

Evaluation du flux de chaleur extrait d'une plaque impactée par un train de gouttes monodispersées

Franck LELONG^{1,2,*}, Michel GRADECK², Denis MAILLET², Nathalie SEILER¹

¹Institut de Radioprotection de Sûreté Nucléaire, Cadarache, 13115 Saint Paul lez Durance.

²Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, 54500 Vandoeuvre les Nancy.

*franck.lelong@irsn.fr

Résumé - Dans le cadre de l'étude de l'influence des gouttes d'eau sur le refroidissement des gaines ballonnées d'un REP (Réacteur nucléaire à Eau Pressurisée) en situation d'APRP, une installation expérimentale a été montée au LEMTA de Nancy. Cette installation permet l'estimation de la chaleur extraite d'une plaque chaude par une goutte d'eau impactant en régime de Leidenfrost. Le flux échangé est obtenu par une méthode inverse à partir des profils de température mesurés, par caméra infra-rouge, sur la face arrière d'un échantillon en Nickel chauffé par induction électromagnétique et impacté, en son centre, par un train de gouttes monodispersées. L'objet de cet article est de présenter la méthode d'estimation du flux ainsi que quelques résultats expérimentaux obtenus.

Nomenclature

D	Diamètre, m	<i>Symboles grecs</i>	
e	Epaisseur, m	α	Variable de Hankel
h	Coefficient convectif, $W.m^{-2}.K^{-1}$	θ	Température modifiée ($T - T_{\infty}$)
J_n	Fonction de Bessel du nième ordre	λ	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
p	Variable de Laplace	σ	Constante de Stefan Boltzmann, $W.m^{-2}.K^{-4}$
R	Rayon, m	φ	Flux, W
T	Température, $^{\circ}C$		
t	Temps, s		
V	Vitesse, $m.s^{-1}$		
<i>Indices et symboles</i>		n	Harmonique (transformée de Hankel)
\bar{g}	Transformée de Laplace de la fonction g	NC	Non convectif
\tilde{g}	Transformée de Hankel de la fonction g	Ni	Nickel
AR	Relatif à la face arrière	p	Paroi
AV	Relatif à la face avant	rad	Radiatif
Inc	Incident	∞	Ambiant
$Init$	Initial	obs	observé par la caméra IR

1. Introduction

Lors d'un renoyage du cœur d'un REP (Réacteur nucléaire à Eau Pressurisée) en situation d'APRP (Accident de Perte de Réfrigérant Primaire), le refroidissement des assemblages de crayons combustibles est, en premier lieu, assuré par un écoulement vapeur chargé en gouttes d'eau. Ces gouttes d'eau, de faible diamètre et de faible vitesse d'impact, rebondissent sur les crayons, chauffés par la puissance résiduelle. Le rebond des gouttes est dû à la création instantanée d'un film de vapeur entre la goutte et le crayon. Ce film de vapeur amorti la goutte et permet son rebond si l'énergie cinétique incidente n'est pas trop importante devant l'énergie de tension superficielle. C'est le régime non mouillant aussi appelé régime de Leidenfrost ou régime de rebond. Si la température du crayon est inférieure à une température caractéristique appelée température de Leidenfrost (température nécessaire à la création du film de vapeur), la goutte se dépose. C'est le régime mouillant, ou encore, régime de dépôt. Dans ce contexte précis, une installation expérimentale, représentative d'une situation APRP, a été mise en place au LEMTA de Nancy.

