

# Modèle multicouche de comportement hygrothermique des sols à températures négatives.

Samir KACED<sup>1,2</sup>, Gilles LEFEBVRE<sup>1\*</sup>, Said MAKHLOUF<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CERTES-Université Paris XII, IUT 61 av. Général de Gaulle 94010 Créteil cedex

<sup>2</sup>LMSE de Tizi-Ouzou, université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou Algérie

\*(auteur correspondant : [gilles.lefebvre@univ-paris12.fr](mailto:gilles.lefebvre@univ-paris12.fr))

**Résumé** - Le comportement hygrothermique des sols à température négative a été modélisé dans le cas d'une géométrie 1D plane. Nous nous sommes appuyés sur un modèle de transfert d'eau et de chaleur  $H$  existant auquel nous avons ajouté les équations et les variables requises pour intégrer une équation selon laquelle l'eau gèle progressivement en dessous de  $0^{\circ}\text{C}$ . La cryosuction, qui résulte de l'aspiration de l'eau liquide et vapeur vers les zones gelées, est implicitement prise en compte dans ce modèle grâce aux lois d'équilibre entre les phases et aux lois de transfert. A l'aide du modèle établi, nous avons simulé un cas sur une période de 80 jours, à partir d'une condition initiale  $T=1^{\circ}\text{C}$  partout dans l'échantillon composé de trois constituants (sable, argile et limon disposés en couches). L'échantillon est soumis à un refroidissement par la couche supérieure (l'air ambiant variant linéairement de  $1^{\circ}\text{C}$  jusqu'à  $-6^{\circ}\text{C}$  pendant 4 jours, puis cette température  $H$  étant maintenue à  $-6^{\circ}\text{C}$  pendant les 76 jours qui suivent). La face inférieure est maintenue constamment à  $1^{\circ}\text{C}$ . Les résultats obtenus montrent que le processus de changement de phase (liquide-glace) est visible. L'évolution de la masse volumique apparente de la glace, montre que la couche argileuse est plus gélive que celles du limon et du sable.

## Nomenclature

$C$	Chaleur volumique	$\text{J.m}^{-3}\text{K}^{-1}$	$S$	Saturation	
$D$	Diffusivité massique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$	$T$	Température	K
$g$	Facteur de résistance à la diffusion		$u$	Energie interne spécifique	$\text{J.kg}^{-1}$
$h$	Enthalpie spécifique	$\text{J.kg}^{-1}$	$w$	Flux de masse	$\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$
$K$	Perméabilité absolue	$\text{m}^2$			
$K_{\text{g,rl}}$	Perméabilité relative aux gaz, liquide		$\eta$	Viscosité dynamique	$\text{kg.m}^{-1}$
$P, P_c$	pression, et pression capillaire	Pa	$\sigma$	Tension superficielle	$\text{N.m}^{-1}$
$P_{\text{sat}}$	Pression de saturation en vapeur	Pa	$\lambda$	Conductivité thermique	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$q$	Densité surfacique de flux de chaleur	$\text{W.m}^{-2}$	$\rho$	Masse volumique	$\text{kg.m}^{-3}$
$r$	Masse volumique apparente	$\text{kg.m}^{-3}$	$\omega$	Teneur en eau	$\text{kg}_{\text{eau}}.\text{kg}_{\text{mi}}^{-1}$

## Indices:

Phases Matière  
 $s$  : solide,  $g$  : gaz,  $l$  : liquide  $a$  : air,  $e$  : eau,  $m$  : milieu poreux  $t$  : totale,  $sat$  : saturation

## 1. Introduction

Les sols peuvent subir des endommagements lorsque l'eau présente dans les pores gèle. Des recherches tant expérimentales que théoriques ont permis de progresser dans la connaissance et la production de solutions techniques de viabilisation hivernale des voies de circulation. Deux phénomènes doivent particulièrement être suivis lors de l'apparition du gel ; la masse volumique de la glace plus est faible que celle de l'eau liquide et la migration d'eau par diffusion à travers la structure poreuse vers les zones gelées, appelée cryosuction, peuvent entraîner des gonflements du milieu poreux. Nous présentons dans ce papier un travail de modélisation d'une géométrie simple de sol initié dans le cadre d'un Magister [1] et montrant que l'on a pu représenter correctement les phénomènes physiques influents.

