

# Modélisation thermo-hydraulique tri-dimensionnelle du soudage laser

Mickael COURTOIS<sup>1,2</sup>, Muriel CARIN<sup>2\*</sup>, Philippe LE MASSON<sup>2</sup>, Sadok GAIED<sup>1</sup>, Mikhaël BALABANE<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ArcelorMittal, centre de recherche Auto-Applications, route de Saint Leu, BP 30109 Montataire

<sup>2</sup> Univ. Bretagne-Sud, EA 4250, LIMATB, F-56100 Lorient

<sup>3</sup> Institut Galilée Université Paris 13, 99 Avenue Jean-Baptiste Clément 93430 Villetaneuse

\*(auteur correspondant : muriel.carin@univ-ubs.fr)

**Résumé** - Afin de mieux comprendre les phénomènes physiques associés à l'apparition de défauts lors du soudage laser de métaux, une modélisation thermo-hydraulique est réalisée à l'aide du code de calcul commercial COMSOL Multiphysics®. Ce modèle prend en compte les trois phases en présence, à savoir, la vapeur métallique, le bain liquide et la phase solide. Afin de suivre l'évolution de ces trois phases, les équations couplées de la chaleur et de Navier-Stokes sont résolues et le suivi de l'interface liquide-vapeur est traité à l'aide de la méthode Level-Set. L'influence de certains paramètres, comme la vitesse de soudage sera étudiée. Les principales cellules d'écoulement seront mises en évidence.

## Nomenclature

$b$	constante la loi de Darcy, m
$C$	constante la loi de Darcy, Pa.s. m <sup>-2</sup>
$c_p$	capacité thermique massique, J/kg.K
$f_l$	fraction liquide entre 0 et 1
$\vec{g}$	accélération de la pesanteur, m/s <sup>2</sup>
$\Delta H_v$	enthalpie de vaporisation, J
$I$	matrice identité
$k_b$	constante de Boltzmann, J/K
$m$	masse atomique fer, kg
$\vec{n}$	vecteur normal
$p_a$	pression ambiante, Pa
$p$	pression, Pa
$P_{max}$	puissance nominale laser, W
$r$	rayon de gaussienne, m
$T$	température, K
$t$	temps, s
$\vec{u}$	vecteur vitesse, m/s
$V_s$	vitesse de soudage, m/s

## Symboles grecs

$\alpha$	angle d'inclinaison apparent, rad
$\delta$	Dirac défini sur l'interface LS, m <sup>-1</sup>
$\beta$	coefficient d'expansion volumique, K <sup>-1</sup>
$\beta_r$	coefficient de rétrodiffusion
$\epsilon_{ls}$	épaisseur de transition LS, m
$\Phi$	variable Level-Set
$\gamma$	coeff. de tension superficielle, N/m
$\gamma_{ls}$	vitesse réinitialisation LS, m/s
$\eta$	coefficient d'absorption global
$\kappa$	courbure, m <sup>-1</sup>
$\lambda$	conductivité thermique, W/m.K
$\mu$	viscosité dynamique, Pa.s
$\rho$	masse volumique, kg/m <sup>3</sup>

## Indices

$s, l, v$  solide, liquide, vapeur

## 1. Introduction

Le soudage laser est un procédé de plus en plus présent dans l'industrie automobile. Les zones fondues restreintes et les grandes vitesses de soudage offrent de faibles zones affectées thermiquement et de grandes cadences de production. Dans l'objectif de mieux maîtriser cette technologie sur des aciers de très haute résistance, il est utile de développer des modèles numériques robustes permettant de prédire l'apparition de défauts dans le cordon de soudure. Ces défauts, tels que les effondrements de bain ou les pénétrations partielles, apparaissent lorsque le métal est à l'état liquide et que la dynamique de solidification fige le cordon dans une géométrie non souhaitable.

