

Caractérisation expérimentale de l'écoulement de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température

Raphaël GUILLERM¹, Arnaud PRIGENT^{1*} et Innocent MUTABAZI¹

¹Laboratoire Ondes et Milieux Complexes – CNRS FRE 3102
Université du Havre, 53 Rue de Prony – 76 058 Le Havre Cedex

* (auteur correspondant : arnaud.prigent@univ-lehavre.fr)

Résumé - Nous avons développé une technique de mesure non-intrusive de la température et de la vitesse basée sur l'utilisation de cristaux liquides thermochromiques. Elle nous permet de caractériser complètement l'écoulement produit dans un système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température dont le rapport des rayons et le rapport d'aspect valent respectivement 0,8 et 112. Nous mettons en évidence l'apparition d'un régime de vortex co-rotatifs au seuil de la première instabilité puis d'un régime de couches limites thermiques apparaissant associé à la présence de rouleaux ondulés caractéristiques de l'écoulement isotherme.

Nomenclature

D	longueur du système, cm	η	rapport des rayons, adimensionné
e	épaisseur des cylindres, cm	Γ	rapport d'aspect, adimensionné
a	rayon du cylindre intérieur, cm	T	température, °C
b	rayon du cylindre extérieur, cm	h	angle de hue, °
d	largeur de l'entrefer, cm	Ω	vitesse angulaire de rotation, adimensionnée
H	longueur utile de l'entrefer, cm	α	coefficient de dilatation, K ⁻¹
c	rayon du cylindre d'isolation, cm	ν	viscosité cinématique, m ² /s
Ta	nombre de Taylor, adimensionné	κ	coefficient de diffusivité thermique, m ² /s
Gr	nombre de Grashof, adimensionné	p	pas de la spirale, nm
Pr	nombre de Prandtl, adimensionné		
σ	nombre de Richardson, adimensionné		

1. Introduction

Le système de Couette-Taylor, composé de deux cylindres coaxiaux en rotation, est depuis longtemps considéré comme un système modèle pour l'étude des effets centrifuges et de la transition vers la turbulence dans les écoulements fermés. Sa compréhension est également importante pour un grand nombre d'applications et une telle configuration est rencontrée dans diverses situations industrielles pour lesquelles il est nécessaire de tenir compte des effets thermiques. C'est notamment le cas des échangeurs de chaleur, des systèmes de refroidissement de machines tournantes ou de composants électroniques. On la retrouve aussi dans les circuits d'isolation des réacteurs nucléaires ainsi que dans les forages d'hydrocarbures. La première observation des complications engendrées par des effets thermiques est généralement attribuée à Taylor lui-même. En effet, il a rapporté dans certains cas l'apparition d'un écoulement de type spiralé au lieu des rouleaux stationnaires axisymétriques nommés rouleaux de Taylor et ce phénomène, non prédit par la théorie dans le cadre d'un fluide isotherme, fut à posteriori associé à la présence d'un écoulement axial lié à l'existence d'un gradient de température. Depuis ces travaux, plusieurs études théoriques, expérimentales et numériques ont été réalisées sur le système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température. Ainsi Snyder et Karlsson [1] ont étudié expérimentalement