## 2. Modèle mathématique

Notre modèle est basé sur un modèle de transferts couplés d'eau (liquide-vapeur) et de chaleur dans un milieu poreux non saturé à trois fluides (air, eau liquide, eau vapeur), qui

permet une grande simplicité d'écriture des lois physiques de transferts couplés [2, 3, 4, 5]. Ce modèle est complété de façon à décrire le gel. Compte tenu du nombre d'équations et de variables que comporte ce modèle, nous ne serons pas exhaustifs, nous mentionnerons les principes de la modélisation et ne présenterons que les équations plus importantes, notamment celles qui concernent spécifiquement le gel.

## 2.1. Hypothèses principales

La principale hypothèse de ce modèle est celle de l'équilibre local; l'ensemble des espèces et des phases sont constamment en équilibre thermique, physique et chimique. La seconde consiste à supposer que les pores ont une forme sphérique et qu'ils se colmatent peu à peu au fur à mesure qu'apparaît la glace. La matrice poreuse contenant de la glace se comporte donc comme un nouveau matériau poreux dont la porosité et les perméabilités varient de façon simple avec le gel. L'air et la vapeur d'eau sont supposés être des gaz parfaits.

## 2.2. Lois de conservation

### 2.2.1. Équations de conservation des masses

Chacune des espèces se conserve, ce qui conduit à une équation du type :

$$\frac{\partial r_i}{\partial t} = -\text{div}(w_i) + p_i \quad \text{avec} \quad r_i = \phi S_i \rho_i \quad (1)$$

Pour  $i = e, a$ , le terme de source  $p_i$  est nul. Pour  $i = el, es, eg$ , le terme de source correspond à la production de la phase correspondante par changement de phase de l'eau. L'eau se conserve par changement de phase et on doit donc avoir :

$$\sum_{i=el, eg, es} p_i = 0 \quad (2)$$

Le terme  $w_i$  à l'intérieur de la divergence de l'équation (1) décrit les flux massiques d'espèces.

### 2.2.2. Équations de conservation de l'énergie

On peut considérer un petit volume de milieu poreux comme un système ouvert ; si on suppose que les vitesses d'écoulement sont faibles et qu'il n'y a pas variation d'énergie potentielle au cours des mouvements fluides, le premier principe de la thermodynamique fournit l'équation de variation de l'énergie interne  $U$  [6]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div}(h_a w_a + h_{eg} w_{eg} + h_{el} w_{el} + q) = 0 \quad (3)$$

Où  $h_i$  est l'enthalpie massique d'une phase d'une espèce fluide et est égale à la somme de l'énergie interne  $u_i = C_{vi} T$  et de l'énergie associée au travail externe sur la phase, représentée par le produit de la pression  $P_i$  par le volume massique  $v_i = 1/\rho_i$ ,  $q$  est le flux de chaleur par conduction. On a bien sûr l'énergie interne totale qui est égale à la somme pondérée des énergies internes des composants du milieu poreux. La chaleur latente de fusion  $L_f$ , exprimée en J/kg, est la chaleur nécessaire pour faire fondre 1 kg de glace. L'énergie interne de la glace est fonction de l'énergie interne de l'eau liquide  $u_{el}$  et de l'enthalpie de fusion de la glace :

$$u_{es} = h_{es} = h_{el} - L_f = u_{el} + (P_{(T)}^{sat} / \rho_{el}) - L_f \quad (4)$$

## 2.3. Équations d'état

### 2.3.1. Gaz parfaits

Les deux gaz présents dans la matrice (l'air sec et la vapeur d'eau) sont considérés ici comme des gaz parfaits.