Lors du soudage laser, le faisceau laser impacte la surface des tôles, induisant ainsi la fusion de la zone à assembler. Les densités d'énergie étant très importantes, le métal va rapidement se vaporiser. Cette phase de vaporisation s'accompagne de l'apparition d'une pression de recul à la surface du bain liquide, la déformant pour créer un capillaire de vapeur. La pression de recul est la résultante de la vaporisation du métal par effet d'action-réaction aussi appelé effet « piston ». Cette pression est le principal moteur du creusement et du maintien de la forme du capillaire de vapeur. Finalement, pour réaliser le cordon de soudure, le laser avance avec des vitesses de quelques mètres par minute. En régime établi, 3 phases sont donc présentes : la vapeur de métal qui crée un capillaire plus ou moins cylindrique, le métal liquide (bain de fusion) qui s'écoule autour de la vapeur suivant des mouvements fluides complexes, et enfin, la troisième phase constituée par la partie solide loin de l'apport d'énergie (Figure 1).

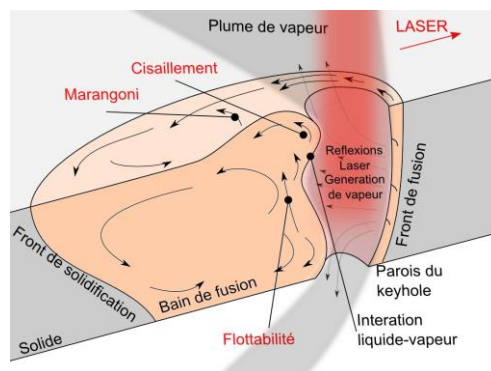


Figure 1 : Schéma illustrant le principe du soudage laser.

Actuellement, les modèles 3D multiphysiques simulant les procédés de soudage laser restent encore rares. Néanmoins, ces 10 dernières années ont vu arriver des modèles de plus en plus complexes avec des hypothèses de moins en moins restrictives. Pour mieux comprendre les mécanismes responsables de défauts, ces modèles doivent prendre en compte la mécanique des fluides dans le bain de fusion et doivent prédire l'évolution dynamique de la forme du capillaire de vapeur qui est intimement liée aux transferts thermiques, à la mécanique des fluides et aux changements de phases. Ki et al [1] sont les premiers en 2002 à proposer un modèle auto-consistant tri-dimensionnel incluant les principaux mécanismes inhérents au soudage Laser. Le modèle prend en compte la mécanique des fluides dans le liquide et la vapeur et les réflexions multiples du faisceau laser sur la paroi du capillaire de vapeur. La pression de recul a également été précisément décrite grâce à une représentation de la couche de Knudsen. L'évolution dynamique de l'interface liquide / vapeur est suivie grâce à la méthode Level-Set [6]. Néanmoins, les calculs ont été réalisés au début des années 2000 à l'aide d'un superordinateur, ce qui limite l'accessibilité de ces modèles 3D. Plus récemment, avec l'amélioration des capacités de calcul, plusieurs auteurs ont proposé des modèles 3D similaires. Les modèles les plus avancés décrivent l'évolution de la surface libre du bain de fusion et l'apparition de défauts commence à être modélisée. Geiger et al [2] proposent un modèle multiphysique complet utilisant la méthode VOF (Volume of Fluid). Ce modèle reproduit les oscillations du capillaire de vapeur et il est utilisé pour analyser l'influence du jeu en soudage par transparence. Pang et al [3] a proposé un modèle équivalent pour prédire la formation du capillaire de vapeur en utilisant la méthode Level-Set. Les mécanismes conduisant à des instabilités sont étudiés avec différentes puissances Laser.

Dans la plupart des modèles, l'effet de la pression de recul est modélisé par une force appliquée sur la surface du bain mais la génération de vapeur due au changement de phase est totalement ignorée. Cette force est en général basée sur le modèle d'Anisimov [4]. Dans ces conditions, les vitesses dans la phase gazeuse sont très rarement abordées. Il a, cependant, été clairement montré expérimentalement que le front arrière du capillaire de vapeur est très affecté par l'éjection du panache de vapeur. Ce phénomène peut être à l'origine du phénomène de « humping » souvent

observé avec les grandes vitesses de soudage ou être responsable des projections de liquide provoqués par les fermetures répétées du capillaire de vapeur. Les seuls travaux introduisant clairement la génération de vapeur afin d'obtenir le cisaillement sur le fluide sont ceux de Tan et al [5]. Ces travaux récents proposent un modèle complet 3D pour étudier la création du capillaire de vapeur lors d'un tir laser statique. Ce modèle est basé sur une méthode de reconstruction d'interface qui permet d'appliquer les conditions de saut sur la paroi du capillaire de vapeur (forces capillaires, pression de recul, absorption de Fresnel, évaporation). Les vitesses ainsi atteintes dans la phase gazeuse varient de 200 à 500 m/s ( $0,5 < Ma < 1,5$ ).