2. Présentation de l'installation expérimentale

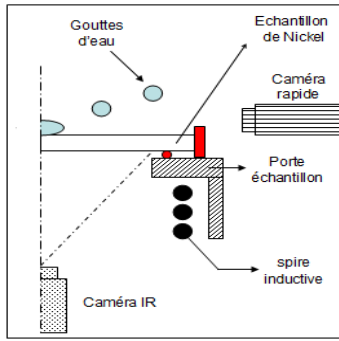


Figure 1 : Demi coupe de l'installation expérimentale

Un train de gouttes d'eau monodispersées impacte sur la face avant d'une paroi cylindrique, en Nickel, chauffée par induction électromagnétique (Fig.1). L'injecteur piézoélectrique utilisé peut générer des diamètres de gouttes dans l'intervalle $[50-400 \mu\text{m}]$. La vitesse des gouttes est directement contrôlée par la fréquence de vibration de l'injecteur (vitesse dans l'intervalle $[5-20 \text{ m.s}^{-1}]$). Les profils de température en face arrière de l'échantillon sont mesurés par une caméra infra-rouge. La caméra utilisée est une caméra matricielle *Cedip Jade III* de format d'image $320*240$ pixels, munie d'un filtre mono spectral centré sur $4 \mu\text{m}$. La fréquence d'acquisition est de 60 Hertz . Sur la face avant, des images de l'impact sont réalisées à l'aide d'une caméra rapide *Photrom Ultima APX-RS*.

Le traitement numérique des images obtenues permet d'évaluer les propriétés dynamiques des gouttes incidentes (diamètre initial, vitesse et angle d'impact).

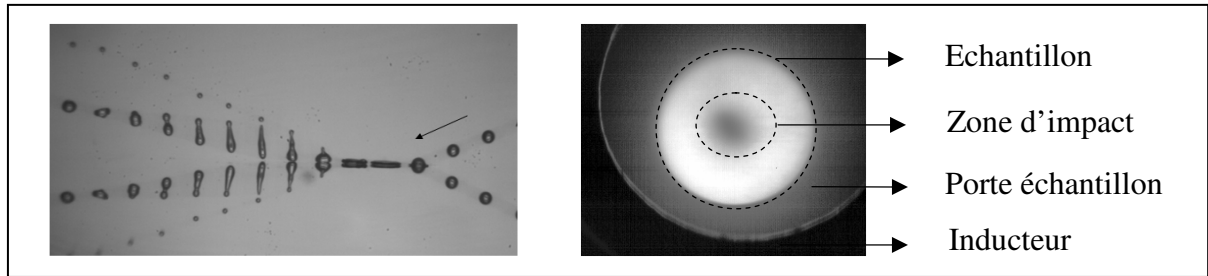


Figure 2 : a) image obtenu par Caméra rapide (face avant) b) thermogramme obtenu par Caméra infrarouge (face arrière). a) et b) obtenues pour des gouttes d'eau avec $D_g= 250 \mu\text{m}$, $\theta_{inc} = 15^\circ$ et $V_{inc} = 15 \text{ m.s}^{-1}$, $f_{inj}=10\ 000 \text{ Hz}$.

Le flux de refroidissement est directement évalué à partir des profils de température, obtenus en face arrière, par une méthode inverse.

3. Présentation du modèle d'inversion

Les techniques inverses se définissent comme des méthodes permettant de remonter à des causes (le flux en face avant) à partir de l'observation de leurs conséquences (profils de températures en face arrière). Le principe est de résoudre l'équation de chaleur pour obtenir une relation entre température mesurée et flux estimé. Pour ce faire, on considère un disque de Nickel, de rayon R_{Ni} et d'épaisseur e_{Ni} initialement chauffé à une température théoriquement homogène, $T(r,t=0)=T_{init}(r)$. Parallèlement à l'arrêt du chauffage, la face avant est impactée, en son centre, par un train de gouttes. L'équation de la chaleur s'écrit alors en 2D transitoire :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{a_{Ni}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} -\lambda_{Ni} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=e_{Ni}} = h_{AR} (T_{AR} - T_\infty) \\ \lambda_{Ni} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_{AV} (T_{AV} - T_\infty) + \phi_{NC} \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (1)$$

avec ϕ_{NC} est le flux non convectif, i.e. la somme des pertes radiatives (moyennées sur l'échantillon et affectées à la face avant), ϕ_{rad} et des pertes créées par l'impact du train de gouttes, $\phi_{gouttes}$. Les coefficients convectifs sont évalués par des corrélations issues de la littérature.

