

# Lois de paroi pour le calcul de la production d'entropie en régime turbulent.

Julien HERPE\*, Daniel BOUGEARD, Serge RUSSEIL.

École des Mines de Douai, Département Énergétique Industrielle, 941, Rue Charles Bourseul  
B. P. 10838, 59508 DOUAI Cedex - France

\*(auteur correspondant : [herpe@ensm-douai.fr](mailto:herpe@ensm-douai.fr))

**Résumé** - La performance thermodynamique d'un échangeur de chaleur peut-être déterminée à partir du nombre de production d'entropie  $N_s = S_{gen} T / Q$ . L'évaluation du taux de production d'entropie  $S_{gen}$  est fonction de la qualité du modèle de turbulence et du maillage. Dans le cas d'un maillage trop grossier  $S_{gen}$  peut-être mal évalué. Kock propose des lois de paroi afin de pallier ce problème et les étudie dans le cas d'un écoulement en canal pleinement développé. Nous proposons de qualifier cette approche pour un écoulement en cours d'établissement.

## Nomenclature

|              |  |                             |  |
|--------------|--|-----------------------------|--|
| $C_p$        | Capacité calorifique $J kg^{-1} K^{-1}$                      | <i>Symboles grecs</i>       |  |
| $E_{ct}$     | Nombre d'Eckert turbulent ( $u_\tau^2 / C_p T_\tau$ )        | $\rho$                      | Masse volumique $kg m^{-3}$                |
| $Q$          | Puissance thermique dissipée W                               | $\nu$                       | Viscosité cinématique $m^2 s^{-1}$         |
| $q$          | Densité surfacique de flux $W m^{-2}$                        | $\varepsilon$               | Taux de dissipation turbulent $m^2 s^{-3}$ |
| $S_{gen}'''$ | Taux volumique de production d'entropie, $W m^{-3} K^{-1}$   | $\lambda$                   | Conductivité thermique $W m^{-1} K^{-1}$   |
| $S^+$        | $S^+ = S_{gen}''' \nu T_w^2 / \rho C_p u_\tau^2 T_\tau^2$    | $\delta$                    | Demi espacement entre les plaques $m$      |
| $T$          | Température, K   | <i>Indices et exposants</i> |  |
| $T_\tau$     | Température de frottement ( $q / u_\tau C_p \rho$ ), K       | $mp$                        | Centre de la cellule adjacente à la paroi  |
| $u_\tau$     | Vitesse de frottement ( $(\tau_w / \rho)^{0.5}$ ), $ms^{-1}$ | $th$                        | Thermique                                  |
| $\tau_w$     | Tension de cisaillement, $kg m^{-1} s^{-2}$                  | $turb$                      | Turbulent                                  |
|              |  | $\nu$                       | Visqueux                                   |
|              |  | $w$                         | Paroi                                      |

## 1. Introduction

La définition du nombre de production d'entropie  $N_s = T * S_{gen} / Q = T * [S_{gen}''']_{gen} dV / Q$  permet de caractériser les performances thermodynamiques des échangeurs de chaleur. Ce critère a été déterminé [1] pour des échangeurs académiques. Lorsque les configurations géométriques sont complexes l'étude analytique atteint ses limites. L'approche par modélisation numérique peut apporter des réponses à ces situations. De plus une étude récente [2] réalisée en régime laminaire montre l'intérêt de disposer des champs locaux de production d'entropie. Dans le cas de régimes turbulents, les résultats dépendent très fortement du modèle de turbulence et du maillage. Kock a montré que pour des valeurs importantes de  $y^+$ ,  $S_{gen}'''$  était mal évalué. Il propose [3-4] donc des lois de paroi spécifiques au calcul de la production d'entropie. Elles sont évaluées dans le cas d'un écoulement pleinement établi; cas rarement trouvé dans des configurations industrielles. Dans cette étude, nous proposons d'évaluer ces lois dans le cas d'un écoulement en cours de développement.