### 2.3.2. Matériau poreux humide

La quantité d'eau présente dans un matériau poreux est liée à la façon dont se remplissent les pores, et donc à la part d'eau liquide présente dans le matériau. On peut décrire ce comportement à l'aide de courbes de sorption, résultat classique d'une caractérisation expérimentale. Nous avons choisi de relier d'abord comme dans [4] la saturation en liquide et

la courbure des interfaces liquide-gaz, pour aboutir finalement à l'aide d'une équation du type:

$$S_{el} = \exp \left( -\alpha \left( \frac{-\rho_{el} R T \ln(H_r)}{2 M_e \sigma(r)} \right)^{(p)} \right) \quad (5)$$

### 2.3.3 Matériau poreux humide gelé (loi de gel)

On vérifie expérimentalement que  $\omega'$ , proportion d'eau non gelée, varie en fonction de la température  $T$  selon une courbe caractéristique du sol considéré (Figure 1). Si  $T > 0^\circ\text{C}$ , toute l'eau est vapeur ou liquide et  $\omega' = 1$ . Par contre, aux températures négatives, une part de l'eau est gelée mais une autre partie reste liquide et vapeur, cette dernière étant d'autant plus faible que la température est basse. La décroissance de  $\omega'$  pour  $T < 0^\circ\text{C}$  dépend du matériau poreux [8]. On montre que pour différents sols, on a (Tableau 1):

$$\omega' = a \left( \frac{T}{2|T|+b} + 0.5 \right) + (1-a) \left( \frac{T}{c+0.5(d-\frac{d}{d-1})} \right) T + 0.5 \left( d + \frac{d}{d-1} \right) |T| + \frac{d-1}{d} \quad (6)$$

La saturation en glace s'écrit sous la forme suivante :

$$S_{es} = \frac{(S_{el} \rho_{el} + (M_e P_{eg}) / (RT)) (1 - \omega')}{(\rho_{es} - (M_e P_{eg} / RT)) \omega' + (M_e P_{eg} / RT)} \quad (7)$$

## 2.4. Équations d'équilibre mécanique local

### 2.4.1 Relation de Clapeyron

L'équilibre des phases liquide et vapeur conduit à l'égalité des potentiels chimiques de Gibbs ; après transformation, on obtient la relation de Clapeyron qui permet d'exprimer la différence entre la pression dans le liquide  $P_{el}$  et la pression dans sa vapeur de part et d'autre d'un ménisque, en fonction de la pression de vapeur  $P_{eg}$ .

### 2.4.2. Loi de Laplace

Elle traduit le phénomène de capillarité ; c'est la tension superficielle du ménisque d'interface liquide-gaz qui compense la différence de pression de part et d'autre de celui-ci ; la tension superficielle de l'eau est une fonction empirique de la température.

## 2.5. Équations de transport et de transfert

### 2.5.1. Transport de matière

Les flux de masse d'air  $w_a$  et de vapeur d'eau  $w_{eg}$  sont décrits par une combinaison d'une loi de Darcy pour le mélange gazeux (air+vapeur) et d'une loi de Fick pour la diffusion des deux composants du gaz dans tout le mélange gazeux :

$$w_a = -\rho_a \left( K \frac{K_{ng}}{\eta_g} \overrightarrow{\text{grad}}(P_a + P_{eg}) + \left(1 + \frac{P_{eg}}{P_a}\right) g D \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{P_a}{P_a + P_{eg}}\right) \right) \quad (8a)$$

$$w_{eg} = -\rho_{eg} \left( K \frac{K_{ng}}{\eta_g} \overrightarrow{\text{grad}}(P_a + P_{eg}) - \left(1 + \frac{P_a}{P_{eg}}\right) g D \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{P_a}{P_a + P_{eg}}\right) \right) \quad (8b)$$

Le flux de masse d'eau liquide  $w_{el}$  est décrit par une loi de Darcy pilotée par le gradient de pression d'eau liquide qui est donné par la relation ci-dessous:

$$w_{el} = -\rho_{el} K \frac{K_{rl}}{\eta_{el}} \overrightarrow{\text{grad}} P_{el} \quad (9)$$

### 2.5.2. Transfert de chaleur

Les flux de chaleur conductifs dans le sol s'expriment avec la loi de Fourier.

