

Simulation d'écoulements transitionnels et turbulents en cavités rotor-stator avec transferts de chaleur.

Éric SERRE^{1*}, Sébastien PONCET¹, Roland SCHIESTEL², Brian LAUNDER³

¹MSNM-GP, UMR 6181 CNRS-Universités d'Aix-Marseille

IMT La Jetée, Technopôle Château-Gombert, 38 rue F. Joliot-Curie – 13451 Marseille, France

²IRPHE, UMR 6594 CNRS-Universités Aix-Marseille I & II

Technopôle Château-Gombert, 49 rue F. Joliot-Curie, BP 146 – 13384 Marseille, France

³UMIST, Department of Mechanical, Aerospace & Manufacturing Engineering

Manchester M60 1QD, United-Kingdom

* (auteur correspondant : serre1@13m.univ-mrs.fr)

Résumé - On étudie les écoulements non isothermes confinés entre un disque tournant (rotor) et un disque fixe (stator) par simulation numérique directe (DNS) dans le cas d'un écoulement de transition et par modélisation de la turbulence (Reynolds Stress Model noté RSM) pour des forts nombres de Reynolds. Sous l'approximation de Boussinesq, les résultats de la DNS montrent que les effets de variation de densité sont faibles. Les prévisions du modèle RSM sont ensuite comparées à des données disponibles dans la littérature [1,2] et étendus pour une large gamme de nombre de Prandtl en conservant la densité constante.

Nomenclature

C_w	coefficient global de débit	U, V, W	vitesse radiale, tangentielle, axiale, m/s
h	espace interdisque, m	z	position axiale
L	rapport d'aspect	<i>Symboles grecs</i>	
Nu	nombre de Nusselt	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
Pr	nombre de Prandtl	β	coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
Q	flux, $m^3.s^{-1}$	κ	facteur de chauffe
r	rayon local, m	ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
R_1, R_2, R_3, R_4	rayons, m	Ω	taux de rotation, tr/min
Ra	nombre de Rayleigh	<i>Indices et exposants</i>	
Rc	paramètre de courbure	c	paroi chauffée
Re	nombre de Reynolds	f	paroi froide
T	température, K	*	quantité adimensionnée

1. Introduction

Les écoulements turbulents de type rotor-stator avec transferts de chaleur sont particulièrement intéressants car ils sont proches des écoulements rencontrés dans les turbomachines. Par exemple, dans les turbines haute-pression, l'air frais passe dans les espaces interdisques et vient refroidir les aubes de turbines chauffées par l'air venant de la chambre de combustion. Si l'hydrodynamique dans le cas isotherme est maintenant bien connue [3,4], l'acquisition d'informations sur les transferts de chaleur a été ralentie du fait de la complexité à construire des expériences bien contrôlées. Owen et Rogers [5] proposent une revue complète des études relatives à ces écoulements jusqu'en 1989.

Dans le cas isotherme, la transition vers la turbulence pour des écoulements dits de Batchelor à couches limites séparées apparaît pour un nombre de Reynolds de rotation de l'ordre de 10^5 [5]. L'écoulement est alors tridimensionnel, faiblement turbulent et une approche par simulation numérique directe (DNS) est la plus appropriée. Pour des nombres de Reynolds plus élevés, l'écoulement devient pleinement turbulent et se bidimensionnalise. On

choisit ainsi une approche basée sur un modèle statistique du second ordre noté RSM (Reynolds Stress Model). Ces deux approches déjà validées dans le cadre d'écoulements isothermes [3,4] ont été ici étendues aux écoulements non isothermes: la première est utilisée pour simuler des écoulements de transition en cavité fermée sous l'hypothèse de Boussinesq [6] et la seconde pour modéliser des écoulements pleinement turbulents sous l'hypothèse de faibles écarts de température [7].