## 2. Modélisation du taux volumique de production d'entropie.

### 2.1. Modélisation par la méthode de la moyenne temporelle de Reynolds.

Quatre mécanismes, associés aux gradients moyens et fluctuants de vitesse et de température, sont responsables des irréversibilités [5].  $S'''_{gen}$  est constitué: du taux volumique de production d'entropie dû à la dissipation visqueuse directe (1), du taux dû aux gradients moyens de température (2), du taux dû aux gradients fluctuants de vitesse (3) et du taux dû aux gradients fluctuants de température (4). Ces 2 derniers termes, aussi nommés irréversibilités visqueuses et thermiques turbulentes, sont modélisés par  $\varepsilon$  et  $\lambda_{turb}$

$$S'''_{gen,v} = \frac{\rho\nu}{T} \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (1)$$

$$S'''_{gen,th} = \frac{\lambda}{T^2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (2)$$

$$S'''_{gen,v,turb} = \frac{\rho\varepsilon}{T} \quad (3)$$

$$S'''_{gen,th,turb} = \frac{\lambda_{turb}}{T^2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (4)$$

Nous appliquons cette modélisation au cas de l'écoulement turbulent ( $Re_\tau=395$ ), pleinement établi, entre deux plaques planes parallèles soumises à un flux de chaleur constant proposé par Kock [3-4]. Les résultats qui en découlent sont comparés à ceux de la simulation numérique directe (SND) réalisée par ce dernier. La modélisation est réalisée à l'aide du modèle de turbulence k- $\varepsilon$  standard proposé dans le code de calcul Fluent [6]. Une loi de paroi à deux couches (Two Layers Model for Enhanced Wall Treatment [6]), pour la dynamique, est considérée avec un maillage tel, que  $y^+=1$  dans les cellules adjacentes aux parois.

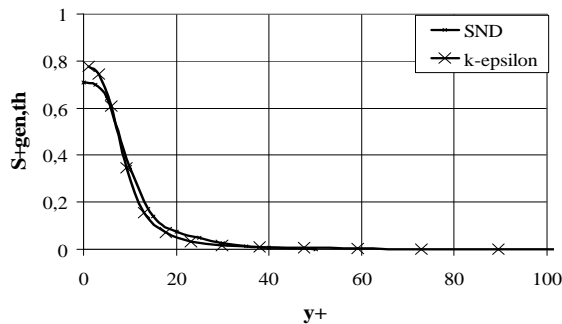


Figure 1 : Production d'entropie thermique en fonction de  $y_+$

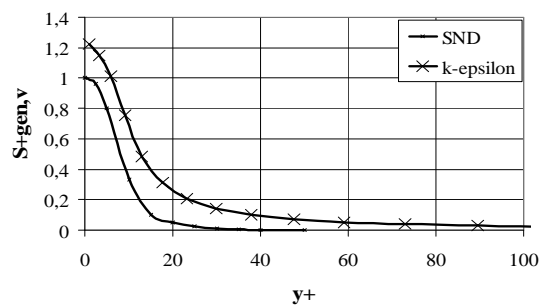


Figure 2 : Production d'entropie visqueuse en fonction de  $y_+$

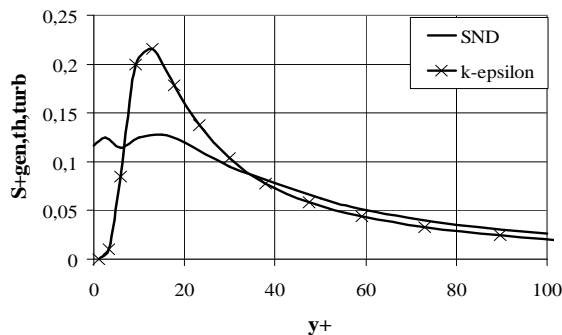


Figure 3 : Production d'entropie thermique turbulente en fonction de  $y_+$

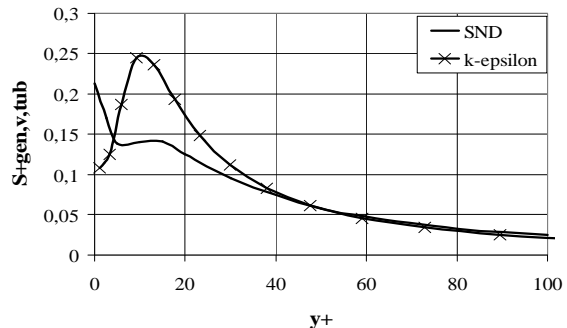


Figure 4 : Production d'entropie visqueuse turbulente en fonction de  $y_+$

Les résultats de la modélisation correspondent à ceux de la SND pour les grandeurs moyennes de la production d'entropie malgré un faible décalage. Ce dernier est dû à des

