au sein d'une conduite à section droite circulaire. Cette dernière est maintenue à température pariétale uniforme et siège d'un transfert thermique en mode de convection forcée. Les résultats montrent que cet effet est très ressenti à l'entrée de la conduite lorsqu'il s'agit de l'évolution axiale du nombre de Nusselt, et dans la zone établie lorsqu'il s'agit de l'évolution du coefficient de frottement.

Nomenclature

a	coefficient de température, K^{-1}	U	vitesse axiale réduite, $= V_x/V_0$
a^*	coefficient adimensionnel de température, $= a \Delta T$	V	vitesse radiale réduite, $= V_r/V_0$
Bn	nombre de Bingham, $\tau_0 D / \mu_{p0} V_0$	V_0	vitesse moyenne, $m.s^{-1}$
C_p	chaleur spécifique à pression constante, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	x	coordonnée axiale, m
D	diamètre de la conduite, m	X	coordonnée axiale réduite, $= x/D$
k	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
L	longueur de la conduite, m	Δ	écart entre la valeur du nombre de Nusselt moyen pour un fluide thermodépendant et celle relative au cas isovisqueux,
m	paramètre de croissance exponentielle, s	$= \left(\left Nu_{a^*} - Nu_{\mu_p(\theta)=1}^* \right / Nu_{\mu_p(\theta)=1}^* \right) 100$	
M	paramètre réduit de croissance exponentielle, $= mV_0/D$	ΔT	différence de température, K
Nu	nombre adimensionnel de Nusselt, $= (-1/\theta_m) (\partial\theta/\partial R)_{R=0,5}$	$\dot{\gamma}$	taux de cisaillement
p^*	pression, Pa	$\dot{\gamma}^*$	taux de cisaillement réduit
P^*	pression réduite, $= p^*/\rho V_0^2$	η	viscosité effective, $kg m^{-1} s^{-1}$
Pr	nombre de Prandtl, $= \mu_{p0} C_p/k$	η_{app}	viscosité apparente réduite, $= \eta/\mu_{p0}$
R	coordonnée radiale, m	μ_p	viscosité plastique du fluide, $Pa.s$
r_p	rayon de la conduite, m	μ_{p0}	viscosité plastique à la température de référence, $Pa.s$
R	coordonnée radiale réduite, $= r/D$	μ_p^*	viscosité plastique réduite, $Pa.s$
Re	nombre de Reynolds, $= \rho V_0 D / \mu_{p0}$	ρ	masse volumique, $kg m^{-3}$
T	température, K	τ	contrainte de cisaillement, Pa
T_0	température d'entrée du fluide, K	τ_0	contrainte seuil de cisaillement, Pa
T_m	température moyenne du fluide, K	θ	température réduite, $= (T - T_p)/(T_0 - T_p)$
T_p	température de la paroi, K	θ_m	Température moyenne réduite, $= (T_m - T_p)/(T_0 - T_p)$

1. Introduction

Les fluides viscoplastiques sont caractérisés par l'existence d'une contrainte seuil qui doit être dépassée pour que le fluide amorce son écoulement. Inversement, si la contrainte de cisaillement est inférieure à la contrainte seuil, le matériau se déforme élastiquement ou s'écoule en bloc, comme un solide rigide. Le modèle le plus simple décrivant ce type de fluides est celui de Bingham pour lequel, la relation entre la contrainte et le taux de cisaillement est linéaire.

Le transfert thermique est d'une importance primordiale dans les industries traitant de ce type de fluide. Plusieurs recherches ont donc été entreprises dans le but d'étudier l'écoulement de ces fluides lorsqu'ils sont soumis à différents conditionnements thermiques. Parmi ces recherches, il y a celles [1,2] qui ont considéré le cas d'un fluide de Bingham à propriétés rhéologiques constantes et d'autres qui ont tenu compte de leur thermodépendance. En effet, Duvaut et Lions [3] ont procédé à l'étude analytique des champs de vitesse et de température d'un fluide de Bingham pour lequel la viscosité plastique varie en fonction de la température. Ils ont montré l'existence d'une solution dans le cas d'un écoulement bidimensionnel. Vinay et *al.* [4] ont examiné numériquement le cas de l'écoulement instationnaire, par pipelines, d'un pétrole brut cireux exposé à un refroidissement externe. Ils ont considéré le pétrole comme étant un fluide obéissant au modèle de Bingham, pour lequel la viscosité plastique et la contrainte seuil varient en fonction de la température. Les auteurs ont trouvé que, dans la situation où les paramètres rhéologiques dépendaient de la température, la variation rapide du champ de température dans la direction de l'écoulement principal provoquait l'écoulement du fluide et par conséquent, la zone du bouchon n'existait plus.