2. Configurations géométriques et paramètres de l'étude

On considère trois cavités composées chacune de deux disques lisses, l'un en rotation (le rotor de rayon R_2) et l'autre fixe (le stator) (figure 1) séparés par une distance axiale notée h et confinés entre deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_3 . On définit ainsi une cavité rotor-stator à partir de son rapport d'aspect $L = (R_2 - R_1)/h$ et de son paramètre de courbure $R_c = (R_2 + R_1)/(R_2 - R_1)$. Le rotor tourne à une vitesse angulaire Ω . Un flux centripète ($Q > 0$) ou centrifuge ($Q < 0$) peut être également imposé. L'écoulement hydrodynamique dépend ainsi de deux nombres sans dimension : le nombre de Reynolds $Re = \Omega R_2^2 / \nu$ basé sur le rayon extérieur du rotor et un coefficient global de débit $C_w = Q / (\nu R_2)$. Pour des écoulements non isothermes, on définit également le nombre de Rayleigh $Ra = \Omega^2 R_2 (T_c - T_f) h^3 \beta / (\nu \alpha)$ qui quantifie les effets de flottabilité, le nombre de Prandtl $Pr = \nu / \alpha$ et le facteur de chauffe $\kappa = (T_c - T_f) / T_f$ avec $T_f < T_c$. Les coefficients ν , β et α représentent respectivement la viscosité cinématique du fluide, son coefficient d'expansion thermique et sa diffusivité thermique. Les valeurs des différents paramètres sont résumées dans le tableau 1.

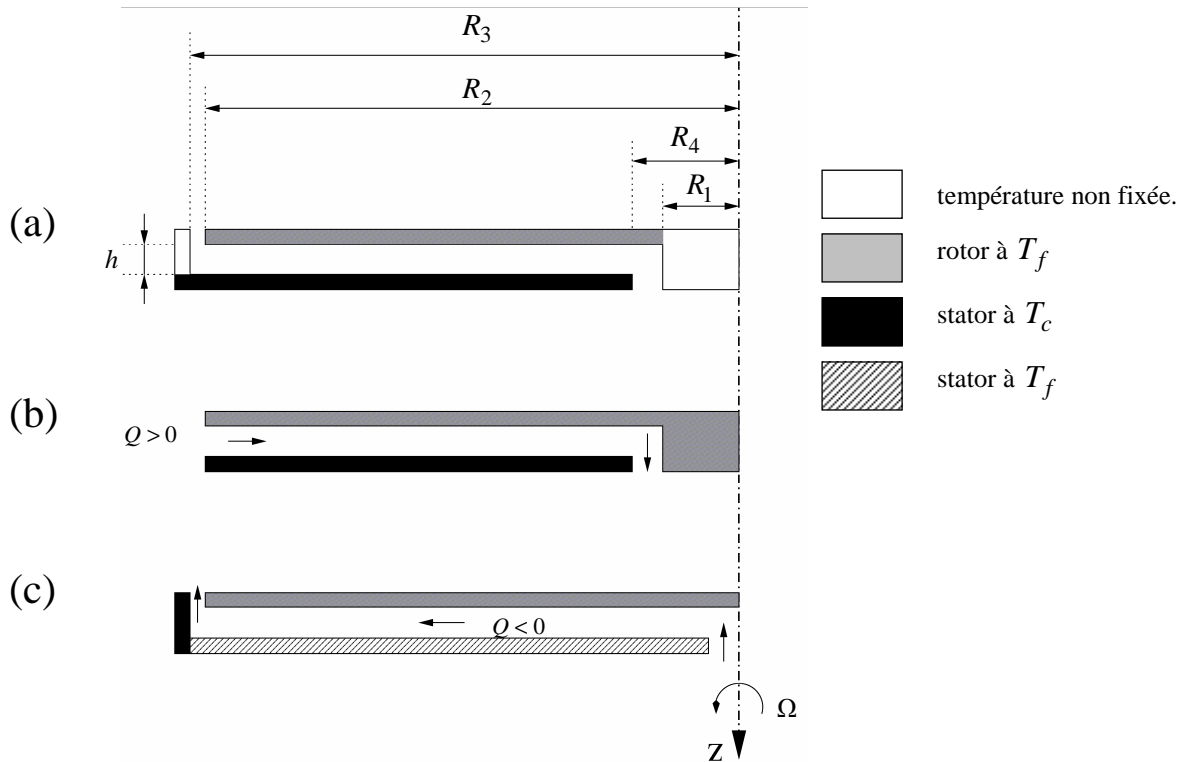


Figure 1 : Schéma des trois configurations étudiées correspondant respectivement à (a) la présente DNS et aux expériences de (b) Djaoui et al. [2] et de (c) Sparrow et Goldstein [1].