l'effet d'un gradient radial de température sur la stabilité de l'écoulement. Ball et Farouk [2] ont montré la complexité des phénomènes apparaissant en faisant varier les effets thermo-centrifuges dans un système analogue. Ali et Weidman [3] ont conduit une étude théorique sur l'influence des divers paramètres de contrôle du système sur la stabilité de l'écoulement en présence d'un gradient radial de température. Kuo et Ball [4] ont établi un diagramme de stabilité répertoriant les différents régimes d'écoulement en fonction de l'écart de température et la vitesse de rotation du cylindre intérieur. Ils ont montré qu'un régime d'écoulement caractéristique du cas isotherme apparaît pour une valeur constante du nombre de Richardson. Un régime de vortex ondulés caractéristique du cas isotherme a également été observé par Lepiller pour une valeur constante du nombre de Richardson lorsque la vitesse de rotation est augmentée [5, 6]. Bien qu'aucune mesure de température n'ait été effectuée, il a alors été supposé que, dans ce régime, les effets thermiques deviennent négligeables devant les effets centrifuges. Nous avons développé une méthode non intrusive de mesure de la température et de la vitesse basée sur l'utilisation de cristaux liquides thermochromiques (CLT) qui nous permet de caractériser l'écoulement de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température et de comprendre à quoi correspond l'apparition de ces rouleaux ondulés lorsqu'on augmente la vitesse de rotation du cylindre intérieur pour une valeur donnée du nombre de Grashof. L'article est organisé de la façon suivante : après la description du dispositif expérimental et de la procédure en section 2, nous rapportons nos observations en section 3 avant de conclure.

2. Le dispositif expérimental

2.1. Le système de Couette-Taylor

Le système est composé de deux cylindres coaxiaux verticaux de même longueur $L = 57$ cm et d'épaisseur $e = 0,5$ cm (figure 1). Le cylindre intérieur en aluminium anodisé noir a un rayon $a = 2$ cm. Le cylindre extérieur en verre transparent a un rayon $b = 2,5$ cm. L'entrefer entre les deux cylindres est alors $d = b - a = 0,5$ cm. L'espace annulaire est fermé par deux anneaux de Téflon fixés sur le cylindre extérieur, la longueur utile de l'écoulement étudié étant alors $H = 55,4$ cm. Ainsi, le rapport des rayons associé au système est $\eta = a/b = 0,8$ et le rapport d'aspect est $\Gamma = H/d = 112$. Le cylindre intérieur est mis en rotation à l'aide d'un moteur à la fréquence angulaire Ω tandis que le cylindre extérieur est fixe. Le système est immergé dans une large cuve cylindrique en verre de rayon $c = 5$ cm et le cylindre intérieur est creux. Les cylindres intérieur et extérieur peuvent donc être maintenus à des températures fixées via deux circulations d'eau à températures contrôlées, l'une dans le cylindre intérieur et l'autre entre les deux cylindres périphériques. Le gradient de température effectif dans l'espace annulaire, δT , dépend de la différence de température entre les bains ΔT et de la résistance thermique du système : $\delta T = \mu \Delta T$ avec $\mu = R_w / (R_i + R_{al} + R_g + R_w + R_o)$ où R_w est la résistance thermique de l'eau dans l'espace annulaire, R_{al} la résistance thermique de l'aluminium du cylindre intérieur, R_g celle du verre du cylindre extérieur et R_i et R_o sont les résistances thermiques de l'eau dans le cylindre intérieur et entre le cylindre extérieur et le cylindre d'isolation. Des mesures de température effectuées en insérant des thermocouples dans les anneaux en Téflon, ont montré l'absence de gradient vertical de température.

L'écoulement dans le système peut être décrit par trois paramètres de contrôle physiques : le nombre de Taylor $Ta = (\Omega a d / \nu) \cdot (d/a)^{1/2}$ lié aux effets inertiels, le nombre de Grashof $Gr = g \alpha \delta T d^3 / \nu^2$ lié aux effets thermiques et le nombre de Prandtl $Pr = \nu / \kappa$ lié aux propriétés du fluide. Le nombre de Richardson reliant les effets thermiques et inertiels est aussi utilisé $\sigma = Gr \cdot a / d \cdot Ta^2 = g \alpha \delta T d^2 / \nu a \Omega$.