Dans cet article, seront présentées les équations régissant le problème thermique et le problème de mécanique des fluides. La méthode de suivi d'interface Level-Set sera brièvement explicitée et une partie sera consacrée à la modélisation de la vaporisation. Les premiers résultats de ce modèle seront présentés et les principaux phénomènes hydrodynamiques seront analysés.

## 2. Description du modèle numérique

### 2.1 Equations régissant les problèmes thermique et mécanique des fluides

Dans le cas d'une modélisation thermohydraulique, il convient de résoudre les équations de conservation de l'énergie (équation de la chaleur, Eq. 1), de la masse (équation de continuité, Eq. 2) et de la quantité de mouvement (équations de Navier-Stokes, Eq. 3). Le métal liquide est assimilé à un fluide incompressible newtonien, subissant un écoulement laminaire:

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} T) \right] = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) + S_{laser} + Q_{vap} \quad (1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot (\vec{\nabla} \vec{u}) \right) = \vec{\nabla} \cdot \left[ -pI + \mu \left( \vec{\nabla} \vec{u} + (\vec{\nabla} \vec{u})^T \right) \right] + \rho \vec{g} - \rho_l \beta_l (T - T_{fusion}) \vec{g} + K(\vec{u} + \vec{V}_s) + \gamma \vec{n} \kappa \delta(\phi) \quad (3)$$

Afin de limiter les temps de calcul, les équations sont résolues dans le repère mobile lié à la source laser. Ceci est réalisé en imposant une entrée de matière égale à la vitesse de soudage et à l'opposée une sortie libre. Le coefficient de tension superficielle est supposé constant pour ce modèle, ce qui implique que l'effet Marangoni n'est pas pris en compte.

Ces équations de conservation sont résolues dans les trois phases (vapeur, liquide, solide). Le déplacement de l'interface liquide/gaz est traité à l'aide de la méthode Level-Set [6]. Cette méthode utilise un maillage fixe et une variable  $\Phi$  définie dans l'ensemble du domaine de calcul qui prend la valeur 1 dans la phase vapeur et 0 dans la phase liquide. Ce choix permet ainsi de facilement imposer des propriétés différentes pour chaque phase en fonction de  $\Phi$ , la position de l'interface étant identifiée par l'isovaleur 0,5. Le déplacement de l'interface liquide-vapeur est déterminé en advectant la variable  $\Phi$  grâce au champ de vitesse à l'aide d'une équation de transport. En outre, la méthode Level-Set présente l'avantage de traiter les changements topologiques complexes de l'interface. Il est ainsi possible de simuler le passage d'un soudage non débouchant à un soudage débouchant, la création de gouttes ou l'emprisonnement de bulles.

Avec la méthode Level-Set, les conditions à l'interface liquide-vapeur sont introduites dans les équations de conservation à travers des termes sources qui dépendent de la variable  $\Phi$ . Ainsi l'énergie déposée à la surface du métal par le laser est introduite dans le terme source de l'équation de la chaleur. Bien qu'il ait été montré dans une précédente étude que les réflexions du laser étaient descriptibles grâce aux équations de Maxwell [7], elles seront ici négligées pour conserver des

temps de calcul acceptables. Ainsi la distribution énergétique du laser est supposée constante avec une distribution gaussienne (Eq. 4). Les faibles épaisseurs de tôles étudiées ici permettent cette approximation. La gestion de la phase solide est réalisée grâce à l'amortissement de Darcy (Eq. 7 & 8). Cette méthode largement utilisée consiste à annuler la vitesse lorsque la température est inférieure à la température de fusion. La chaleur latente de fusion est prise en compte grâce à la méthode du Cp équivalent (Eq. 5) et la chaleur latente de vaporisation (Eq. 6) apparaît comme un terme source négatif dans l'équation de la chaleur.