La conductivité thermique équivalente  $\lambda$  du sol est fonction de la teneur en eau  $\omega$  et du poids spécifique du sol sec  $\rho_d$  ; des relations semi-empiriques sont disponibles [7] pour l'évaluer et on montre par exemple que:

$$\text{Pour un sol non gelé : argile et limon : } \lambda_{ng} = 0,1442 (0,9 \log \omega + 0,2) \cdot 10^{0,6243 \rho_d} \quad (10a)$$

$$\text{sable : } \lambda_{ng} = 0,1442 (0,7 \log \omega + 0,4) \cdot 10^{0,6243 \rho_d}$$

Pour un sol gelé :

argile et limon :  $\lambda_g = 0,001442.10^{1,373\rho_d} + 0,01226.10^{0,4994\rho_d} .\omega$  (10b)

sable :  $\lambda_g = 0,01096.10^{0,8116\rho_d} + 0,00461.10^{0,9115\rho_d} .\omega$

### 2.5.3. Succion cryogénique (cryosuccion)

Lors du gel d'un sol, il y a dissipation de la chaleur au cours du changement de phase eau-glace. Dans le cas d'une alimentation continue en eau, à l'interface eau-glace, la glace pousse contre la matrice. D'abord, il y a la présence d'eau non gelée qui approvisionne en eau la croissance des lentilles de glace, et en amont une alimentation en eau continue et ouverte par succion. L'eau liquide est mobile et peut s'écouler de la zone non gelée vers la zone la plus froide, là où la pression de succion est la plus élevée. Il y a donc aspiration de l'eau par le front de gel. La quantité d'eau apportée au front de gel sera dépendante du taux d'écoulement dans la partie non gelée et dans la frange gelée. Et puisque on parle d'un mouvement d'eau, on peut donc représenter ceci par le flux de masse d'eau liquide  $w_{el}$  qui est donné par l'équation (9). Avec la formation de la glace, la pression liquide diminue mais la pression capillaire augmente. Il se crée alors un gradient de pression entre la zone gelée et la zone non gelée. Ce qui se traduit par une remontée d'eau des profondeurs vers la zone gelée. Les pores s'obstruent au fur et à mesure que la glace se forme et la porosité diminue. Ce qui favorise alors le phénomène de succion tandis qu'en même temps la perméabilité du milieu diminue et devient un frein pour le déplacement d'eau liquide.

## 3. Principe de résolution numérique

Le modèle établi ici s'inspire d'un modèle existant codé dans Scilab destiné à décrire le comportement thermohydrrique du béton à haute température [3] que nous avons modifié et complété. Il comporte des équations aux dérivées partielles (équations de conservation d'énergie et de masse) et des équations algébriques pour certaines très fortement non linéaires. Les équations aux dérivées partielles sont discrétisées selon la méthode des volumes finis sur la base d'un découpage de l'espace en volumes contigus. Le nombre d'équations à résoudre pour chaque volume est réduit en procédant à des substitutions (remplacement de variables par leurs expressions) tant que cela est possible. Au final, on dispose de 22 équations (3 différentielles et 19 algébriques) par volume pour déterminer l'évolution temporelle de 22 variables par volume. La résolution du système d'équations algébro-différentielles est confiée au solveur *dassl* dans Scilab. Le modèle permet de traiter les problèmes 1D multicouches. En tout point matériel situé à l'interface de deux couches, on suppose qu'il y a un contact parfait entre les deux couches, ce qui signifie que la résistance thermique à l'interface est nulle. Il y a alors continuité du champ de température à l'interface et des flux au travers de l'interface considérée (Figure 3), (les transferts de chaleur, d'eau ou de vapeur traversent parfaitement les interfaces).

## 4. Description du problème

Nous avons choisi de représenter un sol composé, de haut en bas, de trois couches (tableau 1) dans une géométrie plane 1D. Il s'agit donc d'une plaque de 4m de haut, soumise à un refroidissement convectif par sa face supérieure; la température de l'air ambiant est supposée varier linéairement de +1°C à -5°C en 4 jours puis maintenue à cette valeur durant les 76 jours qui suivent. La température à 4 m de profondeur est fixée à une valeur constante de +1°C (Figure 2). Le domaine d'étude a été discrétisé en 21 volumes (dont deux demi-volumes de bord) numérotés de 1 à 21 du haut vers le bas, mais on ne représentera ici que 6 volumes.