Cas	R_1	R_2	R_3	R_4	h (m)	L	R_c	T_f	T_c (K)	κ	C_w	Re	Ra	Pr
a	-	-	R_2	R_1	-	2,35	2,33	-	-	2	0	110000	0 2000000	0,7
b	0,09	0,375	0,375	0,1	0,03	9,5	1,632	297	332	0,118	0 12082	500000 1440000	0	0,01 12
c	0	0,216	0,2287	0,0254	0,096	2,25	1	295	370	0,254	-2749 -8672	156000 920000	0	0,01 12

Tableau 1 : *Caractéristiques des trois configurations étudiées.*

La configuration étudiée par DNS (fig.1a) correspond à une cavité fermée dont seules les températures sur les deux disques sont imposées : T_f sur le rotor et T_c sur le stator. Pour valider les prévisions du modèle RSM, on considère les expériences menées par Djaoui et al. [2] (fig.1b) et Sparrow et Goldstein [1] (fig.1c), qui représentent des cavités ouvertes pour lesquelles seule une paroi est chauffée à T_c et les autres parois et le fluide sont à T_f .

3. Approches numériques

3.1. Simulation numérique directe (DNS)

L'approximation numérique utilisée est basée sur une méthode pseudo-spectrale de type collocation-Chebyshev dans les directions radiale et axiale et de type Galerkin-Fourier dans la direction tangentielle. Les points de collocation de Gauss-Lobatto dans les directions non périodiques assurent un resserrement du maillage près des parois là où se développent les couches limites. Ainsi chaque variable est approximée par un développement en série trigonométrique tronquée :

$$\psi_{NKM}(r, \theta, z, t) = \sum_{k=-K/2}^{K/2} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \hat{\psi}_{nkm}(t) T_n(r) T_m(z) e^{ik\theta}$$

où T_n et T_m sont les polynômes de Chebyshev de degrés n et m .

Le couplage vitesse-pression est résolu à l'aide d'un algorithme de projection et l'intégration est réalisée avec un schéma semi-implicite d'ordre 2, combinant une différentiation rétrograde d'Euler d'ordre 2 avec un schéma d'Adams-Bashforth pour les termes convectifs. Une technique de diagonalisation complète est utilisée en pré-processing afin d'accélérer la vitesse de calcul [3,6]. Tous les calculs ont été effectués avec un maillage 128^3 et un pas de temps tel que 10^4 boucles temporelles sont effectuées par tour de disque.

3.2. Modèle aux tensions de Reynolds (RSM)

Les écoulements pleinement turbulents sont modélisés à partir d'une fermeture du second ordre à faible nombre de Reynolds et sensibilisée aux effets implicites de la rotation. Ce modèle statistique en un point permet une description détaillée de la turbulence près des parois et présente l'avantage de ne pas introduire d'hypothèse de viscosité turbulente. L'équation générale pour le tenseur de Reynolds R_{ij} peut s'écrire :

$$dR_{ij} / dt = P_{ij} + D_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} + S_{ij}$$

où P_{ij} , D_{ij} , ϕ_{ij} , ε_{ij} et S_{ij} représentent les termes de production, diffusion, corrélation pression-déformation, dissipation et des termes supplémentaires liés à la rotation [4].

On considère des faibles écarts de température. Les variations de densité sont donc négligées, ce qui permet de dissocier l'écoulement hydrodynamique des transferts de chaleur. L'équation pour la température s'écrit donc : $\partial T / \partial t + V_j T_{,j} = \sigma T_{,jj} - F_{j,j}^t$, avec $\sigma = \nu / Pr$ et F_i^t le flux turbulent lié au gradient de température.

La procédure numérique est basée sur la méthode des volumes finis utilisée avec des grilles décalées pour les composantes moyennes de la vitesse. Un maillage (140, 80) dans le plan (r,z) est suffisant pour obtenir des solutions indépendantes du maillage. Tous les calculs ont été effectués sur le NEC SX5 à l'IDRIS/CNRS (Orsay, France).