L'écriture de l'équation (1) dans le domaine des transformées spatiales de Hankel et temporelles de Laplace, permet de se ramener à un problème diagonal d'équations différentielles ordinaires :

$$\begin{cases} \bar{T}(r, p, z) = \int_0^{\infty} T(r, t, z) e^{-pt} dt \\ \bar{T}_n(\alpha_n, z) = \int_0^{R_{Ni}} \bar{T}(r, p, z) r J_0(\alpha_n r) dr \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial^2 \tilde{\theta}_n}{\partial z^2} - (\alpha_n^2 + \frac{p}{a}) \tilde{\theta}_n = 0 \quad \text{avec} \quad \theta = T - T_{init} \quad (2)$$

avec J_n les fonctions de Bessel du nième ordre et α_n les valeurs propres dépendant des conditions aux limites du problème. Dans notre cas une bonne approximation est de considérer les valeurs propres solutions de l'équation :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=R_{Ni}} = 0 \Rightarrow J_1(\alpha_n R_{Ni}) = 0 \quad (3)$$

Dans le domaine de Laplace-Hankel, les conditions aux limites de l'équation (1) s'écrivent :

$$\begin{cases} -\lambda_{Ni} \left. \frac{\partial \tilde{\theta}_n}{\partial z} \right|_{z=e_{Ni}} = h_{AR} \tilde{\theta}_{n,AR} - h_{AR} \frac{\tilde{\theta}_{n,\infty}}{p} \\ \lambda_{Ni} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = h_{AV} \tilde{\theta}_{n,AV} + h_{AV} \frac{\tilde{\theta}_{n,\infty}}{p} - \tilde{\phi}_{n,NC} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \tilde{\theta}_{n,\infty}(z=0) = \tilde{\theta}_{n,\infty}(z=e_{Ni}) \quad \text{et} \quad \theta_{\infty} = T_{\infty} - T_{init} \quad (4)$$

L'échantillon étant supposé initialement à l'équilibre thermique et sans source interne de chaleur, la matrice quadripolaire de type 'mur homogène' peut être utilisée [1]. Une telle matrice permet de construire, dans le domaine des transformées, une relation linéaire entre les grandeurs d'entrée (température et flux en face avant) et les grandeurs de sortie (température et flux en face arrière) :

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_{n,AV} &= A_n \tilde{\theta}_{n,AR} + B_n \tilde{\phi}_{n,AR} \quad \text{et} \quad \tilde{\phi}_{n,AV} = C_n \tilde{\theta}_{n,AR} + D_n \tilde{\phi}_{n,AR} \quad (5) \\ \text{avec :} \\ \tilde{X}_n &= \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_n e_{Ni}) & \frac{1}{\lambda_{Ni} \gamma_n} \sinh(\gamma_n e_{Ni}) \\ \lambda_{Ni} \gamma_n \sinh(\gamma_n e_{Ni}) & \cosh(\gamma_n e_{Ni}) \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \gamma_n^2 = \frac{p}{a} + \alpha_n^2 \end{aligned}$$

Expérimentalement, seule la température en face arrière est mesurable pour estimer le flux non convectif. On cherche donc, à partir des équations (4) et (5), à relier uniquement le profil en face arrière au flux non convectif :

$$\tilde{\theta}_{n,AR} = -\tilde{Z}_n(p, \alpha_n, h) \tilde{\phi}_{n,NC} + \tilde{Z}'_n(p, \alpha_n, h) \frac{\tilde{\theta}_{n,\infty}}{p} \quad (6)$$

Avec \tilde{Z}_n et \tilde{Z}'_n des impédances thermiques.