La présente étude numérique porte sur l'effet de la thermodépendance de la viscosité plastique d'un fluide de Bingham, sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique de son écoulement au sein d'une conduite cylindrique maintenue à température pariétale uniforme.

2. Mise en équations du problème physique et modélisation numérique

La convection forcée au sein d'une conduite cylindrique à section droite circulaire de longueur L et de diamètre D , est gouvernée par les équations générales de conservation, à savoir : les équations de continuité, de l'impulsion et de l'énergie. La forme réduite de ces équations, en considérant les propriétés physiques du fluide constantes et uniformes à l'exception de la viscosité apparente, est donnée, respectivement, par :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV)}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(RVV)}{\partial R} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} = & -\frac{\partial P^*}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{app} R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{app} \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] \\ & + \frac{1}{Re} \left[\frac{V}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{app}) - \eta_{app} \frac{V}{R^2} + \frac{\partial}{\partial X} (\eta_{app}) \frac{\partial U}{\partial R} + R \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{app}) \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{V}{R} \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{app} R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{app} \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right] \quad (3)$$

$$+ \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{app} \right) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{app} \right) \frac{\partial U}{\partial X} \right]$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV\theta)}{\partial R} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} = \frac{1}{Re Pr} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right] \quad (4)$$

Le fluide utilisé est un fluide viscoplastique, obéissant au modèle rhéologique de Bingham, pour lequel, la loi de régularisation de Papanastasiou est utilisée dans le but d'éviter les instabilités numériques dans la région à faible vitesse de cisaillement. Cette loi est donnée, sous la forme réduite, par l'expression suivante [1,5] :

$$\tau^* = \eta_{app} \dot{\gamma}^* = \left\{ 1 + \frac{Bn}{\dot{\gamma}^*} \left[1 - \exp\left(-M \dot{\gamma}^*\right) \right] \right\} \dot{\gamma}^* \quad (5)$$

$M = mV_0/D$ étant le paramètre de croissance exponentielle, donné sous sa forme réduite.

Dans la présente étude, la viscosité plastique du fluide est prise thermodépendante. Sa loi de variation en fonction de la température est donnée par la relation suivante :

$$\mu_p^*(\theta) = \exp\left[-a^*(1-\theta)\right] \quad (6)$$

a^* étant le coefficient de température adimensionnel, tel que : $a^* = a \Delta T$. Le cas $a^* > 0$ correspond au chauffage pariétal du fluide et le cas $a^* < 0$ représente le refroidissement pariétal.

ΔT représente la différence entre la température de la paroi et celle du fluide à l'entrée, telle que : $\Delta T = T_p - T_0$

$\mu_p^*(\theta)$ étant la viscosité plastique adimensionnelle du fluide, telle que : $\mu_p^*(\theta) = \mu_p(T)/\mu_{p0}$.

Le fluide est donc isovisqueux si $\mu_p^*(\theta) = 1$.

Les conditions aux limites pour cette configuration, consistent en une vitesse axiale et une température uniformes à l'entrée de la conduite ($U = \theta = 1, V = 0$) et en un écoulement établi hydrodynamiquement et thermiquement à la sortie ($\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$). La condition de non glissement est appliquée à la paroi portée à une température constante et uniforme ($U = V = \theta = 0$).

Les équations gouvernantes (1-4), en considérant les conditions aux limites associées, sont résolues par le biais de la méthode des volumes finis proposée par Patankar [6]. Ces équations sont discrétisées et transformées en équations algébriques, qui sont résolues en utilisant un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER et ce, en adoptant un maillage 250x50 suivant X et R, respectivement.

3. Résultats et discussion

Les résultats concernent donc, l'effet de la thermodépendance de la viscosité plastique du fluide, sur les propriétés hydrodynamique et thermique de l'écoulement et ce, pour le cas de chauffage pariétal ($a^* > 0$), de refroidissement pariétal ($a^* < 0$) ainsi que pour le cas isovisqueux ($\mu_p^*(\theta) = 1$).