4. Résultats

4.1. Écoulement transitionnel

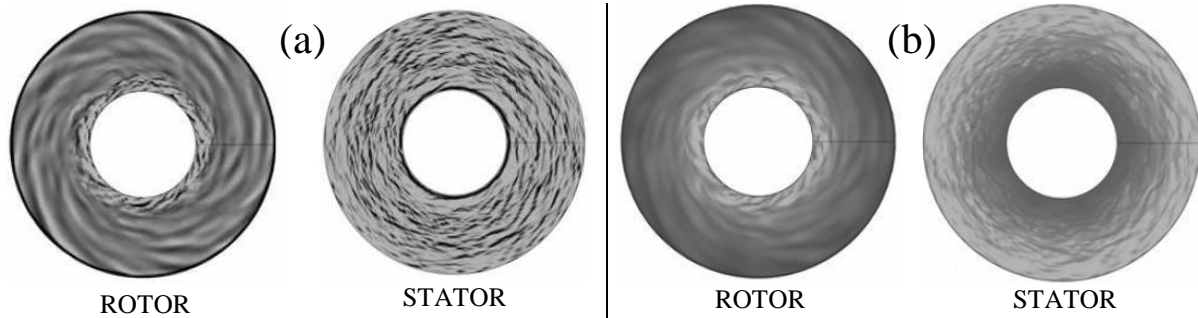


Figure 2: (a) Iso-lignes instantanées de la composante axiale W de la vitesse dans les couches limites du rotor et du stator ; (b) Valeurs instantanées du gradient de température normal à la surface du rotor et du stator. Cas a (tab.1) pour $Ra=0$.

On voit clairement, à partir des iso-lignes instantanées de la composante axiale de la vitesse W , que des structures à petites échelles apparaissent dans la couche de Bödewadt liée au stator (fig.2a). Ceci montre le caractère turbulent de l'écoulement dans cette couche. A contrario, l'écoulement le long du rotor (couche d'Ekman) reste laminaire en dehors d'une zone très proche du moyeu tournant où l'écoulement est turbulent. Ceci s'explique par le fort impact du flux axial venant du stator sur le disque tournant. Pour des rayons plus élevés, une instabilité apparaît sous la forme de spirales positives, déjà observées par [3] (fig.2a). Ainsi pour un nombre de Reynolds de transition, des zones laminaires et turbulentes coexistent dans la cavité. La figure 2b représente les valeurs instantanées du gradient de température normal correspondantes. Ces valeurs sont directement proportionnelles aux taux de transferts de chaleur locaux à travers la surface des disques. Les cartes des iso-valeurs instantanées du gradient de température normal sont tout à fait comparables à celles de la composante axiale de la vitesse, ce qui montre que les transferts de chaleur sont fortement affectés par les structures organisées présentes dans l'écoulement.

On analyse ensuite l'influence du nombre de Rayleigh sur l'écoulement turbulent pour $0 \leq Ra \leq 2 \times 10^6$. Les figures 3a et 3b représentent les profils axiaux des vitesses respectivement radiale U et tangentielle V à mi-rayon. On rappelle que $z = -1$ sur le stator et $z = 1$ sur le rotor. Les valeurs sont moyennées à la fois en temps et dans la direction tangentielle. L'écoulement est clairement de type Batchelor à couches limites séparées par un cœur central caractérisé par une vitesse radiale nulle et une vitesse tangentielle constante. La couche d'Ekman est centrifuge, alors que la couche de Bödewadt est centripète. L'épaisseur de la couche liée au stator est plus importante que celle liée au rotor, ce qui confirme le caractère turbulent de l'écoulement près du stator et le caractère laminaire de l'écoulement près du rotor. Ceci explique également pourquoi la vitesse tangentielle dans le cœur est proche du tiers de la vitesse locale du disque. Les effets de flottabilité obtenus en faisant varier le nombre de Rayleigh sont faibles : 3% sur la vitesse tangentielle dans le cœur de l'écoulement, alors que les profils radiaux sont pratiquement identiques. Cela suggère que la température joue le rôle de scalaire passif pour cette plage de paramètres. Pour conclure, les résultats de la DNS montrent que les effets de variations de densité sur l'écoulement moyen sont limités pour un écoulement transitionnel [6] même pour des forts nombres de Rayleigh.

