

Expression généralisée pour le calcul du rendement exergetique du transfert de chaleur

Riad BENELMIR

ESSTIN - Université Henri Poincaré, LEMTA - umr CNRS 7563
 2 Rue Jean Lamour, 54519 Vandoeuvre-Les-Nancy Cedex
benelmir@esstin.uhp-nancy.fr, Tél : +33.383685102

Résumé – L’auteur a développé une relation unique pour la détermination du rendement exergetique associé à un transfert de chaleur quelque soit les niveaux de température des réservoirs mis en jeu. Par ailleurs cet outil analytique permet aussi l’optimisation du choix des réservoirs thermiques et est une base pour une théorie « parallèle » à celle des pincements (pinch point théorie).

1. Introduction

Un transfert de chaleur entre deux fluides est accompagné d’irréversibilités dues à l’écart fini de température entre ces deux fluides. Ces irréversibilités sont évaluées directement ou par le biais du rendement exergetique. Suite aux difficultés rencontrées dans le calcul du rendement exergetique des échangeurs de chaleur, en particulier dans les machines frigorifiques, où les niveaux de température sont souvent en dessous de la température du milieu ambiant (milieu de référence), l’auteur a entrepris de développer une méthode consolidée pour la détermination du rendement exergetique associé au transfert de chaleur quelque soit les niveaux de température des réservoirs mis en jeu.

2. Premier cas : $T_c > T_f > T_o$

Ca pourrait être le cas par exemple du condenseur d’une machine frigorifique. Considérons un transfert de chaleur entre deux réservoirs thermiques se situant au-dessus du niveau de température du milieu ambiant, le réservoir fournisseur de chaleur étant dénommé la source chaude et le réservoir receveur de chaleur étant dénommé le puits froid. Ce procédé sera l’objet d’irréversibilités. On imagine un système équivalent comprenant un ensemble de machines réversibles directes et inverses : une machine motrice alimentant une machine réceptrice avec une perte de travail moteur matérialisé par les irréversibilités.

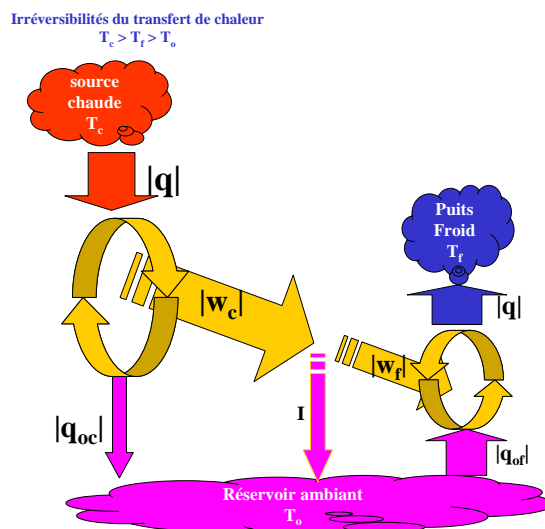


Figure 1 : transfert de chaleur au-dessus de T_o

Considération de la machine motrice :

Application du 1^{er} principe de Thermodynamique (conservation d'énergie) :

$$|q| = |W_c| + |q_{oc}| \quad (1)$$

Application du 2^{ème} principe de Thermodynamique (machine réversible) :

$$|q_{oc}|/|q| = T_o/T_c \quad (2)$$

Rendement énergétique :

$$\eta = |W_c|/|q| = 1 - [T_o/T_c] = \theta_c \quad (3)$$

Dans ce cas le rendement énergétique η est identique au facteur de Carnot θ_c .

L'exergie associée à la source chaude est le travail produit si une machine réversible motrice était intercalée entre la source chaude et le réservoir ambiant :

$$Ex_c = |W_c| = \theta_c |q| \quad (4)$$

Considération de la machine réceptrice :

Application du 1^{er} principe de Thermodynamique (conservation d'énergie) :

$$|q| = |W_f| + |q_{of}| \quad (5)$$

Application du 2^{ème} principe de Thermodynamique (machine réversible) :

$$|q_{of}|/|q| = T_o/T_f \quad (6)$$

Coefficient de performance :

$$COP = |q_{of}|/|W_f| = 1/\{1 - [T_o/T_f]\} = 1/\theta_f \quad (7)$$

Dans ce cas le COP est l'inverse du facteur de Carnot θ_f .

