

Thermo-hydrodynamique de films minces de liquide en vaporisation dans les coins d'un mini-canal de section carrée.

Valérie SERIN^{1*}, Béatrice MEDERIC¹, Pascal LAVIEILLE¹, Marc MISCEVIC¹

¹Laboratoire Plasma et Conversion d'Énergie (LAPLACE) UMR 5213 Bat 3R1 UPS 118, route de Narbonne - 31062 Toulouse Cedex 09 * (auteur correspondant : valerie.serin@laplace.univ-tlse.fr)

Résumé – La miniaturisation des boucles diphasiques à pompage capillaire implique une nouvelle configuration de l'évaporateur où le flux est perpendiculaire à l'écoulement généré par les forces de tension de surface et la vaporisation du fluide. Une modélisation numérique de la vaporisation d'un fluide et du pompage capillaire induit dans un micro-canal de section carrée a été développée permettant d'obtenir la distribution des phases liquide et vapeur. L'écriture de ce modèle en « rayons de courbure » permet de déduire des paramètres thermiques et hydrauliques.

Nomenclature

a	arête du mini-tube, m	μ	viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
A	section droite, m^2	θ	angle de contact
L_v	chaleur latente de vaporisation, $J.kg^{-1}$	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
\dot{m}	débit massique, $kg.s^{-1}$	σ	tension superficielle, $N.m^{-1}$
P	pression, Pa	τ_p	contrainte de frottement pariétal, $N.m^{-2}$
q_p	densité de flux, $W.m^{-2}$	τ_i	contrainte de frottement interfacial, $N.m^{-2}$
R_1, R_2	rayons de courbure de l'interface, m	<i>Indices</i>	
Re	nombre de Reynolds	atm	atmosphérique
U	vitesse, $m.s^{-1}$	i	interfacial
x, y	coordonnées	l	liquide
B	rapport d'aspect des côtés du tube	pc	périmètre chauffé
	<i>Symboles grecs</i>	v	vapeur
α	taux de vide		
Γ	taux de vaporisation, $kg.m^{-3}.s^{-1}$		

1. Introduction

Les micro-évaporateurs à pompage capillaire sont envisagés comme une solution potentielle à la nécessité d'intensification des transferts pour la régulation thermique de l'électronique en particulier. Tels qu'ils ont été proposés au départ, ces systèmes sont entièrement gravés sur un même substrat (fig.1). L'évaporateur est constitué de plusieurs micro-canaux en parallèle. Leur principe de fonctionnement est identique à celui des systèmes passifs diphasiques. En dehors des études sur les micro-caloducs, la revue de la littérature indique que peu d'équipes travaillent sur des micro boucles de ce type [1], [2], [3]. Les résultats publiés indiquent de fortes instabilités dans leur fonctionnement.

Dans le but d'une approche à l'échelle du composant et non à l'échelle du système dans son ensemble, les travaux présentés portent sur la modélisation thermohydrodynamique de la vaporisation dans un écoulement généré par les forces de tension de surface dans un micro-canal de section carrée afin d'identifier et d'analyser les mécanismes physiques principaux mis en jeu.

Dans la suite on se propose donc de décrire les mécanismes intervenant dans une des cannelures constituant l'évaporateur.

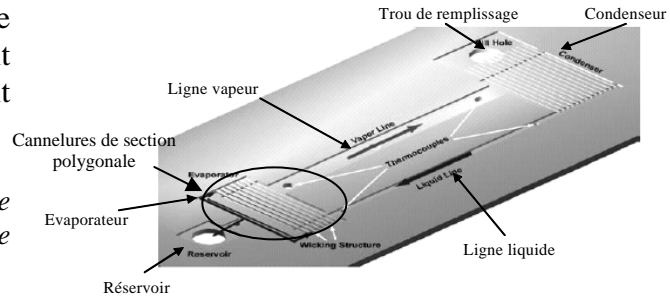


Figure1 : schéma de principe d'une micro-boucle diphasique à pompage capillaire [1].

2. Description du modèle et hypothèses

Le micro-canal de section carrée est chauffé sur ses quatre faces. La zone diphasique considérée est représentée schématiquement sur la figure 2. L'écoulement des deux phases est considéré laminaire, stationnaire. L'angle de contact apparent est pris en compte ainsi que les frottements pariétal et interfacial. Les deux rayons de courbure sont également exprimés pour modéliser les forces capillaires. L'étude numérique nécessite de découper le ménisque en trois zones (fig.2) :

- Le ménisque principal (zone 1).
- La zone de raccord (zone 2).
- Les films minces dans les coins du micro-canal (zone 3).