$$S_{laser} = \frac{P_{max} \eta}{\pi r_0^2} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2 - (y-y_0)^2}{r_0^2}\right) \delta(\phi) \cos(\alpha) \quad (4)$$

$$c_p^{eq} = c_{p-s} + L_f \frac{e^{-\left(\frac{(T-T_{fusion})^2}{(T_l-T_s)^2}\right)}}{\sqrt{\pi (T_l - T_s)^2}} \quad (5)$$

$$Q_{vap} = -L_v \dot{m} \delta(\phi) \quad (6)$$

$$K = -C \left( \frac{(1-f_l)^2}{f_l^3 + b} \right) \quad (7) \quad f_l = \begin{cases} 0 & \text{for } T < T_s \\ \frac{T-T_l}{T_l-T_s} & \text{for } T_s < T < T_l \\ 1 & \text{for } T > T_l \end{cases} \quad (8)$$

## 2.2 Description du modèle de vaporisation

L'évaporation qui résulte des fortes densités énergétiques du faisceau laser induit la génération d'une grande quantité de vapeur et donc d'une pression de recul qui est à l'origine de la création du capillaire. Cette pression impose un « effet piston » à la matière sous-jacente. Ainsi, le métal liquide se trouvant directement sous la couche en cours de vaporisation est violemment chassé. En général, le calcul de cette pression de recul est réalisé à l'aide d'une formulation empirique [2,3]. Elle n'est donc pas une résultante du calcul des grandeurs de part et d'autre de l'interface. Une approche plus physique consiste à introduire un terme source dans l'équation de continuité, qui sera non nul uniquement au voisinage de l'interface (Eq. 9). En effet, l'incompressibilité des phases fluides n'est pas satisfaite au voisinage de l'interface, en raison de la différence de masse volumique des phases gazeuse ( $\rho_v$ ) et liquide ( $\rho_l$ ). De même, l'équation de transport de la variable Level-Set (Eq. 10) est modifiée d'une manière équivalente. Ces termes sources font intervenir le débit massique d'évaporation  $\dot{m}$  (Eq. 11) qui est déduit principalement de la température locale et de la pression de vapeur saturante [8]. Cette méthode, encore peu utilisée mais très prometteuse, a d'abord été utilisée pour traiter l'ébullition de l'eau [9]. Par la suite, cette méthode a été reprise avec quelques variantes pour le soudage laser [7,10]

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \dot{m} \delta(\phi) \left( \frac{\rho_l - \rho}{\rho^2} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \phi - \dot{m} \delta(\phi) \left( \frac{\phi}{\rho_l} + \frac{1-\phi}{\rho_v} \right) = \gamma_{ls} \nabla \cdot \left( \varepsilon_{ls} \nabla \phi - \phi(1-\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (10)$$

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_b}} \frac{p_{sat}(T)}{\sqrt{T}} (1 - \beta_r) \quad (11)$$

$$p_{sat}(T) = p_a \exp \left[ \frac{\Delta H_v}{k_b T_{vap}} \left( 1 - \frac{T_{vap}}{T} \right) \right] \quad (12)$$

### 3. Résultats du modèle numérique

Les équations précédentes sont résolues dans une configuration tridimensionnelle à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics®. La géométrie est un parallélépipède ( $L = 13,5$  mm,  $l = 2$  mm,  $h = 1.8$  mm) représentant un demi-échantillon de 1,8 mm d'épaisseur à température ambiante et avec une couche d'air de 0,2 mm au-dessus et en dessous. Le maillage utilisé est uniforme et possède 400 000 mailles cubiques de 40  $\mu$ m. La simulation correspond à un faisceau laser de 4 kW se déplaçant à la vitesse de 6 m/min pendant 100 ms et positionné à 1,5 mm de la frontière avant. Les temps de calculs sont de l'ordre de 10 jours pour 20 ms avec 8 cœurs (3,46 GHz) avec environ 30 GB de Ram (1333 Mhz). Les propriétés des matériaux utilisées sont données dans le tableau 1:

Propriété [unité]	Symbole	Valeur ou référence
Conductivité thermique du solide / liquide/ gaz [ $W.m^{-1}.K^{-1}$ ]	$k_{s/l/g}$	$f(T) [11] / 3.75.10^{-3} T + 23.25 / 0.12$
Masse volumique du solide / liquide/ gaz [ $kg.m^{-3}$ ]	$\rho_{s/l/g}$	$f(T) [11] / 7287 / 1$
Chaleur massique du solide / liquide/ gaz [ $J.kg^{-1}.K$ ]	$C_{p,s/l/g}$	$f(T) [11] / 573 / 373$
Viscosité dynamique of liquide / gaz [Pa.s]	$\mu_{l/g}$	$5 \times 10^{-3} / 1 \times 10^{-5}$
Chaleur latente de fusion [ $J.kg^{-1}$ ]	$L_f$	$2.54 \times 10^5$
Chaleur latente de vaporisation [ $J.kg^{-1}$ ]	$L_v$	$6.1 \times 10^6$
Coefficient de rétrodiffusion	$\beta_r$	0
Température Solidus / Liquidus [K]	$T_s / T_l$	1788 / 1808
Température de fusion [K]	$T_{melting}$	$(T_l + T_s) / 2$
Température de vaporisation [K]	$T_{vap}$	3134
Coefficient de tension superficielle [ $N. m^{-1}$ ]	$\gamma$	0.15
Coefficients dans la loi de Darcy (7)	$C / b$	$1.10^6 / 1.10^{-3}$

Tableau 1 : Propriétés thermophysiques des phases solide, liquide et vapeur

Le début d'irradiation fait fondre l'acier puis, très rapidement, la température atteint la température de vaporisation. Dès lors, le processus de perçage commence. L'effet piston ou de pression de recul pousse le liquide sous-jacent. Le laser apportant toujours de l'énergie mais en profondeur, le perçage continue jusqu'à avoir un keyhole débouchant (Figures 2a, 2b). Cette phase dure moins de 10 ms. L'irradiation laser continuant, la quantité d'énergie apportée augmente et le bain de fusion commence à grandir. La vitesse d'avance est fixé à 6 m/min, ainsi du point de vue de la source, le métal solide arrive sur l'avant du front de fusion, fond puis est contraint de contourner le keyhole. Les sections de passages étant réduites autour du keyhole, le métal liquide est accéléré puis arrivant dans une section bien plus grande derrière le keyhole la vitesse diminue largement (Figure 2f). Dans tous les cas les vitesses atteintes dans le liquide sont inférieures à 1 m/s.

Deux principales phases sont identifiables : une première phase correspondant à la formation du capillaire de vapeur et du bain liquide. Ce dernier a encore une longueur faible. Le fluide contourne le capillaire de vapeur puis bute sur le front de solidification arrière, on observe alors une recirculation à l'arrière du capillaire (Figures 2b, 2c), qui se décompose en deux importantes cellules d'écoulement: une grande en partie haute et une seconde plus petite en partie basse tournant dans des sens opposés.

La deuxième phase apparait avec l'augmentation de la longueur du bain. On atteint alors un régime quasi-stationnaire. Le fluide contourne toujours le capillaire de vapeur puis ralentit fortement et

décrit une trajectoire quasi-rectiligne jusqu'au front de solidification (Figure 2e). Dans ce cas, les écoulements sont beaucoup moins chahutés, plus rectilignes et présentent un brassage moins important. Les températures sur le front avant avoisinent constamment la température de vaporisation. Dans le reste du bain de fusion, les températures s'homogénéisent rapidement et chutent en dessous de 2000°C.