Une transformée inverse de Laplace est réalisée pour retourner dans le domaine temporel. Cette transformée fait apparaître un produit de convolution (*) :

$$\tilde{\theta}_{n,AR}(t) = \int_0^t e^{-a_{Ni} \alpha_n^2 t} \tilde{\theta}_{\infty} \tilde{Z}'_n(t) - e^{-a_{Ni} \alpha_n^2 t} \tilde{Z}_n(t) * \tilde{\phi}_{n,NC} \quad (7)$$

L'écriture matricielle de l'équation (7) permet d'écrire une relation linéaire entre la température de l'échantillon en face arrière au flux non convectif en face avant, point de départ de notre inversion :

$$\tilde{\theta}'_n = \tilde{X}_n \tilde{\phi}_{n,NC} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} X_{ij}^n = -e^{-a_{Ni} \alpha_n^2 (t_i - t_j)} \tilde{Z}_n(t_i - t_j) \Delta t_j \\ \tilde{\theta}'_n = \tilde{\theta}_{n,AR} - e^{-a_{Ni} \alpha_n^2 t} \tilde{Z}'_n(t) \end{cases} \quad (8)$$

Une caractéristique importante du problème inverse est d'être mal posé. Les conditions d'existence, d'unicité et de continuité de la solution de l'équation (8) par rapport aux mesures ne sont pas toutes vérifiées. En pratique, cela signifie que la résolution des problèmes inverses est extrêmement sensible à des petits écarts sur les données. Ces écarts sont inévitables dû fait des incertitudes expérimentales. La sensibilité des problèmes inverses aux incertitudes engendre un grand

nombre de solution de flux possibles pour un profil de température bruité donné. La stratégie idéale consisterait à inventorier l'ensemble des solutions parmi lesquelles on opérerait ensuite un choix suivant des critères supplémentaires (vraisemblance physique ...) afin de retenir la solution jugée bonne. Cette stratégie n'étant pas viable, il est plus commun de remplacer le problème mal posé par un autre, proche et surtout bien posé : c'est la régularisation. Nous utilisons une régularisation par troncature de spectre :

$$\tilde{\Phi}_{n,NC} = (\tilde{\mathbf{X}}_n^T \tilde{\mathbf{X}}_n)^{-1} \tilde{\mathbf{X}}_n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_n \quad \text{et} \quad \varphi_{NC}(r,t) = \frac{2}{R_{Ni}^2} \sum_0^{nh} \frac{J_0(\alpha_n r)}{J_0^2(\alpha_n R_{Ni})} \tilde{\Phi}_{n,NC} \quad (9)$$

Il est à noter que le calcul de cette série, permettant d'exprimer le flux dans le domaine spatial réel, fait intervenir idéalement un nombre infini de termes, ce qui peut poser un problème de stabilité si ce nombre est trop grand. Dans la pratique, la somme est tronquée à un nombre (nh) d'harmoniques suffisant pour atteindre la convergence. Cette troncature obligatoire du spectre engendre une perte d'information aux grandes fréquences et introduit un biais sur le flux estimé. Cette erreur est fortement corrélée à la répartition spatiale du flux : elle est plus importante dans le cas de fonctions présentant des variations brusques que dans le cas de fonctions dont les variations sont lentes où quelques harmoniques significatives suffisent. Dans notre cas, un nombre faible d'harmonique suffit pour estimer avec précision le flux extrait [2].

L'équation (9) constitue le modèle permettant d'évaluer le flux à partir des profils de température expérimentaux. L'enjeu de la partie suivante est d'exprimer les profils de température expérimentaux (θ) dans le domaine de Hankel ($\tilde{\theta}_n$).

4. Transformée de Hankel des profils de température expérimentaux

On considère l'estimation des transformées de Hankel des températures comme étant un problème inverse. La transformée inverse de Hankel est le point de départ de notre inversion :

$$\theta(r,t) = \frac{2}{R_{Ni}^2} \sum_0^{nh} \frac{J_0(\alpha_n r)}{J_0^2(\alpha_n R_{Ni})} \tilde{\theta}_n(t) \Rightarrow \boldsymbol{\theta} = \tilde{\mathbf{S}}_n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_n \quad \text{avec} \quad 0 < r < R_{obs} < R_{Ni} \quad (10)$$