valeurs calculées, du nombre de Prandtl  $Pr$  et de la vitesse de frottement  $u_\tau$  légèrement différentes des valeurs imposées par Kock et affecte donc l'adimensionnalisation de  $S^+$  par la température de friction  $T_\tau = -q_w / \rho C_p u_\tau$ . En effet  $T_\tau$  est une fonction de  $u_\tau$  et des conditions thermodynamiques. Les valeurs de Kock sont :  $u_{\tau(Re_\tau=395)} = 5,77$  et  $Pr = 0,71$ . Les valeurs calculées sont :  $u_\tau = 5,94$  et  $Pr = 0,74$ .

Par contre des différences importantes de comportement sont à noter pour les valeurs turbulentes entre la modélisation et la SND. Elles sont directement liées à la modélisation de  $S'''_{gen,v,turb}$  et  $S'''_{gen,th,turb}$  par  $\varepsilon$  et par la conductivité thermique turbulente  $\lambda_{turb}$  respectivement et à la modélisation proprement dite de  $\varepsilon$  et  $\lambda_{turb}$  dans le modèle de turbulence.  $\lambda_{turb}$  est calculée à partir du nombre de Prandtl turbulent qui est supposé égale à 0,85 dans notre modélisation et de la viscosité turbulente  $\nu_{turb} = 0,09 k^2 / \varepsilon$ .

En conclusion : si l'approche de RANS présentée ci-dessus permet de calculer correctement les termes de production d'entropie dus aux champs moyens en proche paroi d'un écoulement de canal, les termes d'irréversibilités visqueuses et thermiques turbulentes ne sont pas parfaitement estimés, alors même que le maillage est raffiné.

## 2.2. Loïs de paroi

Dans le cas de maillages où  $y^+ \sim 30$ , Kock a comparé les résultats de la SND avec une modélisation RANS (modèle  $k-\varepsilon$  et loi de paroi standard). Les valeurs des termes de production d'entropie de la modélisation diffèrent largement des valeurs de la SND. Plus particulièrement, les termes de production d'entropie dus aux champs moyens sont largement sous-estimés d'après Kock. Or c'est dans les zones en proche paroi que les transferts et la dissipation sont les plus importants. Pour pallier cette différence Kock propose des lois de paroi spécifiques à la production d'entropie. A partir des profils de  $S^+ = f(y^+)$  obtenus par SND (figures 1 à 4) et de considérations asymptotiques quand  $y^+$  tend vers 0 et  $\infty$  Kock construit les lois de paroi. Ces dernières sont alors intégrées sur le volume de contrôle de la cellule adjacente à la paroi pour donner le taux volumique de production d'entropie.

Les valeurs des taux de production d'entropie des grandeurs moyennes sont obtenues à partir de :

$$S'''_{gen,i} = \frac{u_\tau^2 \rho C_p T_\tau^2}{2 y_{mp}^+ \nu T_w^2} \left( \frac{1}{2} A_i \sqrt{\frac{\pi}{b_i}} \left\{ \operatorname{erf} \left( \sqrt{b_i} \{ 2 y_{mp}^+ - a_i \} \right) - \operatorname{erf} \left( -\sqrt{b_i} a_i \right) \right\} \right) \text{ avec } i = th \text{ ou } v \quad (5)$$

Où les constantes  $A_i$ ,  $a_i$  et  $b_i$ , explicitées en détail dans [3], sont des fonctions du nombre de Prandtl  $Pr$  et de la température de friction.