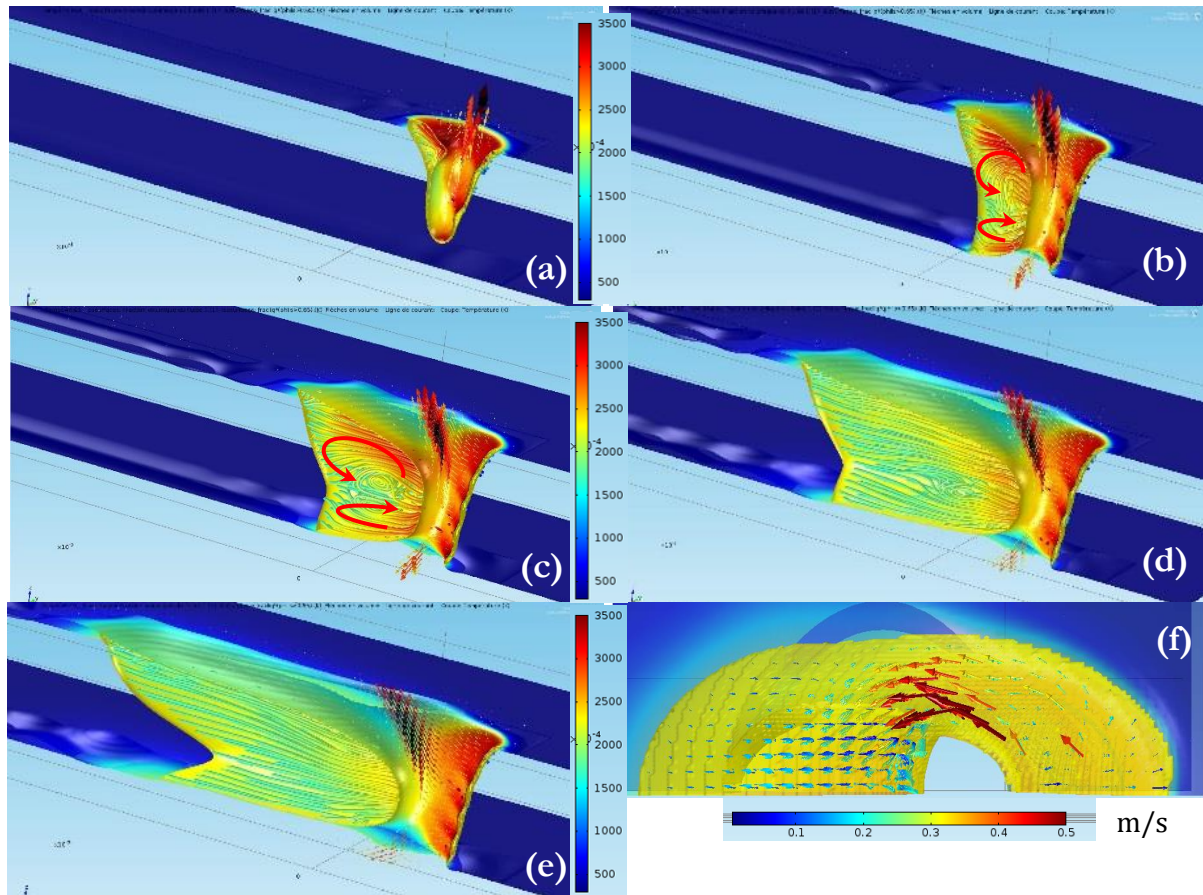
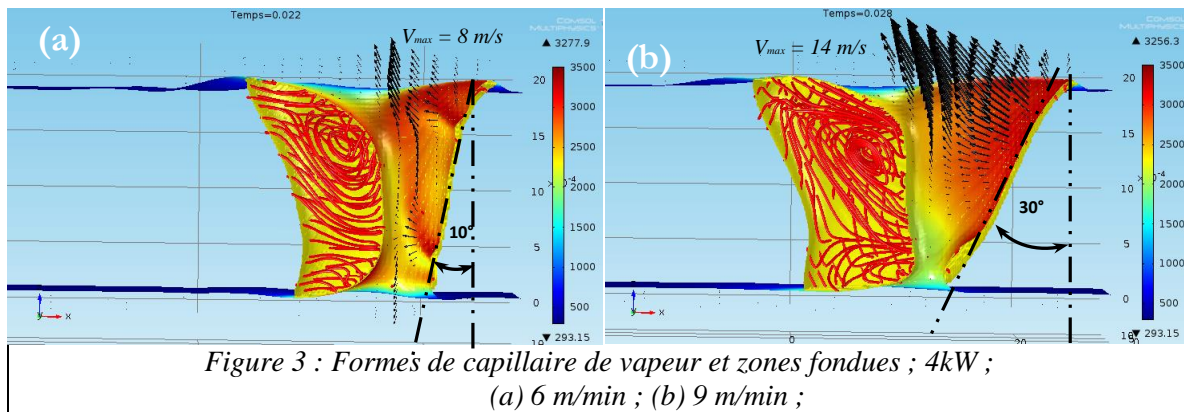