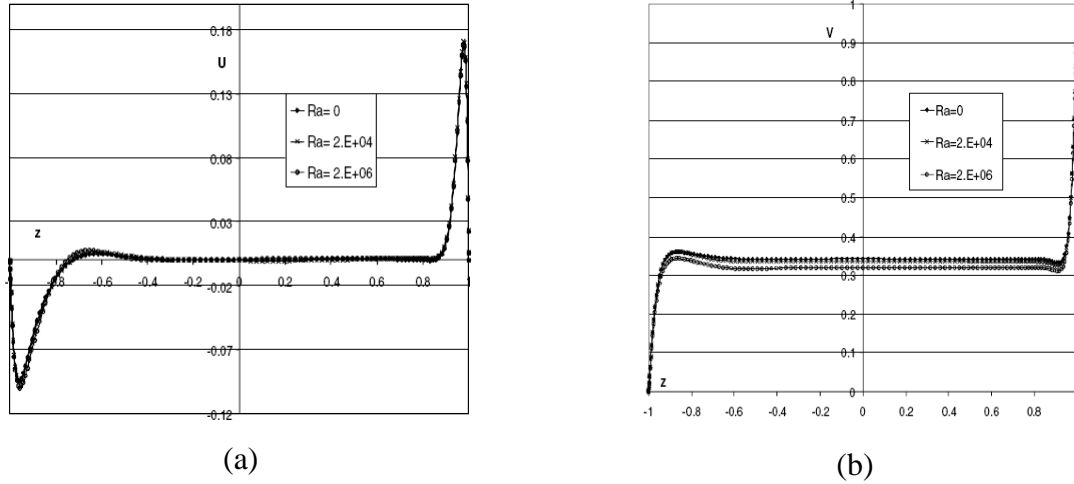


Figure 3: Profils axiaux à mi-rayon de (a) U et (b) V .

4.2. Écoulements pleinement turbulents

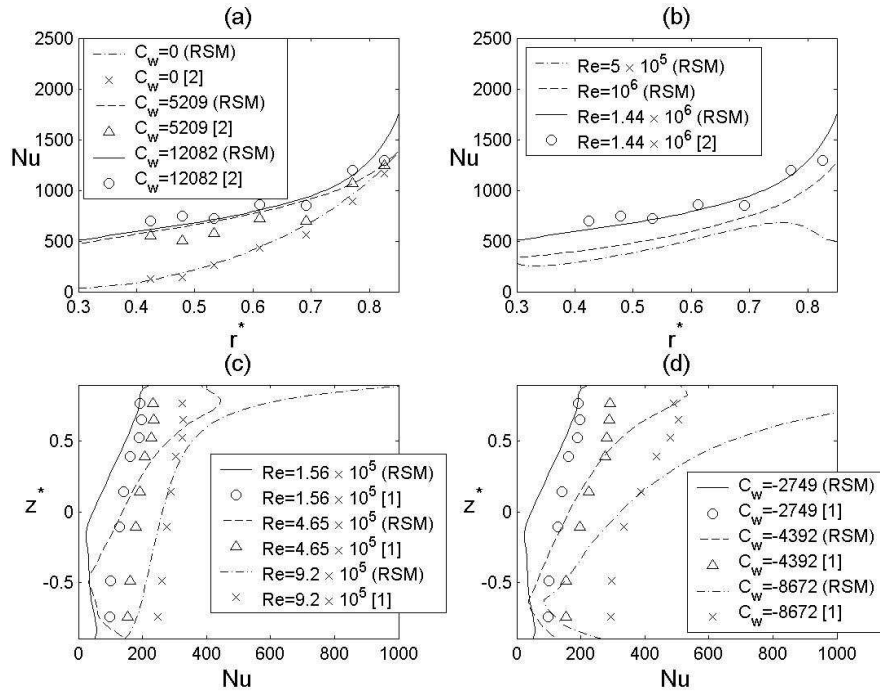


Figure 4 : Évolution radiale de Nu le long du stator : (a) influence de C_w pour $Re = 1,44 \times 10^6$ et (b) influence de Re pour $C_w = 12082$. Évolution axiale de Nu sur le cylindre extérieur : (c) influence de Re pour $C_w = -2749$ et (d) influence de C_w pour $Re = 1,56 \times 10^5$ - $Pr=0,7$.

Les résultats de la DNS ont montré que les effets de variation de densité sont faibles même pour des forts nombres de Rayleigh. Ainsi, pour les écoulements pleinement turbulents, on suppose que les écarts de température sont faibles et que la densité reste constante ($Ra=0$). Les écoulements hydrodynamiques correspondant aux expériences de Djaoui et *al.* [2] (fig.1b) et Sparrow et Goldstein [1] (fig. 1c) sont décrits dans [4,7].