3.1. Comportement hydrodynamique

L'effet de la variabilité de la viscosité plastique du fluide en fonction de la température, sur le profil de vitesse établi (à la sortie de la conduite, c'est-à-dire en $X = L/D = 1000$), est illustré sur la figure 1.

Les courbes, pour différentes valeurs du coefficient adimensionnel de température, présentent une distorsion du profil de vitesse par rapport au cas isovisqueux ($\mu_p^*(\theta) = 1$) et ce, pour les cas de chauffage et de refroidissement. En effet, le chauffage (ou le refroidissement) des couches fluides adjacentes à la paroi entraîne la lubrification pariétale (ou le freinage) de ces couches fluides. Par conséquent, une contraction (ou une extension) du profil de vitesse a lieu, pour conserver le débit volumique.

Notons également que l'augmentation du coefficient adimensionnel de température de +0,3 à +0,9, conduit à l'augmentation de l'étendue du bouchon (zone non cisailée). Inversement, pour le cas de refroidissement, lorsque le coefficient adimensionnel de température varie de - 0,3 à - 0,9, la vitesse centrale augmente étant donné que le fluide est freiné au niveau de la paroi suite à la diminution de sa viscosité. Par conséquent, l'étendue de la zone de bouchon devient moins large.

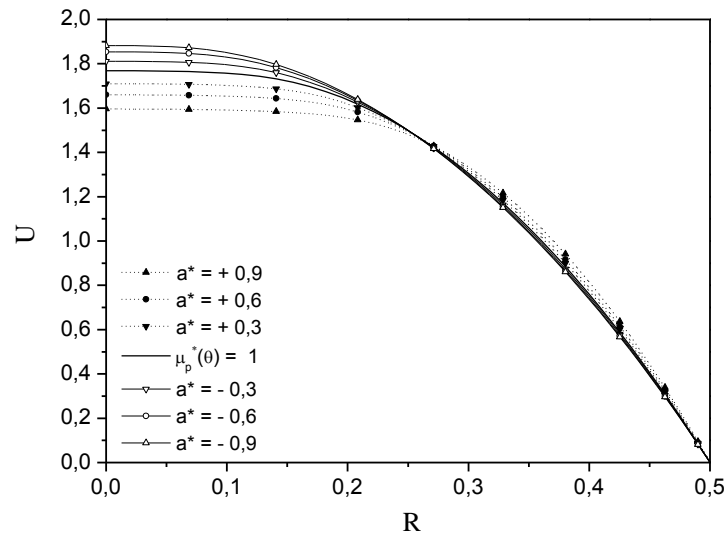


Figure 1 : Profil de vitesse établi pour différentes valeurs du coefficient adimensionnel de température. $Re = 20$; $Pr = 50$; $Bn = 2$; $X = 1000$.

Le même comportement est observé sur la figure 2, qui représente l'effet de la thermodépendance de la viscosité plastique du fluide sur l'évolution axiale de la vitesse centrale.

Nous observons, pour le cas de chauffage, que la vitesse centrale augmente continuellement jusqu'à atteindre sa valeur correspondant à l'écoulement hydrodynamique complètement développé.

Pour le cas de refroidissement en revanche, la vitesse augmente depuis sa valeur uniforme à l'entrée, pour atteindre un maximum, et décroît par la suite, jusqu'à la valeur asymptotique correspondant à l'écoulement hydrodynamique établi. Les valeurs maximales atteintes par la vitesse centrale dans le cas de refroidissement sont de 2,13 ; 1,99 et 1,87 pour des valeurs du coefficient de température égales à - 0,9 ; - 0,6 et - 0,3, respectivement. Un comportement similaire a été observé par Métivier et Nouar [7] dans leur étude traitant de l'écoulement d'un fluide obéissant au modèle de Herschel-Bulkley dans un canal plan horizontal.