Le taux de production des irréversibilités visqueuses et thermiques turbulentes ont respectivement pour expression :

$$S'''_{gen,v,turb} = \frac{u_\tau^2 \rho C_p T_\tau^2}{2 y_{mp}^+ \nu T_w^2} \left( 0,15 E_{c\tau} \frac{T_\tau}{T_w} y_{ln\tau}^+ + \frac{E_{c\tau} T_\tau^2}{0,42 T_w^2} \left[ \log \left\{ 1 + \frac{T_\tau}{T_w} \left( \log(2 y_{mp}^+) + C_\tau^+ \right) \right\} - \log \left( 1 + \frac{T_\tau}{T_w} \left( \log(y_{ln\tau}^+) + C_\tau^+ \right) \right) \right] \right) \quad (6)$$

$$S'''_{gen,th,turb} = \frac{u_\tau^2 \rho C_p T_\tau^2}{2 y_{mp}^+ \nu T_w^2} \left( 0,15 Pr y_{ln\theta}^+ + \frac{1}{\frac{T_\tau}{T_w} + \log(y_{ln\theta}^+) + C} - \frac{1}{\frac{T_\tau}{T_w} + \log(2 y_{mp}^+) + C_\theta^+} \right) \quad (7)$$

Où  $y_{ln\tau}^+ = 11,6$ ,  $y_{ln\theta}^+ = 12,1$ ,  $C_\tau^+ = 5$  et  $C_\theta^+ = 13,7 Pr^{2/3} - 7,5$ .

L'implémentation des équations (5), (6) et (7) permet de déterminer l'entropie dans les volumes de contrôle adjacents aux parois. Dans le reste de la zone fluide, le modèle classique (§ 2.1) est considéré.

### 3. Etude du cas de l'écoulement en cours de développement.

Dans le cas de configurations industrielles complexes la valeur de  $y^+$  varie. Dans les zones d'influences  $y^+ \sim 1$  alors que dans des zones moins raffinées  $y^+$  peut-être supérieur à 30; ceci afin de réduire les temps de calcul. Le cas académique de l'écoulement de canal va nous servir à illustrer notre propos. Ainsi trois maillages vont être successivement considérés : un maillage fin, un maillage grossier et un maillage intermédiaire.

Les principales caractéristiques de la configuration précédemment étudiée au §2.1 (configuration de Kock) sont conservées (figure 5). Seule la longueur des plaques est rallongée (24 fois la longueur initiale qui est  $6,4\delta$ ). Un domaine d'entrée de longueur  $6,4\delta$  est considéré dans notre modélisation numérique. Les conditions de flux en paroi sont identiques, ainsi que le débit massique considéré au §2.1. L'établissement de l'écoulement est ainsi observé. Il l'est pleinement à  $x=136,4\delta$ . En effet le coefficient d'échange convectif, calculé à partir de la température thermodynamique ( $T_{th} = \int \rho u T \cdot dS / \int \rho u S \cdot dS$ ) en chaque section de passage du canal, est constant entre la section  $x=126,4\delta$  et  $x=146,4\delta$ .

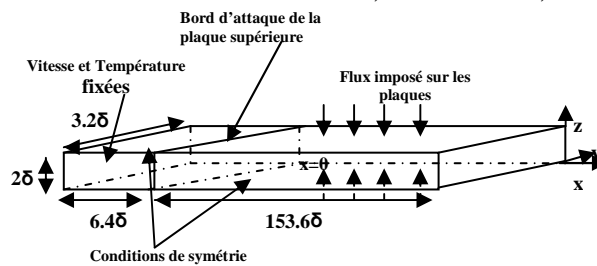


Figure 5 : Configuration géométrique de Kock rallongée et munie d'un domaine d'entrée.

Les lois de paroi (6) et (7) proposées ne sont directement applicables que pour des valeurs de  $y^+ \geq 11,6$  et  $12,1$  respectivement. Nous proposons d'adapter les lois de Kock pour pouvoir les utiliser pour toutes valeur de  $y^+$ .

En repartant du comportement limite de  $\varepsilon^+ = \varepsilon / \rho u \tau^4$  [7], quand  $y^+$  tend vers 0 et vers  $\infty$  et des résultats de la SND qui ont servi à construire (6), nous adaptons la loi de Kock. Ainsi, dans notre subroutine implémentée dans le code de calcul, on considèrera pour des  $y^+ < 11,6$ :

$$S_{gen,v,turb}''' = \frac{u_\tau^2 \rho C_p T_\tau^2}{\nu T_w^2} 0,15 E_{ct} \frac{T_\tau}{T_w} \quad (8)$$

Alors que pour des valeurs de  $y^+ \geq 11,6$  la fonction (6) sera utilisée.