L'exergie associée au puits froid est le travail reçu si une machine réversible motrice était intercalée entre le puits froid et le réservoir ambiant :

$$Ex_f = |W_f| \quad (8)$$

On vérifie aisément que :

$$|W_f| = \theta_f |q| \quad (9)$$

Et par conséquent :

$$Ex_f = \theta_f |q| \quad (10)$$

Irréversibilités et rendement exergétique :

Selon notre système :

$$I = |q_{of}| - |q_{oc}| \quad (11)$$

Par le biais des relations (1) et (5) on vérifie bien que :

$$I = |W_c| - |W_f| \quad (12)$$

On observe bien que les irréversibilités associées à un transfert de chaleur sont bel et bien l'équivalent d'un travail (mécanique) perdu.

Dans ce cas (lorsque $T_c > T_f > T_o$), on a $\theta_c > \theta_f > 0$ et par conséquent $Ex_c > Ex_f$. Par conséquent, les irréversibilités peuvent être exprimées comme suit :

$$I = Ex_c - Ex_f = \max(Ex_c, Ex_f) - \min(Ex_c, Ex_f) \quad (13)$$

On introduit le facteur dissipatif qui mesure le ratio des irréversibilités par rapport au travail moteur :

$$\xi = I/|W_c| \quad (14)$$

Soit :

$$\xi = [\max(Ex_c, Ex_f) - \min(Ex_c, Ex_f)] / \max(Ex_c, Ex_f) \quad (15)$$

Le rendement exergetique est le complémentaire du facteur dissipatif :

$$\eta_{II} = 1 - \xi \quad (16)$$

L'indice « II » du rendement exergetique est une indication que ce rendement est calculé selon le 2^{ème} principe de la thermodynamique. Pour illustrer l'handicap des rendements énergétiques, il suffit de considérer le cas d'un échangeur de chaleur isolé thermiquement où le rendement énergétique serait de 100 % ($\eta_I = 1 - \xi_I = 1 - [\Delta q/|q|] = 1$) quelque soit les niveaux de températures. Il existe aussi une expression de rendement que l'auteur qualifie d'exergo-énergétique qui surestime le rendement exergetique car le facteur dissipatif peut être très faible ($\eta_{III} = 1 - \xi_{III} = 1 - [I/|q|] \approx 1$) car il mesure le ratio des irréversibilités par rapport à la quantité de chaleur échangée. Généralement, l'efficacité est utilisée pour mesurer la performance d'un l'échangeur (ratio de la chaleur échangée réellement par rapport à la chaleur maximale qui pouvait être échangée). La valeur de l'efficacité est proche de celle du rendement exergetique lorsque l'échange de chaleur n'est pas « éloigné » du niveau de température ambiante.

3. Deuxième cas : $T_o > T_c > T_f$

Considérons cette fois-ci un transfert de chaleur entre deux réservoirs thermiques se situant au-dessous du niveau de température du milieu ambiant. Ca pourrait être le cas par exemple de l'évaporateur d'une machine frigorifique. On imagine, dans ce cas aussi, le système équivalent décrit par la figure 2. Les développements sont similaires à ceux de la section précédente. On vérifie aisément que :

$$Ex_f = |W_f| = - \theta_f |q| \quad (17)$$

$$Ex_c = |W_c| = - \theta_c |q| \quad (18)$$

Dans ce cas (lorsque $T_o > T_c > T_f$), on a $\theta_o > \theta_c > \theta_f$ et par conséquent $Ex_f > Ex_c$.

Selon notre système :

$$I = |q_{of}| - |q_{oc}| \quad (19)$$

Par le biais des relations de conservation d'énergie pour les deux machines on vérifie bien que dans ce cas :

$$I = |W_f| - |W_c| \quad (20)$$

Par conséquent, les irréversibilités peuvent être exprimées comme suit :

$$I = Ex_f - Ex_c = \max(Ex_c, Ex_f) - \min(Ex_c, Ex_f) \quad (21)$$

Le facteur dissipatif mesure le ratio des irréversibilités par rapport au travail moteur :

$$\xi = I/|W_f| \quad (22)$$

Soit :

$$\xi = [\max(Ex_c, Ex_f) - \min(Ex_c, Ex_f)] / \max(Ex_c, Ex_f) \quad (23)$$

En conclusion, l'expression généralisée du facteur dissipatif est aussi valable pour ce 2^{ème} cas.