Couche	Epaisseur (m)	a	b	c	d	Porosité	Perméabilité (m <sup>2</sup> )	Masse volumique (kg.m <sup>-3</sup> )
Sable	0.8	0.9	0.1	0.7	40	0.55	1 <sup>E-14</sup>	2060
Limon	1.6	0.3	0.1	4	40	0.42	1 <sup>E-15</sup>	1820
Argile	1.6	0.2	0.1	10	60	0.35	1 <sup>E-17</sup>	1625

Tableau 1 : caractéristiques des couches

### 4.1. Conditions aux limites

Face basse: On impose une température de +1°C.

Face haute: On impose une condition de 3<sup>ème</sup> espèce pour le flux de chaleur avec un coefficient d'échange superficiel constant égal à  $5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  avec une température extérieure variant linéairement de  $+1^\circ\text{C}$  à  $-5^\circ\text{C}$ .

La pression totale de gaz reste égale à la pression atmosphérique (ceci peut être également discuté) pour les deux faces. L'humidité relative est égale à l'humidité de l'air ambiant soit 50% (c'est une hypothèse discutable, nous en sommes conscients)

**4.2. Condition initiale** : à l'instant initial, on fixe les conditions suivantes :

Température: la température du sol est uniformément égale à  $+1^\circ\text{C}$ .

Humidité relative: l'humidité relative du sol est égale à 50%.

Pression de gaz: la pression totale de gaz est partout égale à la pression atmosphérique.

## 5. Interprétation des résultats numériques obtenus avec le modèle

Les figures ci-dessous illustrent l'évolution, en fonction du temps et à différentes profondeurs, de la température pour six nœuds représentatifs. On devine une singularité d'évolution à  $T=0^\circ\text{C}$  due au début du gel aux nœuds en surface, à 0,8 et à 1,6 m, température à laquelle l'eau commence à geler. On observe, qu'au 9<sup>ème</sup> jour le gel atteint une profondeur de 1 m et atteint une profondeur de 2,8 m au bout du 73<sup>ème</sup> jour. On observe également que toutes les courbes subissent un changement d'allure au début du gel. Si on suit l'évolution de la masse volumique apparente de la glace, on constate que la couche argileuse est plus gélive que celle du limon et du sable. La figure 6 montre l'évolution du flux d'eau total orienté conventionnellement du bas vers le haut. On remarque que l'eau a tendance à remonter vers le haut aux instants où le gel commence (cryosuccion). La figure 7 montre une diminution d'eau pour les nœuds qui ne sont pas atteints par le gel, et une augmentation dès que le gel commence. La figure 8 montre l'évolution de la vitesse de déplacement d'eau liquide des profondeurs en surface (de l'ordre de 8 mm par jours).

## 6. Conclusion

Nous avons étudié le comportement, à basses températures, d'un sol composé de trois couches. Le modèle présenté a la particularité d'intégrer une loi de gel selon laquelle l'eau ne gèle pas complètement à  $0^\circ\text{C}$ . Au passage du front de gel, on observe nettement des variations brusques des paramètres étudiés, à différentes profondeurs, mais décalées dans le temps. On constate que la structure argileuse est plus gélive que la structure sableuse ou limoneuse. On montre une remontée significative de l'eau liquide qui est mise en valeur dans la courbe des flux massiques. La structure de modélisation proposée est ouverte, évolutive. Ce travail pourra se poursuivre par une analyse de sensibilité afin de déterminer si toute la complexité du modèle présenté est requise, l'extension de la modélisation à des géométries bi ou tridimensionnelles est également envisagée avec l'obtention et l'exploitation de données expérimentales.