On considère dans un premier temps la configuration étudiée par Sparrow et Goldstein [1]. Les figures 4c et 4d présentent la distribution du nombre de Nusselt local Nu le long du cylindre extérieur pour différents couples de paramètres (Re, C_w) à nombre de Prandtl fixé $Pr=0,7$. Dans tous les cas, Nu décroît lorsqu'on s'éloigne du rotor. Ceci s'explique par

l'écoulement radial le long du rotor qui se transforme après impact sur le cylindre extérieur en un écoulement axial. Ainsi, en se rapprochant du stator, la couche limite thermique s'épaissit et la résistance thermique de l'écoulement augmente. Comme la vitesse moyenne de l'écoulement augmente avec le taux de rotation du disque (Re) et le débit imposé (C_w), les transferts de chaleur (Nu) le long du cylindre suivent donc les variations de ces deux paramètres. Les désaccords obtenus dans cette configuration sont dus notamment à l'hypothèse de faible écart de température, qui n'est pas tout à fait valable ici (75°C) mais surtout à l'écoulement radial qui impacte sur le cylindre extérieur. Cet écoulement de type jet impactant induit de larges recirculations en périphérie de la cavité [7] et est connu pour être un cas particulièrement délicat pour les simulations numériques de transferts de chaleur.

Les prévisions du modèle RSM ont ensuite été comparées aux mesures de Djaoui et *al.* [2] (fig.1b). Les figures 4a et 4b représentent la distribution de Nu le long du stator pour différents paramètres. Les mêmes conclusions peuvent être faites en ce qui concerne la dépendance de Nu en fonction de Re et C_w . Les fortes variations observées pour $r^* \geq 0.75$ sont dues à des effets périphériques. Un très bon accord a été ici obtenu essentiellement parce que le paramètre κ est plus faible que dans le cas précédent et parce que les recirculations apparaissent le long du disque non chauffé [7]. Tous les résultats de Djaoui et *al.* [2] ont été ensuite étendus pour une large gamme du nombre de Prandtl $0,01 \leq Pr \leq 12$ et peuvent être corrélés par une loi donnant le nombre de Nusselt moyenné le long de la surface chauffée en fonction des différents paramètres : $Nu_{av} = 0,0044 Re^m (1000 + C_w)^n Pr^p$ avec $m=0,8$, $n=0,11$ et $p=0,5$. Les valeurs des exposants m et p confirment des résultats antérieurs rapportés dans [5]. Cette loi est particulièrement intéressante pour des applications en ingénierie.

5. Conclusion

Deux approches numériques ont été développées pour simuler l'écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator avec transferts de chaleur. Pour un nombre de Reynolds de transition, on a montré par DNS que les effets de variation de densité sont faibles pour des forts nombres de Rayleigh. Une étude paramétrique a ensuite été menée dans le cas d'écoulements turbulents. Un très bon accord a été obtenu entre le modèle RSM et des données expérimentales disponibles dans la littérature pour une cavité ouverte et des faibles écarts de température. Les perspectives sont dans un premier temps la prise en compte des variations de densité puis le développement d'un outil numérique de type Simulation des Grandes Echelles (LES) pour prendre en compte les effets tridimensionnels à haut nombre de Reynolds.

Références

- [1] E. M. Sparrow, J. L. Goldstein, Effect of rotation and coolant throughflow on the heat transfer and temperature field in an enclosure, *J. Heat Transfer*, 98 (1976), 387-394.
- [2] M. Djaoui, A. Dymont, R. Debuchy, Heat transfer in a rotor-stator system with a radial inflow, *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 20 (2001), 371-398.
- [3] E. Serre, E. Crespo del Arco, P. Bontoux, Annular and spiral patterns in flows between rotating and stationary discs, *J. Fluid Mech.*, 434 (2001), 65-100.
- [4] S. Poncet, M. P. Chauve, R. Schiestel, Batchelor versus Stewartson flow structures in a rotor-stator cavity with throughflow, *Phys. Fluids*, 17(7) (2005).
- [5] J. M. Owen, R. H. Rogers, Flow and Heat Transfer in Rotating-Disc Systems – Vol. 1: Rotor-Stator Systems, Ed. W. D. Morris, John Wiley and Sons Inc., New-York (1989).
- [6] E. Serre, P. Bontoux, B. Launder, Transitional-turbulent flow with heat transfer in a closed rotor-stator cavity, *J. of Turbulence*, 5 (2004), 008.
- [7] S. Poncet, R. Schiestel, Numerical modelling of heat transfer and fluid flow in rotor-stator cavities with throughflow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 50 (2007), 1528-1544.