De même la fonction (7) est adaptée par une approche similaire liée au comportement asymptotique de  $\varepsilon^+_\theta$  [8]. Ainsi quand  $y^+ < 12,1$  :

$$S_{gen,th,turb}''' = \frac{u_\tau^2 \rho C_p T_\tau^2}{\nu T_w^2} 0,15 P_r \quad (9)$$

Un premier maillage tel que  $y^+ \sim 1$  est considéré, de façon à vérifier la robustesse de notre approche. Le modèle de turbulence  $k-\varepsilon$  et la loi de paroi pour la dynamique à deux couches du §2.1 sont considérés. Les tableaux 1 a et b synthétisent les quatre termes de production d'entropie intégrés sur des sections de passage à une abscisse  $x$ . L'équation (5) pour les valeurs moyennes de la génération d'entropie n'a pas été adaptée mais est robuste. En effet dans la zone en cours d'établissement les résultats avec et sans lois sont identiques. Les grandeurs turbulentes sont légèrement surestimées à  $x=134,6\delta$  quand les lois de paroi sont utilisées. Par contre en bord d'attaque ( $x=0,6\delta$ ) la valeur de  $S_{gen,v,turb}'''$  calculée avec la loi de paroi est 6,9 fois supérieure à la valeur calculée sans loi de paroi et elle est 40 fois supérieure pour  $S_{gen,th,turb}'''$ . La constante 0,15, utilisée par Kock (dans (6) et (7)) correspond à la valeur asymptotique de  $\varepsilon^+$  quand  $y^+$  tend vers 0.

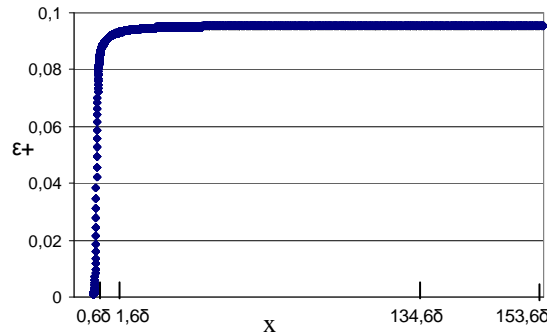
| $y^+=1$ (avec loi de paroi) ( $Wm^{-1}K^{-1}$ ) | $x=0,6\delta$ | $X=1,6\delta$ | $x=134,6\delta$ |
|---|---------------|---------------|-----------------|
| $S'_{gen,v}$ ( $*10^4$ )                        | 317,8         | 115,3         | 82,4            |
| $S'_{gen,v,turb}$ ( $*10^4$ )                   | <b>6,9</b>    | <b>24,0</b>   | <b>40,6</b>     |
| $S'_{gen,th}$ ( $*10^4$ )                       | 9,1           | 27,1          | 28,0            |
| $S'_{gen,th,turb}$ ( $*10^4$ )                  | <b>0,2</b>    | <b>9,2</b>    | <b>31,1</b>     |

 Tableau 1a: Production d'entropie intégrée sur la section de passage à l'abscisse  $x$  donnée.

| $y^+=1$ (sans loi de paroi) ( $Wm^{-1}K^{-1}$ ) | $x=0,6\delta$ | $x=1,6\delta$ | $x=134,6\delta$ |
|---|---------------|---------------|-----------------|
| $S'_{gen,v}$ ( $*10^4$ )                        | 318,9         | 115,5         | 82,4            |
| $S'_{gen,v,turb}$ ( $*10^4$ )                   | <b>1,0</b>    | <b>23,7</b>   | <b>40,5</b>     |
| $S'_{gen,th}$ ( $*10^4$ )                       | 9,2           | 27,1          | 28,0            |
| $S'_{gen,th,turb}$ ( $*10^4$ )                  | <b>0,005</b>  | <b>9,0</b>    | <b>30,9</b>     |

 Tableau 1b : Production d'entropie intégrée sur la section de passage à l'abscisse  $x$  donnée.

Cependant la valeur calculée de  $\varepsilon^+$  dans notre modélisation est de 0,098 à  $x=134,6\delta$  et chute fortement en bord d'attaque (figure 6).