La caméra dispose d'une matrice rectangulaire 320*240 pixels permettant d'exprimer la température de l'échantillon dans un repère cartésien, $\theta(x,y,z)$. Pour utiliser la condition d'axi-symétrie et ainsi rendre le problème plus facile à résoudre, les températures sont exprimées dans un repère cylindrique, $\theta(r,z)$. Pour réaliser le changement de repère, on calcule le rayon correspondant à chaque pixel (ρ_{ij}) de la manière suivante :

$$r_m = \rho_{ij} = \sqrt{[(i-i_c)^2 + (j-j_c)^2]} \Delta x \quad (11)$$

avec (i,j) les coordonnées du pixel au point m , (i_c, j_c) les coordonnées du centre de l'échantillon et Δx la taille d'un pixel de la caméra. Ainsi, plusieurs pixels correspondent à un même rayon, on réalise alors la moyenne des températures des pixels ayant un même rayon. Cette dernière étape revient à réaliser une moyenne angulaire des profils de températures expérimentaux. Les profils de températures étant entachés d'un bruit de mesure e , la variance du bruit de mesure s'écrit alors :

$$\text{var}(e) = \frac{\sigma^2}{N_m} \quad (12)$$

avec N_m le nombre de pixels correspondant au rayon r_m et σ l'écart type du bruit de mesure.

On montre que le traitement des températures, ainsi réalisé, rend la variance du bruit non constant (N_m dépendant du rayon r_m correspond). L'estimateur des moindres carrés ordinaires, utilisée pour calculer le flux (équation (9)) n'est plus suffisant et on utilise alors un estimateur de Gauss-Markov, avec $\text{cov}(\theta_{exp})$ la matrice de covariance :

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_n = (\tilde{\mathbf{S}}_n^T \text{cov}(\theta_{exp}) \tilde{\mathbf{S}}_n)^{-1} \tilde{\mathbf{S}}_n^T \text{cov}(\theta_{exp}) \boldsymbol{\theta}_{exp} \quad (13)$$

Afin d'évaluer le nombre d'harmoniques optimal (nh équation (10)) nécessaire à l'inversion, on va chercher à minimiser les résidus quadratiques moyens calculés sur la température :

$$r^2(nh) = \frac{1}{nr \, nt} \sum_0^{nr} \sum_0^{nt} (\boldsymbol{\theta}_{exp} - \tilde{\mathbf{S}}_n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_n)^2 \quad (14)$$

avec nr et nt le nombre de rayons et de temps considérés.

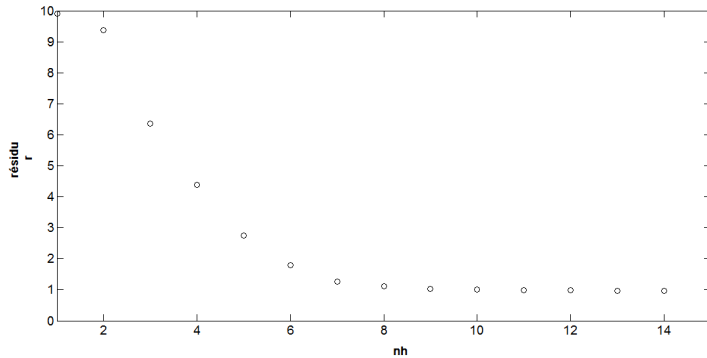


Figure 3.a : Résidu en fonction du nombre d'harmoniques

Le minimum est obtenu pour un nombre d'harmoniques de $nh=8$, voir la figure (3.a). En effet, il n'est pas nécessaire et peu pertinent d'obtenir des résidus plus faibles que la valeur de l'écart type du bruit de mesure de température, égale à 1 degré. La figure (3.b) montre le profil de température initial en fonction du rayon ainsi que les températures recalculées avec nh harmoniques. Le terme constant ($n=0$) correspond à la

moyenne du profil. Plus on augmente nh et plus le profil est fidèlement reconstruit. Il est à noter que, dans ce cas et pour $nh > 15$, le calcul n'est plus stable et diverge ($nh=8$ étant l'optimum).