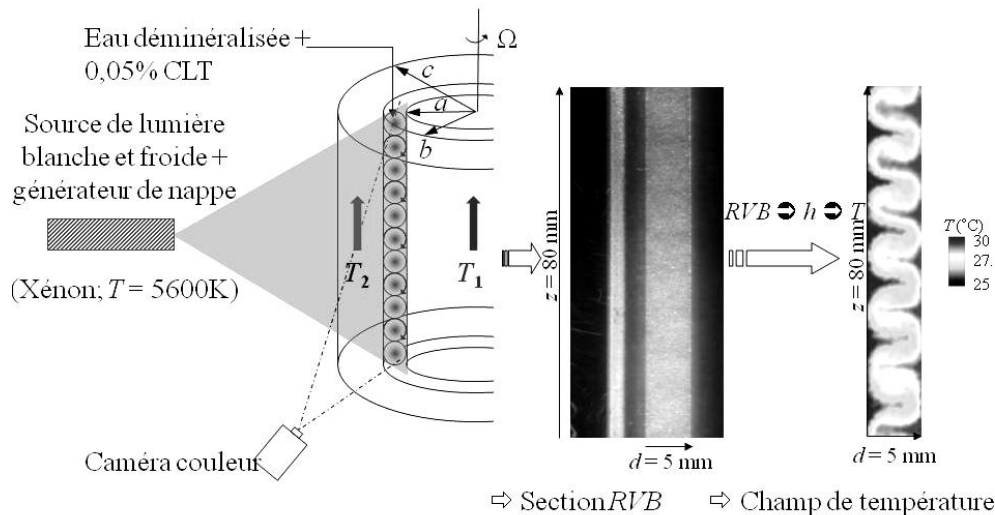


Figure 1 : Schéma du dispositif expérimental avec le système d'acquisition de la température utilisant les cristaux liquides thermochromiques.

2.2. Le principe des mesures

Le principe de mesure consiste à appliquer un gradient radial de température entre les cylindres en chauffant le cylindre intérieur à une température $T_1 > T_2$. Après une heure, le cylindre intérieur est progressivement mis en rotation par pas réguliers. Pour chaque valeur de la vitesse angulaire, les mesures de la température et de la vitesse sont effectuées après vingt minutes. Dans la gamme de valeurs de température utilisée, l'eau déminéralisée a un nombre de Prandtl $Pr = 5,5 \pm 0,2$.

2.3. La thermographie et la vélocimétrie par cristaux liquides

Pour visualiser les champs de température du liquide dans l'entrefer, nous avons utilisé une méthode non intrusive de thermographie par cristaux liquides. Celle-ci est basée sur la diffusion sélective de la lumière par des cristaux cholestériques dans lesquels les molécules sont regroupées par couches. Dans chaque couche, les molécules tendent vers un alignement parallèle à un axe commun décrit par un vecteur unitaire appelé le directeur. En passant d'une couche à l'autre, le directeur tourne d'un petit angle de telle sorte qu'une structure spiralée avec un certain pas p soit formée. Lorsqu'elle est éclairée par de la lumière blanche, cette structure réfléchit la lumière suivant la condition de Wolf-Bragg (dans le cas d'une incidence normale de la lumière, la longueur d'onde avec le maximum d'intensité de réflexion λ_0 est approximativement égale au pas de la spirale). Pour la plupart des cristaux liquides cholestériques, le pas de la spirale est compris entre 400 et 1000 nm et λ_0 se trouve dans le domaine du visible. Une action extérieure telle qu'un changement de température modifie p , ce qui induit un changement de la longueur d'onde préférentiellement réfléchi, donc de la couleur des cristaux. La dépendance de la couleur des cristaux liquides cholestériques avec la température permet donc d'obtenir une image du champ de température dans le système étudié. Les cristaux liquides thermochromiques utilisés sont de type SR25C5W de chez Hallcrest. La température de la première transition (du noir au rouge) est de 25°C et ils fonctionnent sur une gamme de 5°C. Ils sont microencapsulés dans des sphères de diamètre moyen 75 μm et leur temps de réaction à un changement de température est de l'ordre de 3 ms. Nous avonsensemencé l'eau déminéralisée de 0,05 % en volume de CLT en nous assurant par des mesures de viscosité que ce dosage ne modifiait pas les propriétés newtoniennes du liquide. Un étalonnage des cristaux a été réalisé et nous avons choisi l'angle