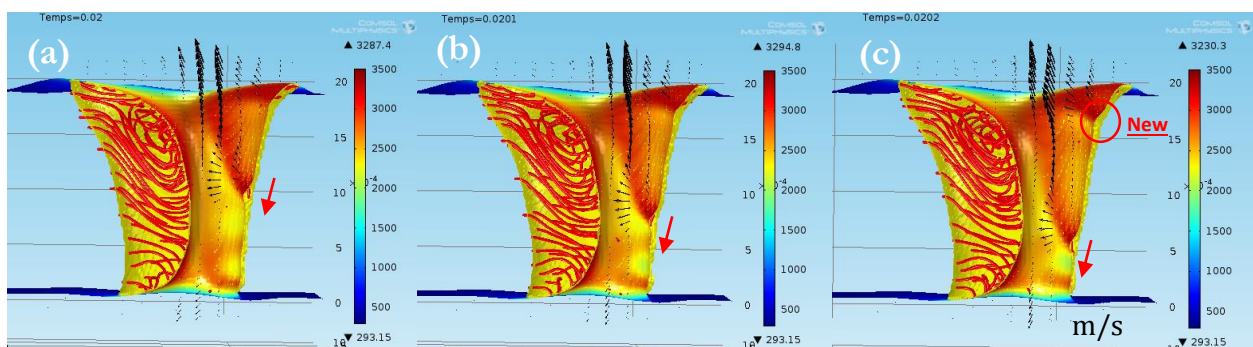
Figure 2 : Formes de capillaire de vapeur (surface libre) et zones fondues (jaune) ;  
 (a-e) champ de température ; (f) champ de vecteur vitesse  
 4kW 6 m/min ;  $V_{max}$  plume = 14 m/s (a)9ms ; (b)20ms ; (c)30ms ; (d)50ms ; (e)70ms ; (f)30ms ;

Le modèle développé a permis également d'étudier l'influence de la vitesse de soudage. Deux vitesses ont été utilisées 6 et 9 m/min avec une puissance laser de 4 kW. En cohérence avec les travaux de la littérature [13], on observe bien une augmentation de l'inclinaison du front avant avec la vitesse de soudage. Pour une vitesse de 6 m/min, l'angle d'inclinaison est de l'ordre de 10° (Figure 3a) et passe à 30° pour 9 m/min (Figure 3b).

Lorsque la vitesse augmente, la quantité de matière à fondre et à vaporiser augmente pour un temps donné (+33% dans notre cas). Autrement dit, l'énergie linéique, l'énergie déposée sur 1 m est plus faible de 33%. Donc l'inclinaison du front est plus forte. Cette tendance est la même lorsqu'à vitesse fixe la puissance est diminuée. Au contraire, lorsque le front avant est plus incliné (à haute vitesse), la densité énergétique impactant le front avant est plus importante car la surface apparente est plus faible. Dans ce cas, la vaporisation s'intensifie et les vitesses de plume augmentent. Néanmoins, cette augmentation d'énergie est faible devant la perte due à l'augmentation de vitesse induisant une nouvelle position d'équilibre plus inclinée.



Enfin, il est intéressant de noter que le modèle reproduit bien les phénomènes d'instabilités sur le front avant, mis en évidence expérimentalement [12]. Des vagues successives (« humps »), sont créées en partie haute du capillaire de vapeur lorsque l'avant du spot laser fond une certaine quantité de métal. Lorsque cette quantité de métal devient suffisante, une bosse de liquide est créée. La forme de la bosse expose une partie quasi-horizontale à plus d'énergie et la pression de recul résultante va pousser préférentiellement vers le bas. Cette ondulation va se propager jusqu'en bas du capillaire de vapeur. Notons, que cette propagation d'onde se fait principalement sans entrainement de masse, c'est-à-dire que l'onde se propage mais que le liquide reste pour l'essentiel à sa position voyant passer l'onde comme une bouée à la surface de l'océan qui voit passer la houle. Dans le cas présenté, le phénomène est périodique avec une nouvelle ondulation démarrant avant que la précédente n'ait atteint le bas (Figure 4). La fréquence identifiable est ici d'environ 200 Hz. En augmentant la vitesse, la fréquence d'apparition de ces instabilités augmente [12]. A 9 m/min, la fréquence est si importante que les instabilités ne sont plus visibles, le front avant apparait alors lisse. Bien que peu discuté en simulation du soudage, ce phénomène est très bien connu dans les procédés de découpe car il est à l'origine des irrégularités sur la surface découpée finale [8].