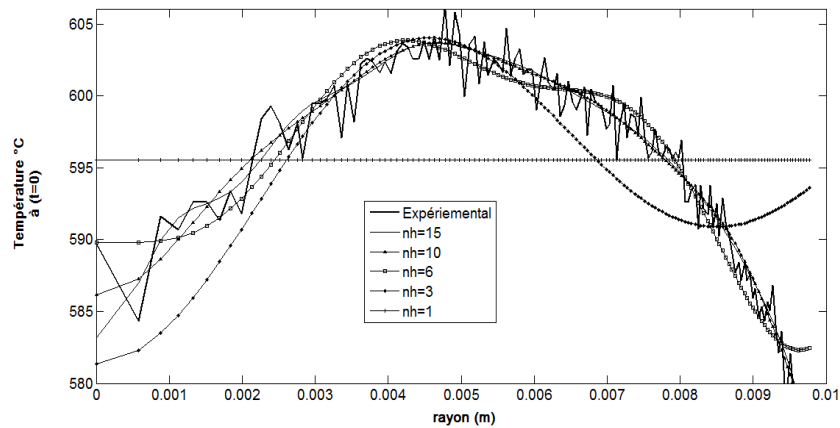


Figure 3.b : Profil de température à $t=0s$.

5. Résultats expérimentaux : étude de l'effet du diamètre sur le flux

Le modèle d'inversion permet d'obtenir le flux non convectif. L'évaluation du flux extrait par l'impact du train de gouttes nécessite la connaissance précise des pertes radiatives de l'échantillon :

$$\varphi_{NC} = \varphi_{gouttes} + \varphi_{rad} \Rightarrow \varphi_{gouttes} = \varphi_{NC} - \varphi_{rad} \quad (15)$$

Le flux radiatif, φ_{rad} , peut être évalué par la loi de Stephan-Boltzmann de la manière suivante :

$$\varphi_{rad} = \varepsilon \sigma (T_p - T_\infty) \quad (16)$$

L'émissivité totale (ε) est mesurée par spectrométrie. On mesure, pour le Nickel, $\varepsilon=0.52$.

La figure (5) présente la courbe d'ébullition (en puissance moyenne sur l'échantillon) correspondant à l'évolution de température présentée en figure (6). Ces courbes correspondent au refroidissement de l'échantillon, au préalable chauffé à $600^\circ C$. Chauffage éteint, un train de gouttes, de diamètres 260 ou $180 \mu m$, impacte le centre de l'échantillon, à $15 m.s^{-1}$ et avec un angle de 15° par rapport à l'échantillon.

Pour un temps $t < 12 s$, la température de l'échantillon est supérieure à la température de Leidenfrost, $T_{Leid} = 360^\circ C$. Comme évoqué précédemment, un film de vapeur se crée entre la goutte et l'échantillon (régime non mouillant). Ce film de vapeur a pour effet de limiter considérablement les échanges goutte/échantillon ce qui se traduit par une valeur faible du flux de refroidissement (environ 10 Watts). La vitesse de refroidissement est donc relativement faible (environ $25^\circ C.s^{-1}$). Pour un temps $t > 12 s$, la goutte se dépose sur l'échantillon (régime mouillant). L'accumulation de liquide sur la

plaque entraîne la création d'un film de liquide en contact avec la paroi. Ce film de liquide est à l'origine de l'augmentation brutale du flux de refroidissement de 10 Watts à plus de 70 Watts (figure (6)). La vitesse de refroidissement est donc nettement augmentée (environ $50^{\circ}\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$).

On montre que la puissance échangée croît avec le diamètre initial des gouttes. En effet, une augmentation du diamètre initial entraîne une augmentation du diamètre d'étalement et donc de la surface d'échange ainsi qu'une augmentation du temps de séjour et donc de la durée de l'échange [3].