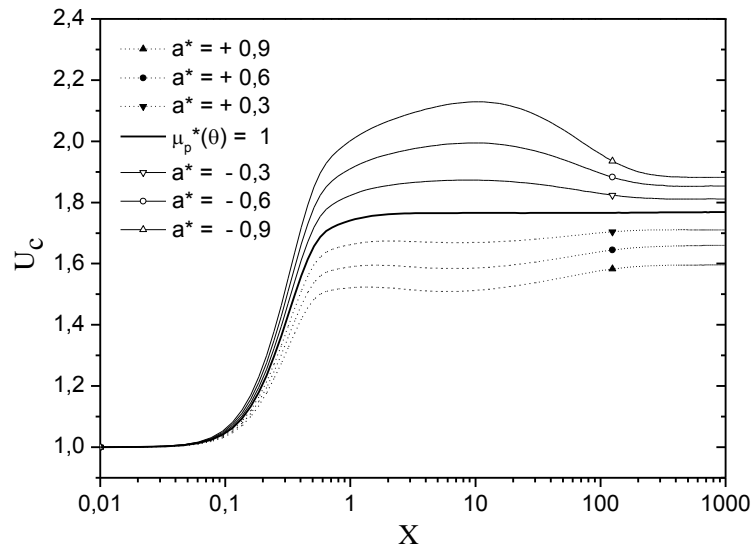


Figure 2 : Evolution axiale de la vitesse centrale pour différentes valeurs du coefficient adimensionnel de température. $Pr = 50$; $Re = 20$; $Bn = 2$.

3.2. Comportement thermique

L'influence de la variation de la viscosité plastique du fluide et par conséquent, de la viscosité apparente, en fonction de la température, sur le développement de la vitesse (figure 1), se répercute sur le transfert thermique. Ceci apparaît sur la figure 3, qui illustre cet effet sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt local.

Nous remarquons que, pour le cas de chauffage, l'augmentation du coefficient adimensionnel de température entraîne l'augmentation du nombre de Nusselt. Ceci pourrait être expliqué par le fait que la viscosité apparente des couches fluides adjacentes à la paroi diminue suite à l'augmentation du coefficient de température a^* , comme le montre la figure 4. Ceci conduit à l'augmentation du gradient pariétal de vitesse (figure 1).

En ce qui concerne le cas de refroidissement, étant donné que la viscosité apparente des couches fluides près de la paroi augmente lorsque cette dernière est refroidie, la vitesse du fluide près de la paroi diminue et le transfert thermique devient, par conséquent, moins important.

Il est intéressant de noter également, que l'effet de la thermodépendance de la viscosité du fluide est plus important à l'entrée de la conduite que dans la région où l'écoulement thermique est complètement développé.

La figure 3 présente, en outre, une comparaison entre l'évolution axiale du nombre de Nusselt local obtenue dans la présente étude et celle issue de l'étude entreprise par Min et *al.* [1] et ce, pour le cas où la viscosité apparente du fluide est constante (cas isovisqueux). Les deux résultats semblent en parfaite concordance. Ce qui valide notre code de calcul.

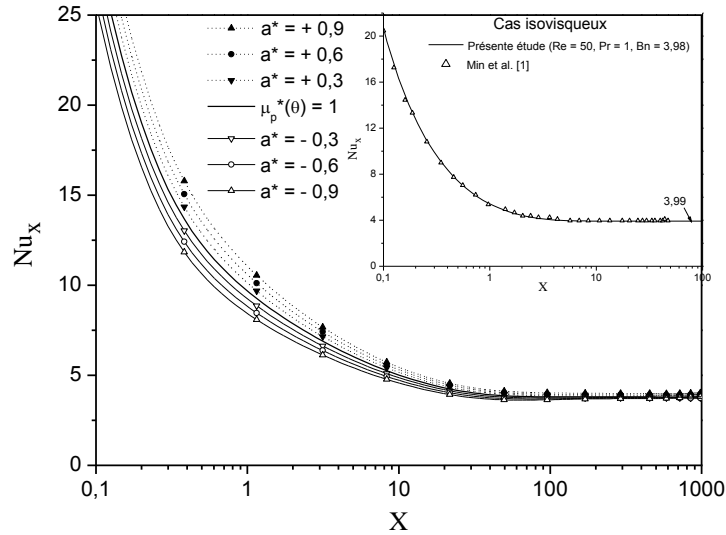


Figure 3 : Evolution axiale du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du coefficient adimensionnel de température. $Pr = 50$; $Re = 20$; $Bn = 2$.