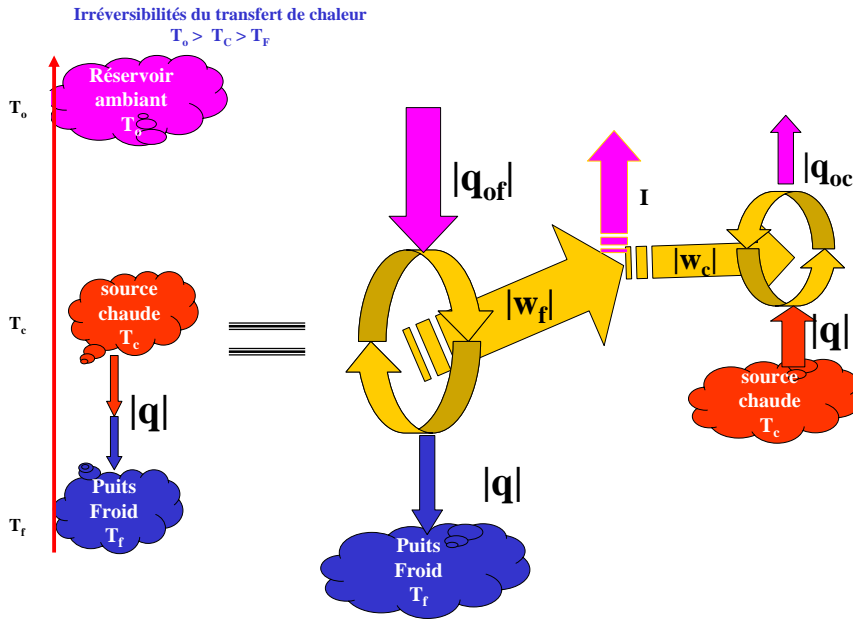


Figure 2 : transfert de chaleur au-dessous de T_o

4. Troisième cas : $T_c > T_o > T_f$

Considérons cette fois-ci un transfert de chaleur entre deux réservoirs thermiques chevauchant le niveau de température du milieu ambiant. Ce cas est plus complexe et source de nombreuses erreurs de calcul dans les travaux d'analyse exergétique. Ca pourrait être le cas par exemple d'un évaporateur où le fluide « chaud » est à température plus élevée que celle du milieu ambiant. Les développements sont, dans ce cas aussi, similaires à ceux des sections précédentes. On vérifie aisément que :

$$Ex_f = |W_f| = -\theta_f |q| \quad (24)$$

$$Ex_c = |W_c| = \theta_c |q| \quad (25)$$

Dans ce cas (lorsque $T_c > T_o > T_f$), on a $\theta_c > 0 > \theta_f$ et par conséquent $Ex_f > Ex_c$.

Selon notre système :

$$I = |q_{of}| - |q_{oc}| \quad (26)$$

Par le biais des relations de conservation d'énergie pour les deux machines on vérifie bien que dans ce cas :

$$I = |W_c| + |W_f| = Ex_c + Ex_f \quad (27)$$

Par conséquent, afin de généraliser leur expression pour les 3 cas, les irréversibilités peuvent être exprimées comme suit :

$$I = \max(Ex_c, Ex_f) - \text{signe}(\theta_c, \theta_f) \min(Ex_c, Ex_f) \quad (28)$$

Le facteur dissipatif mesure le ratio des irréversibilités par rapport au travail moteur :

$$\xi = I / \{|W_c| + |W_f|\} = I / \{Ex_c + Ex_f\} \quad (29)$$

Par conséquent, afin de généraliser son expression pour les 3 cas, le facteur dissipatif peut être exprimé comme suit :

$$\xi = I / \{\max(Ex_c, Ex_f) + 0,5 [1 - \text{signe}(\theta_c, \theta_f)] \min(Ex_c, Ex_f)\} \quad (30)$$

Par ailleurs, il ressort que pour ce 3^{ème} cas :

$$\xi = 1 \quad \text{et} \quad \eta_{II} = 0 \quad (31)$$

En effet, l'analyse exergetique nous alerte sur l'aberration d'avoir omis d'utiliser le milieu ambiant comme réservoir (source ou puits de chaleur) et dans ce cas le rendement exergetique est nul quelque soit les niveaux de température. C'est la clé de l'approche « optimisation ».