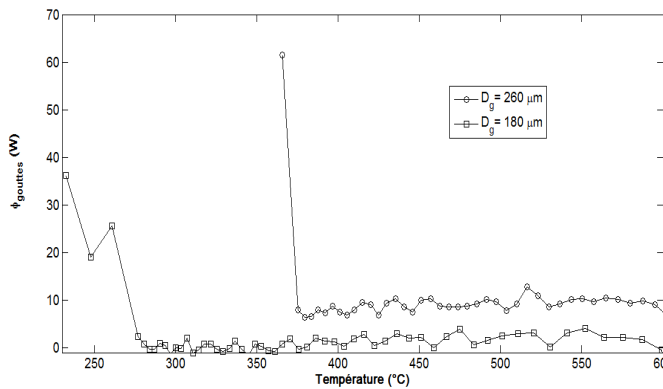


Figure 4 : Flux extraits
par des trains de gouttes

$V_{inc}=15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\theta_{inc}=15^{\circ}\text{C}$ et $F_{inf}=10\,000 \text{ Hz}$.

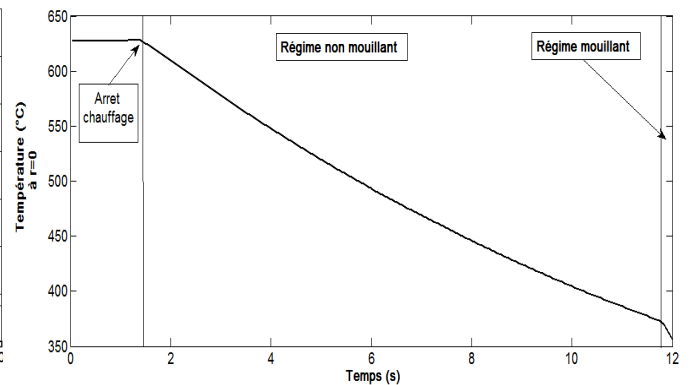


Figure 5 : Profil de températures

$V_{inc}=15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\theta_{inc}=15^{\circ}\text{C}$,

$D_g=260 \mu\text{m}$ $F_{inf}=10\,000 \text{ Hz}$.

6. Conclusion

L'article présente une méthode originale permettant d'évaluer, de façon précise, le flux extrait d'une paroi chaude par un train de gouttes monodispersées en régime de Leidenfrost. La méthode est basée sur la résolution de l'équation 2D de la chaleur en transitoire. L'utilisation de transformées de Hankel permet d'obtenir une relation analytique linéaire entre le flux recherché et les températures expérimentales mesurées.

Les résultats expérimentaux présentés montrent deux courbes d'ébullition pour deux diamètres différents ($\varphi_{NC}=8$ et 1 Watts respectivement pour $D_g=260$ et $180 \mu\text{m}$). On montre également que l'augmentation du diamètre des gouttes entraîne une augmentation du flux extrait à la plaque. L'augmentation de la surface d'échange et du temps de séjour explique cette tendance.

Ces mesures s'avèrent être un excellent moyen d'obtenir, outre la puissance échangée gouttes/échantillon, la température de Leidenfrost. En effet la température de Leidenfrost correspond à la température de transition entre régime mouillant et régime non mouillant.

Actuellement, l'étude de l'effet de nombreux paramètres sur le flux sont à l'étude (Vitesse d'impact, angle d'impact, fréquence d'injection ...).

Références

- [1] D. Maillot, S. Andre, J.C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal quadrupoles solving the equation through integral transforms*, Wiley, 2000.
- [2] F. Lelong, M. Gradeck, A. Ouattara, D. Maillot, N. Seiler, *How to estimate the heat transfer due to droplets impinging onto a hot slab?*, EX-HFT -7, Cracovie, 2009.
- [3] A.L. Biance, F. Chevy, C. Clanet, G. Lagudeau, D. Quere, *On the elasticity of an inertial liquid shock*, J. Fluid Mech, 554, 47-66, 2006.