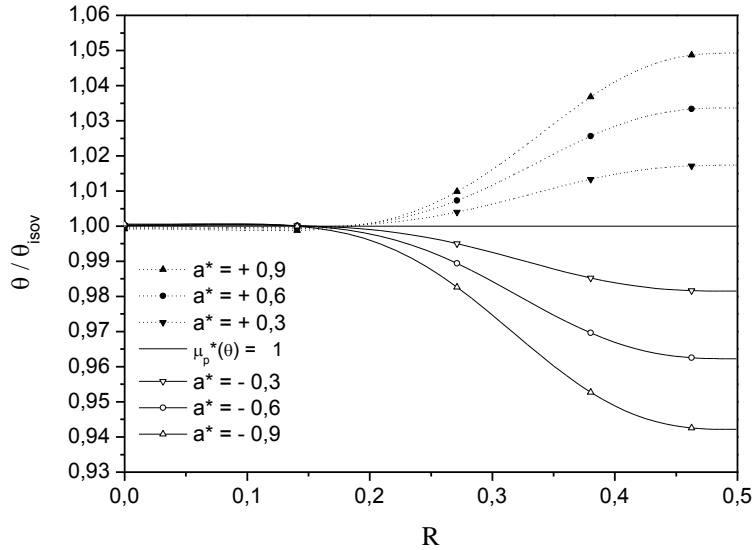


Figure 4: Profil de température rapportée à la température du cas isovisqueux, pour différentes valeurs du coefficient adimensionnel de température. $Re = 20$; $Pr = 50$; $Bn = 2$; $X = 10$.

A l'issue des résultats obtenus, négliger la variabilité de la viscosité du fluide conduit à une sous-estimation du transfert thermique.

En effet, le tableau 1, regroupant les écarts entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen, intégré sur la circonférence de la conduite tout le long de celle-ci, lorsque la thermodépendance est prise en compte et lorsqu'elle est négligée, montrent que cette sous-estimation peut dépasser 15% pour une valeur du coefficient adimensionnel de température égale à +1,8.

Notons également que cet écart est d'autant plus important que la valeur du coefficient adimensionnel de température augmente.

$ a^* $	Δ (%)	
	Cas de chauffage ($a^* > 0$)	Cas de refroidissement ($a^* < 0$)
0,3	5,34	5,75
0,6	6,67	6,41
0,9	9,44	7,04
1,2	9,57	5,36
1,8	15,86	7,91

Tableau 1 : Déviation du nombre de Nusselt moyen du cas isovisqueux pour le cas de chauffage et de refroidissement. $Pr = 50$; $Re = 20$; $Bn = 2$.

4. Conclusion

La présente étude traite de l'écoulement laminaire au sein d'une conduite cylindrique à section droite circulaire, d'un fluide de Bingham thermodépendant. La conduite est maintenue à température pariétale uniforme et est le siège d'un transfert thermique en mode de convection forcée. Les propriétés physiques et rhéologiques du fluide sont constantes à l'exception de la viscosité plastique qui varie en fonction de la température.

La résolution numérique des équations générales de conservation, en utilisant la méthode des volumes finis, a permis de montrer l'influence de la thermodépendance de la viscosité du fluide sur le comportement thermique mais aussi hydrodynamique de l'écoulement étant donné le couplage entre l'équation de la conservation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie.

En effet, ne pas tenir compte de la variabilité de la viscosité du fluide en fonction de la température peut entraîner une sous-estimation du transfert thermique, pouvant dépasser 10% et ce, suivant la valeur du coefficient adimensionnel de température.

Références

- [1] T. Min, H. G. Choi, J. Y. Yoo, H. Choi, Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe II. Numerical approach hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997), 3689-3701.
- [2] G. C. Vradis, J. Dougher, S. Kumar, Entrance pipe flow and heat transfer for a Bingham plastic, *J. Heat Mass Transfer*, 36 (1993), 543-552.
- [3] G. Duvaut, J. L. Lions, Transfert de chaleur dans un fluide de Bingham dont la viscosité dépend de la température, *J. Funct. Anal.*, 11 (1972), 93-110.
- [4] G. Vinay, A. Wachs, J. F. Agassant, Numerical simulation of non-isothermal viscoplastic waxy crude oil flows, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 128 (2005), 144-162.
- [5] T. C. Papanastasiou, Flow of materials with yield, *J. Rheol.*, 31 (1987), 385-404.
- [6] S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *Hemisphere Publishing Co.*, New York (1980).
- [7] C. Métivier, C. Nouar, Linear stability of the Rayleigh-Bénard Poiseuille flow for thermodependent viscoplastic fluids, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 163 (2009), 1-8.