### Références bibliographiques

- [1] Kaced S., *Etude des transferts couplés de chaleur et de masse dans un milieu poreux. Application à un modèle monocouche pour la prise en compte du gel*, Mémoire de Magister, Univ. de Tizi-Ouzou, Algérie (2006).
- [2] Schrefler B.A. & Lewis R.W., *The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media*, John Wiley & Sons (1995)
- [3] Msaad Y., Lefebvre G., *Modélisation unidimensionnelle des transferts couplés de chaleur, air et eau dans un milieu poreux: le béton soumis à un processus de déshydratation*, Congrès Franç. Mécanique, 4 sept. 2003, Nice.
- [4] Féraïlle A., *Le rôle de l'eau dans le comportement à haute température des bétons*, Thèse de doctorat, janvier 2002, ENPC, Paris.
- [5] Mainguy M., Coussy O., Eymard R., *Modélisation des transferts hydriques isothermes en milieu poreux (application au séchage des matériaux à base de ciment)*, Etud. rech. Labor. Ponts Chaussées, Sér. Ouvrages d'Art, LCPC, Paris, France (1991).
- [6] Lumbroso H., *Problème résolu de thermodynamique et statique des fluides* ; 1,4<sup>éd</sup>, 2<sup>e</sup> tirage, Ediscience Int.,(1996).

[7] Dysli M., *Le gel et son action sur les sols et les fondations*. Presses polytechniques et université romandes, (1991) p.62-63.

[8] Frémond M., Blanchard D., *Computing without the free boundary*, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, France 2000.

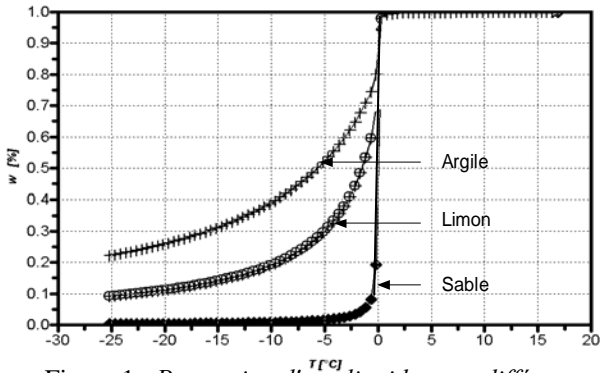


Figure 1 : Proportion d'eau liquide pour différents sols

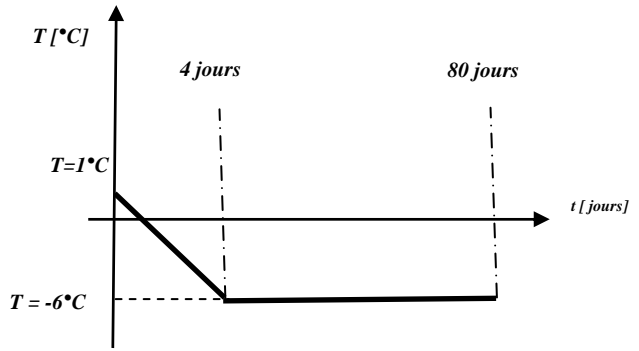


Figure 2 : Evolution de la température en surface du sol

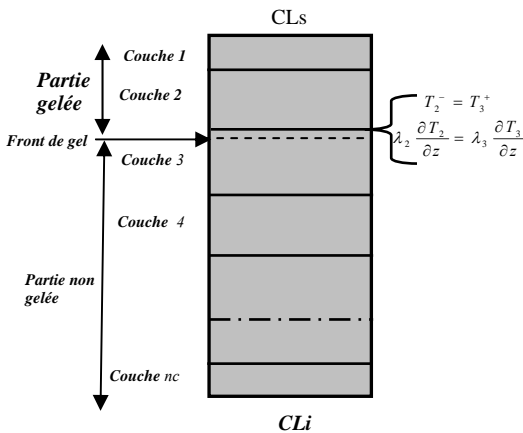


Figure 3 : les conditions aux limites internes (interface entre les couches)