 Figure 6 : Evolution de  $\varepsilon^+$  en fonction de l'abscisse  $x$ .

L'utilisation de la valeur de  $\varepsilon^+$  calculée à la place de la constante proposée par Kock permet une convergence des solutions calculées avec et sans lois de paroi pour  $S'_{gen,v,turb}$ . Une approche similaire pour  $S'_{gen,th,turb}$  est à envisager car  $\varepsilon^+_{\theta}$  tend vers  $0.15Pr$  quand  $y^+$  tend vers 0. Mais ce cas n'a pas encore été éprouvé. Néanmoins en faisant cette hypothèse on suppose que le modèle RANS du §2.1 évalue correctement  $\varepsilon^+$ , ce qui n'est pas le cas dans la zone pleinement établie (figures 3 et 4) et probablement pas en bord d'attaque (des investigations complémentaires sont à mener dans ce dernier cas). La modification proposée sera d'autant plus pertinente que le modèle de turbulence sera précis. De plus pour des maillages grossiers la valeur de  $\varepsilon^+$  est sous-estimée. Dans les calculs qui suivent, où  $y^+=30$ ,  $\varepsilon^+$  est égal à 0.085. Il est dans ce dernier cas préférable d'utiliser la valeur constante de Kock.

Un maillage tel que  $y^+=30$  en bord d'attaque de la plaque est maintenant réalisé, de façon à utiliser la loi de paroi standard de la dynamique et être dans les mêmes conditions du cas test de Kock. Dans la zone pleinement développée  $y^+$  est alors égale à 27.

| $y^+=30$ (avec loi de paroi) ( $Wm^{-1}K^{-1}$ ) | $x=0.6\delta$ | $X=1.6\delta$ | $x=134.6\delta$ |
|--|---------------|---------------|-----------------|
| $S'_{gen,v}$ ( $*10^4$ )                         | 60.5          | 77.2          | 55.6            |
| $S'_{gen,v,turb}$ ( $*10^4$ )                    | <b>32.0</b>   | <b>42.4</b>   | <b>37.4</b>     |
| $S'_{gen,th}$ ( $*10^4$ )                        | 57.0          | 10.9          | 32.7            |
| $S'_{gen,th,turb}$ ( $*10^4$ )                   | <b>8.8</b>    | <b>6.4</b>    | <b>18.4</b>     |

 Tableau 2a: Production d'entropie intégrée sur la section de passage à l'abscisse  $x$  donnée.

| $y^+=30$ (sans loi de paroi) ( $Wm^{-1}K^{-1}$ ) | $x=0.6\delta$ | $x=1.6\delta$ | $x=134.6\delta$ |
|--|---------------|---------------|-----------------|
| $S'_{gen,v}$ ( $*10^4$ )                         | 9.6           | 14.2          | 30.05           |
| $S'_{gen,v,turb}$ ( $*10^4$ )                    | <b>6.3</b>    | <b>20.1</b>   | <b>34.03</b>    |
| $S'_{gen,th}$ ( $*10^4$ )                        | 1.6           | 0.9           | 20.1            |
| $S'_{gen,th,turb}$ ( $*10^4$ )                   | <b>10.3</b>   | <b>9.4</b>    | <b>27.8</b>     |

 Tableau 2b: Production d'entropie intégrée sur la section de passage à l'abscisse  $x$  donnée.

Dans la zone pleinement développée la production d'entropie visqueuse directe et la production d'entropie liée au flux de chaleur est sous-estimée par rapport aux valeurs calculées à  $y^+=1$  (tableau 1b et 2b). L'utilisation des lois de paroi (tableau 2a) corrige les valeurs et permet de faire une estimation correcte de la production d'entropie. La solution ne converge cependant pas exactement vers la valeur obtenue à  $y^+=1$ . En effet les fonctions (5), (6) et (7) dépendent très fortement de  $u_{\tau}$ ,  $T_{\tau}$  et  $Ec_{\tau}$  qui sont mal évalués avec la modélisation utilisée. Ceci est d'autant plus flagrant à  $x=0.6\delta$ . La valeur corrigée de  $S'_{gen,v}$  est encore 5 fois

inférieure à la valeur calculée en bord d'attaque quand  $y^+=1$  et en bord d'attaque la vitesse de frottement est sous évaluée :  $u_{\tau(y^+=30)}=5,6$  contre  $u_{\tau(y^+=1)}=8$ . La loi de paroi de Kock présuppose une bonne évaluation de  $u_{\tau}$ ,  $T_{\tau}$  et  $Ec_{\tau}$ . Or la mauvaise modélisation de l'écoulement (liée à la qualité du maillage et à la loi de paroi standard pour la dynamique) impact largement sur la valeur du taux de production d'entropie qui est une valeur post-traitée.