de hue h , défini dans un espace de chromaticité polaire par les intensités des primaires Rouges, Vertes et Bleues (les valeurs RVB) enregistrées par le système d'acquisition, comme scalaire mesurable associé à la couleur observée en fonction de la température [7]. Nous avons donc tracé h en fonction de la température et dans ce qui suit, les températures ont été obtenues à partir de h avec un polynôme d'ordre 4, calculé à partir de la courbe d'étalonnage. Compte tenu de la précision des cristaux, de leur temps de réaction et de la précision sur les bains thermostatés, l'incertitude de mesure a été évaluée à environ $\pm 0,3^\circ\text{C}$. Les mesures des composantes v_r et v_z de la vitesse ont été effectuées en utilisant les CLT comme traceurs pour de la vélocimétrie par images de particules.

3. Résultats

Les résultats présentés ont été obtenus pour $Gr = 706$ c'est-à-dire lorsque le cylindre intérieur est chauffé à $T_1 = 26,5^\circ\text{C}$ et le cylindre extérieur chauffé à $T_2 = 24,5^\circ\text{C}$. Soit un écart de température dans l'entrefer $\delta T = 0,54.(T_1 - T_2) = 1,1^\circ\text{C}$. Ici, $0 \leq Ta \leq 80$.

3.1. La cellule convective

Dès que le gradient radial de température est imposé entre les cylindres, l'écoulement de base prend la forme d'une cellule convective. Les particules ont un mouvement ascendant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide. La figure 2 présente les profils radiaux de température et de vitesse obtenus expérimentalement pour la cellule convective pour $Ta = 0$, $Gr = 706$.

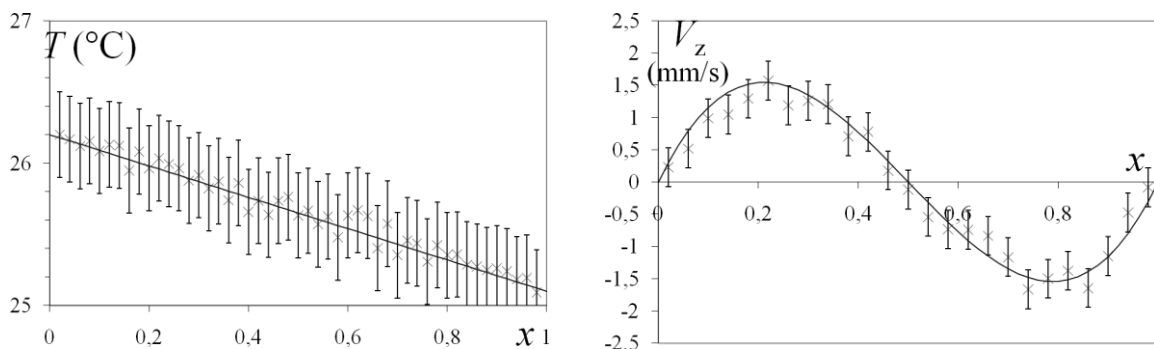


Figure 2 : Profils radiaux expérimentaux (x) et théoriques (trait plein) de température et de vitesse pour $Ta = 0$ et $Gr = 706$. $x = (r - a)/d$.

Ces profils radiaux de température et de vitesse ont été obtenus par une moyenne le long de l'axe des cylindres effectuée sur les champs de température et de vitesse obtenus sur 65 mm au centre du système. Ils présentent un bon accord avec les profils radiaux théoriques de l'écoulement de base à $Ta = 0$ obtenus en résolvant les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie qui le gouvernent dans le cas d'un cylindre infini [5].