### 3. Conclusion et perspectives

Un modèle 3D thermohydraulique a été développé pour simuler la création d'un capillaire de vapeur puis le comportement du bain de fusion sous l'effet d'un laser continu. Ce modèle prend en compte les phénomènes de fusion et d'évaporation, la tension de surface, la pesanteur, la pression de recul et permet d'obtenir les champs de température, de vitesse et de pression dans les phases solide, liquide et vapeur. La pression de recul et la plume de vapeur sont modélisées grâce à l'introduction du débit massique dans l'équation de conservation de la masse, permettant ainsi d'étudier l'interaction entre le jet de vapeur et la surface du bain liquide.

Ces premiers résultats ont permis de mettre en évidence l'influence de la vitesse de soudage sur l'inclinaison du capillaire de vapeur, ainsi que les instabilités du front avant.

Ce travail se poursuivra avec la prise en compte des réflexions multiples du laser sur la paroi du capillaire. Des confrontations avec des mesures expérimentales portant sur les températures en phase solide et liquide, des estimations de vitesses en surface de bain et des relevés de dimensions de bains sont également envisagées. A plus long terme, il s'agira d'étendre ce modèle aux cas industriels comme le soudage en bord à bord de tôles d'épaisseurs différentes afin de pouvoir prédire l'apparition de défauts de soudure pour un jeu de paramètres de soudage donné.

#### Références

- [1] H. Ki, P. Mohanty, J. Mazumder, "Modeling of laser keyhole welding: Part I. Mathematical modeling, numerical methodology, role of recoil pressure; multiples reflections and free surface evolution", *Metall. Mater. Trans A* 33A (2002), 1817-1830
- [2] M. Geiger, K.H. Leitz, H. Koch, A. Otto, "A 3D transient model of keyhole and melt pool dynamics in laser beam welding applied to the joining of zinc coated sheets", *Prod. Eng. Res. Devel.* (2009), 3:127-136
- [3] S. Pang, L. Chen, J. Zhou, Y. Yin, T. Chen, "A three-dimensional sharp interface model for self-consistent keyhole and weld pool dynamics in deep penetration laser welding", *J. Phys. D : Appl. Phys.* 44 (2011)
- [4] S.I. Anisimov and V.A. Khokhlo, "Instabilities in Laser-Matter Interaction" *Boca Raton, FL: CRC* (1995)
- [5] W. Tan, N. Bailey, Y. Shin, "Investigation of keyhole plume and molten pool based on a three-dimensional dynamic model with sharp interface formulation" *J. Phys. D: Appl. Phys.* 46 (2013) 055501
- [6] S. Osher and J. A. Sethian, "Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations", *J. Comput. Phys.* 79 (1988), 12-49
- [7] M. Courtois, M. Carin, P. Le Masson, S. Gaied, M. Balabane, "A new approach to compute multi-reflections of laser beam in a keyhole for heat transfer and fluid flow modeling in laser welding", *J. Phys. D: Appl. Phys.* 46 (2013) 505305
- [8] K. Hirano, "Study on striation generation process during laser cutting of steel", Thèse Arts et Métiers ParisTech France (2012)
- [9] A. Esmaeeli, "Computations of film boiling. Part I: numerical method", *Int. J. Heat Mass Trans.* 47 (2004), 5451-5461
- [10] H. Ki, P.S. Mohanty, J. Mazumder, "A numerical method for multiphase incompressible thermal flows with solid-liquid and liquid-vapor phase transformations" *Numer Heat Tr B-fund* 48 (2005) 125-145
- [11] T. Schenk, I.M. Richardson, M. Kraska, S. Ohnimus, "Modeling bulking distortion of DP600 overlap joints due to gas metal arc welding and the influence of the mesh density" *Comput. Mater. Sci.* 46 (2009) 977-986
- [12] R. Fabbro, "Processus physiques en soudage laser – Etat des connaissances" *Proceedings Laserap'7 Oléron France* (2012)
- [13] R. Fabbro, S. Slimani, F. Coste, F. Briand, "Analysis of the various melt pool hydrodynamics regimes observed during CW Nd-Yag deep penetration laser welding" *ICALEO Proceedings, USA* (2007)