Dans la zone pleinement développée la production d'entropie turbulente est corrigée par rapport à la valeur calculée à  $y^+=1$ . Par contre la production d'entropie thermique turbulente est sous-estimée par rapport à la valeur calculée avec un  $y^+=1$ . A  $x=0.6\delta$  les valeurs turbulentes sont largement surévaluées. Néanmoins pour un  $y^+=1$  les termes turbulents ne correspondent pas aux résultats de la SND et dépendent fortement du modèle de turbulence. De plus le modèle de turbulence et la loi de paroi standard ne peuvent capter correctement la physique en bord d'attaque quand  $y^+=30$ . Aussi un maillage acceptable consiste à raffiner ce dernier en bord d'attaque tel que  $y^+=1$ . L'adaptation de la loi de paroi de Kock prend alors tout son sens : la physique est correctement captée et la production d'entropie est correctement évaluée si l'on admet que le modèle de turbulence est suffisamment pertinent.

## 4. Conclusion

Les résultats de la modélisation  $k-\varepsilon$  à  $y^+=1$  comparés à la SND sont satisfaisants dans le cas des grandeurs moyennes de l'entropie. Mais les grandeurs turbulentes de l'entropie sont très sensibles à la modélisation de  $\varepsilon$  et de  $\lambda_{turb}$ .

Les lois de paroi entropique de Kock ont été adaptées pour être utilisées dans le cas de configurations à  $y^+$  non constant et étudiées dans le cas d'un écoulement en cours de développement confiné entre deux plaques planes parallèles. Afin d'améliorer la loi de paroi de  $S'''_{gen,v,turb}$  la valeur asymptotique proposée par Kock est remplacée par la valeur calculée de  $\varepsilon^+$ . Néanmoins cette dernière est sous-estimée pour des valeurs de  $y^+$  trop importantes.

Les lois de paroi construites pour les grandeurs moyennes sont robustes et corrigent de façon significatives les erreurs quand  $y^+=30$ . Néanmoins des investigations complémentaires doivent être menées pour les grandeurs turbulentes. Des modélisations RANS et des lois de paroi pour la dynamique et la thermique plus évoluées doivent être utilisées afin d'améliorer la résolution de la production d'entropie.

## Références

- [1] J.E. Hesselgreaves, Rationalisation of the second law analysis of heat exchangers. International Journal of Heat and Mass Transfer 43 (2000) 4189-4204
- [2] J. Herpe, D. Bougeard, S. Russeil, B. Baudoin. Numerical investigation of entropy generation in the case of finned oval tube with a punched longitudinal vortex generator in form of delta winglet. 2006 ASME Joint US-European Fluids Engineering Summer Meeting. July 17-20, Miami, FL. FEDSM2006-98393.
- [3] F. Kock, H. Herwig, Entropy production calculation for turbulent shear flows and their implementation in cfd codes. Int. J. Heat of Fluid Flow 26(2005)672-680
- [4] Kock, F., Herwig, H., Local entropy production in turbulent shear flows: a high Reynolds number model with wall function. Int. J. Heat Mass Transfer 47(2004)2205-2215
- [5] D. Stanciu, M. Lachi, J. Padet, A. Dobrovicescu, M. Stoian, Modélisation des irréversibilités volumiques de la convection forcée turbulente, SFT 2005.
- [6] Fluent, Fluent user's guide V6.2 (2005)
- [7] K. Gestern, H. Herwig, Strömungsmechanik, Vieweg, 1992.
- [8] Y. Nagano, C. Kim, A two equation model for heat transport in wall turbulent shear flows, J. Heat Transfer 110 (1988)583-589.