3.2. La spirale de vortex co-rotatifs

Dès que le cylindre intérieur est mis en rotation, l'écoulement est constitué de la cellule convective décrite précédemment et de l'écoulement de Couette circulaire. Au-delà d'une certaine valeur du nombre de Taylor, cet écoulement de base se déstabilise et une spirale constituée de vortex hélicoïdaux propagatifs apparaît d'abord en bas du système puis envahit celui-ci lorsque le nombre de Taylor est augmenté.

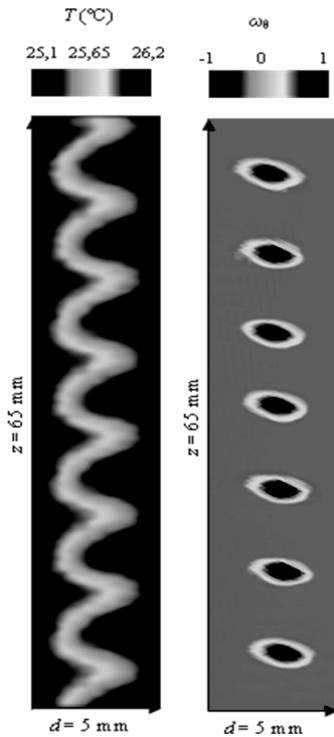


Figure 3 : Champs de température et de vorticité obtenus pour $Gr = 706$ et $Ta = 24$.

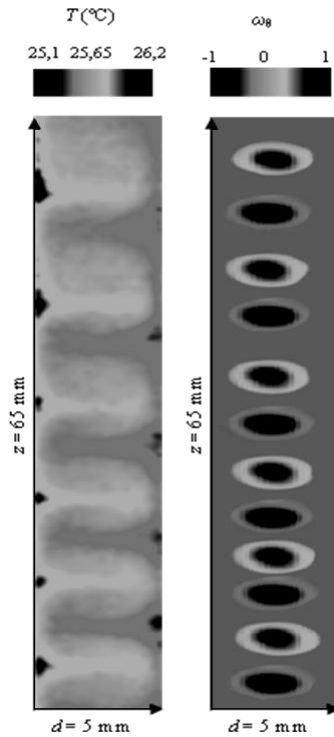


Figure 4 : Champs de température et de vorticité obtenus pour $Gr = 706$ et $Ta = 80$.

La figure 3 présente le champ de température et le champ de vorticité azimutale obtenus pour un régime de spirale établie partout dans le système à $Gr = 706$ et $Ta = 24$. Il apparaît clairement sur ces champs que le motif de spirale est alors constitué de vortex co-rotatifs.

3.3. Les rouleaux ondulés et le régime de couches limites thermiques

Lorsqu'on augmente le nombre de Taylor, la spirale de vortex co-rotatifs est progressivement remplacée par une spirale de vortex contra-rotatifs puis des rouleaux ondulés du même type que ceux présents dans le cas isothermes sont observés pour $Ta = 80$. La figure 4 présente le champ de température et le champ de vorticité azimutale obtenus pour un régime de rouleaux ondulés à $Gr = 706$ et $Ta = 80$. Le champ de température est marqué par l'apparition de structures en forme de champignons, les vortex contra-rotatifs se plaçant de part et d'autres de ces structures. Nous avons étudié le profil radial de température en différentes positions sur le champ de température : dans une zone chaude, dans une zone froide, au cœur d'un vortex positif et au cœur d'un vortex négatif. Ces profils sont représentés sur la figure 5 avec le profil radial de température de la cellule convective. Les variations de température ne s'effectuent qu'à proximité des cylindres intérieur et extérieur. Au cœur de l'entrefer la température du fluide est constante ce qui explique l'apparition des rouleaux ondulés pourtant caractéristiques d'un écoulement isotherme. Nous avons identifié ce régime à un régime de couches limites thermiques. Un régime identique est observé pour d'autres valeurs du nombre de Grashof à des nombres de Taylor différents mais pour un nombre de Richardson constant $\sigma = 0,034$.