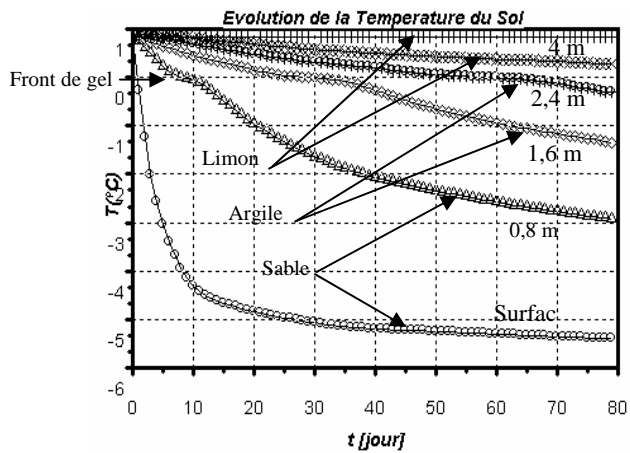


Figure 4 : Evolution de la température du sol à différentes profondeurs

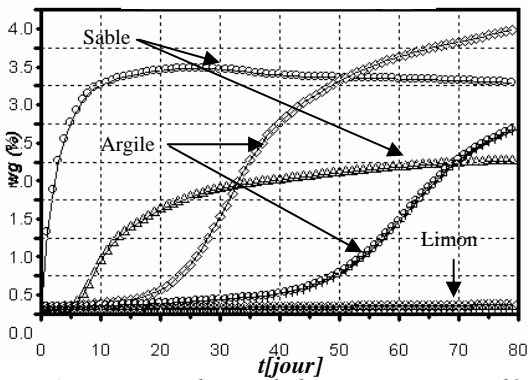


Figure 5 : Evolution de la teneur en eau gelée

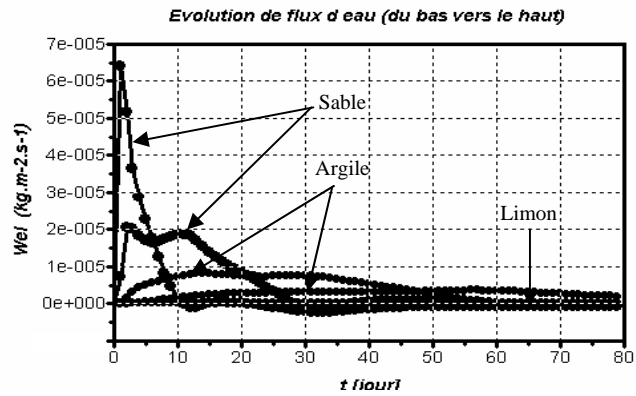


Figure 6 : Evolution du flux d'eau (cryosuction)

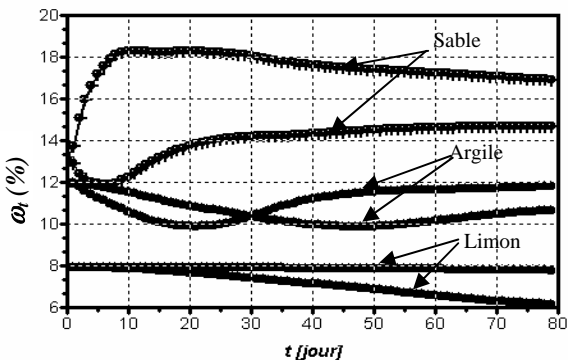


Figure 7 : Evolution de la teneur en eau totale

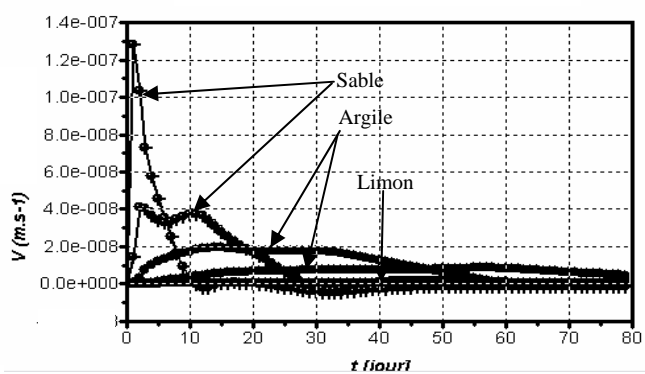


Figure 8 : Evolution la vitesse réelle d'eau liquide