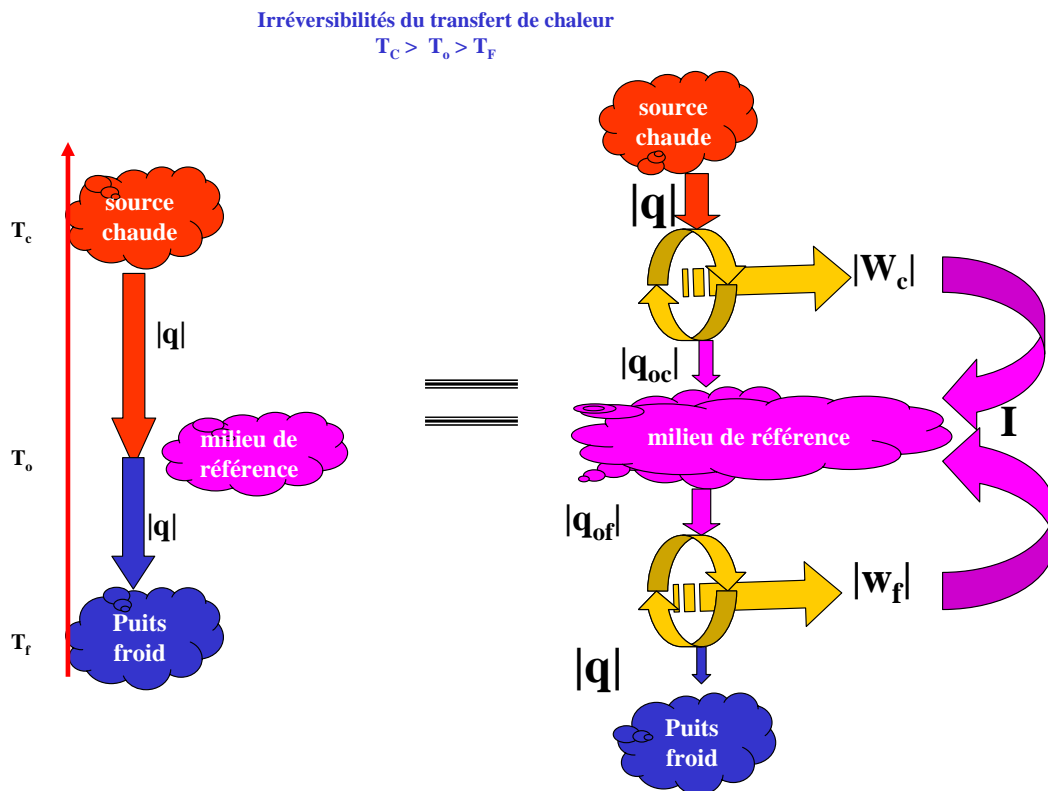


Figure 1 : transfert de chaleur chevauchant T_o

5. Application numérique

Afin de vérifier les expressions généralisées développées, une application numérique est présentée ci-dessous.

Tableau 1 : application numérique

		Cas I	Cas II	Cas III
chaleur	kJ	500	500	500
Température ambiante	°C	18	18	18
Température source chaude	°C	40	10	40
Température puits froid	°C	20	0	0
facteur de Carnot chaud		0,070	-0,028	0,070
facteur de Carnot froid		0,007	-0,066	-0,066
exergie source chaude	kJ	35,1	14,1	35,1
exergie puits froid	kJ	3,4	32,9	32,9
Irréversibilités	kJ	31,7	18,8	68,1
ξ_{II}		90,3%	57,1%	1
η_{II}		10%	43%	0%
η_{III}		94%	96%	86%

6. Conclusion

Une expression généralisée des irréversibilités, du facteur dissipatif et du rendement exergetique pour le transfert de chaleur sont développées en fonction des niveaux de températures. Ces expressions généralisées sont reprises ci-dessous :

$$I = \max(Ex_c, Ex_f) - \text{signe}(\theta_c, \theta_f) \min(Ex_c, Ex_f) \quad (32)$$

$$\xi = I / \{ \max(Ex_c, Ex_f) + 0,5 [1 - \text{signe}(\theta_c, \theta_f)] \min(Ex_c, Ex_f) \} \quad (33)$$

$$\eta_{II} = 1 - \xi \quad (34)$$

Par ailleurs, ce résultat permettra aussi l'optimisation des choix des réservoirs thermiques.

Références

- [1]. R. Benelmir, « Second Law Analysis of a Cogeneration System », Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA, septembre 1989.
- [2]. R. Benelmir, « Optimisation Thermoéconomique des Systèmes et Procédés Energétiques », mémoire de H.D.R., Université Henri Poincaré Nancy I, novembre 1998.
- [3]. R. Benelmir, A. Lallemand, M. Feidt, « Analyse exergetique », Techniques de l'Ingénieur, pp. BE8015-1à BE8015-15, 2002.
- [4]. R. Benelmir, M. Feidt, « Thermoconomics and finite size thermodynamics for the optimization of a heat pump », International Journal of Energy Environment Economy, Nova Science Publishers, vol.5, no.1, pp. 129-133, 1997.
- [5]. R. Benelmir, « Exergy Analysis », International Journal of Energy Environment Economy, Nova Science Publishers, vol.11, no.1, pp.15-30, 2001.
- [6]. R. Benelmir, « An exergy indicator for the characterization of the performance of heat transfer », International Journal of Energy Environment Economy, Nova Science Publishers, vol.11, no.4, pp. 27-38, 2003.
- [7]. L. Grosu, M. Feidt, R. Benelmir, « Study of the improvement in the performance coefficient of machines operating with three reservoirs », International Journal of Exergy, vol. 1, no. 1, pp. 147-162, 2004.