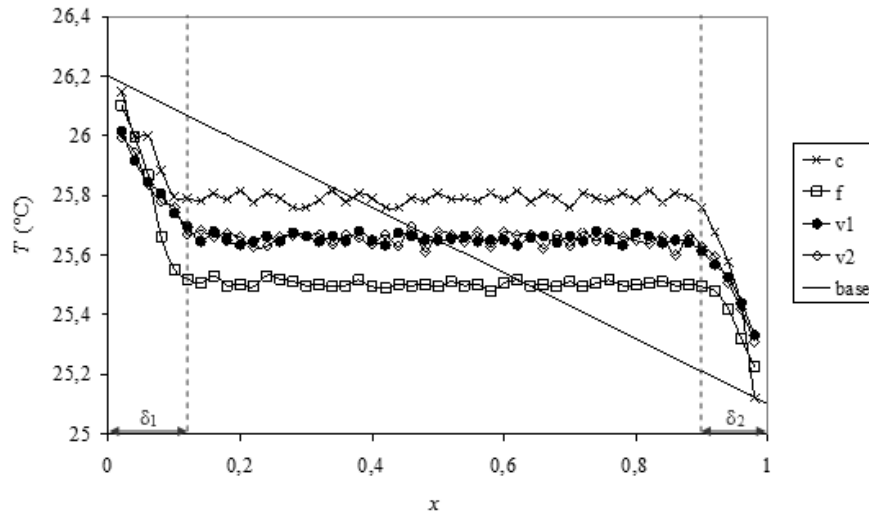


Figure 5 : Profils radiaux de température pris dans une zone chaude (c), dans une zone froide (f), au cœur d'un vortex positif (v1) et au cœur d'un vortex négatif (v2) et profil théorique de l'écoulement de base (base) pour $Gr = 706$ et $Ta = 80$. $x = (r - a)/d$.

4. Conclusion

Nous avons développé une technique de mesure non intrusive de la température et de la vitesse basée sur l'utilisation de cristaux liquides thermochromiques. Celle-ci nous a permis de caractériser l'écoulement de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température. Les mesures de température et de vitesse montrent un bon accord avec les courbes théoriques obtenues pour la cellule convective à partir des équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie. Nous avons mis en évidence l'apparition d'un régime de vortex co-rotatifs au seuil de la première instabilité puis un régime de couches limites thermiques apparaissant pour une valeur constante du nombre de Richardson et associé à la présence de rouleaux ondulés caractéristique de l'écoulement isotherme.

Références

- [1] H. A. Snyder & S. K. F. Karlson, Experiments on the stability of Couette motion with a radial thermal gradient, *Phys. Fluids*, 7-10 (1964), 1696-1706.
- [2] K.S Ball, B. Farouk & V. Dixit, An experimental study of heat transfer in a vertical annulus with a rotating inner cylinder, *J. Heat mass transfer*, 32 (1989), 1517-1526.
- [3] M. E. Ali & P. D. Weidman, On the stability of circular Couette flow with radial heating, *J. Fluid Mech*, 220, (1990), 53-84.
- [4] D. C. Kuo & K. S. Ball, Taylor-Couette flow with buoyancy: Onset of spiral flow, *Phys. Fluids*, 9-10, (1997), 2872-2884.
- [5] V. Lepiller, Etude expérimentale des instabilités hydro-thermiques dans un anneau cylindrique vertical de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température, *Thèse de l'Université du Havre*, (2006).
- [6] V. Lepiller, A. Goharzadeh, A. Prigent & I. Mutabazi, Weak temperature gradient effect on the stability of the circular Couette flow, *Euro. Phys. J.*, B, 61 (2008), 445-455.
- [7] N. Akino, T. Kunugi, M. Ueda & A. Kurosawa, Liquid crystal thermometry based on automatic colour evaluation and applications to measure turbulent heat transfer, *Transport phenomena in turbulent flows (New York: Hemisphere, 1989)*, 807-827.