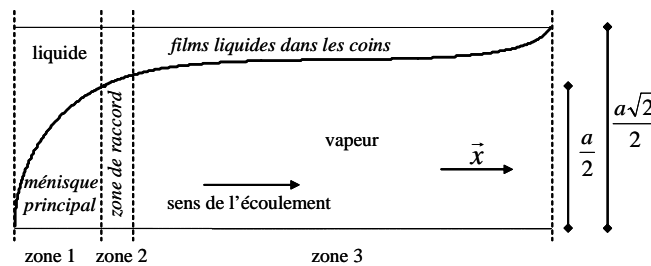


Figure2 : profil du ménisque obtenu pour de l'eau avec $\theta_0 = 30^\circ$, $q_p = 10^4 \text{ W.m}^{-2}$ et $a=500\mu\text{m}$ (coupe dans le plan de la diagonale du canal).

Pour modéliser l'écoulement, une approche 1-D est utilisée. Pour chacune des trois zones, le système d'équations décrit dans cette partie est appliqué. Il s'agit d'un modèle à phases séparées. Les équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse sont écrites pour les phases liquide et vapeur (tableau 1).

$\frac{\partial(\rho_l(1-\alpha)U_l^2)}{\partial x} = -(1-\alpha)\frac{\partial P_l}{\partial x} - \frac{\tau_{pl}S_{pl}}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} \quad (1)$	$\frac{\partial(\rho_v \alpha U_v^2)}{\partial x} = -\alpha \frac{\partial P_v}{\partial x} - \frac{\tau_{pv}S_{pv}}{A} - \frac{\tau_i S_i}{A} \quad (3)$
$\frac{\partial(\rho_l(1-\alpha)U_l)}{\partial x} = -\Gamma \quad (2)$	$\frac{\partial(\rho_v \alpha U_v)}{\partial x} = \Gamma \quad (4)$
Equations pour la phase liquide	Equations pour la phase vapeur

Tableau 1 : système d'équations pour chacune des phases.

Pour l'équation de l'énergie, les deux phases sont considérées à leur enthalpie de saturation et la densité de flux de chaleur est supposée homogène. On obtient ainsi la formule simplifiée suivante :

$$\frac{q_p S_{pc}}{A} = \Gamma L_v \quad (5)$$

Ce système d'équations est complété en écrivant les équations de fermeture pour le saut de pression capillaire et les coefficients de frottement pariétal et interfacial :

$$P_v - P_l = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (6)$$

Et $\tau_{pl} = 0.89 \frac{16}{\text{Re}_l} \frac{1}{2} \rho_l U_l^2 \quad (7) \quad \tau_{pv} = \frac{16}{\text{Re}_v} \frac{1}{2} \rho_v U_v^2 \quad (8) \quad \tau_i = \frac{16}{\text{Re}_v} \frac{1}{2} \rho_v (U_v - U_l)^2 \quad (9)$

Pour chacune des zones, toutes les grandeurs géométriques sont exprimées en fonction d'un seul paramètre.

2.1. Zone du ménisque principal

Dans cette zone, le liquide mouille totalement les parois du tube. La pression dans une section perpendiculaire à \vec{x} est supposée suffisamment homogène pour obtenir une invariance par rotation autour de l'axe du tube du saut de pression capillaire (fig. 3 et 4). On note ainsi $y(x)$ la distance entre l'interface et l'axe du micro-tube selon la diagonale d'une section droite. Toutes les inconnues géométriques $\alpha, S_{pl}, S_{pv}, S_i$ et les deux rayons de courbure sont donc exprimés en fonction de cette distance. Par exemple, soit R_1 le rayon de courbure dans un plan contenant l'axe du tube \vec{x} et R_2 le rayon de courbure dans le plan perpendiculaire au plan précédent contenant également la normale \vec{n} à l'interface, R_1 et R_2 s'expriment alors :

$$R_1 = - \frac{(1 + y(x)^2)^{3/2}}{y(x)} \quad (10) \quad \text{et} \quad R_2 = y(x) \sqrt{1 + y(x)^2} \quad (11)$$

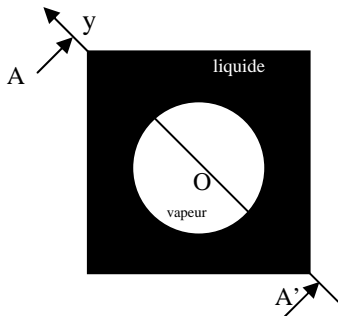


Figure 3 : vue dans une section droite du micro-tube de la zone 1.

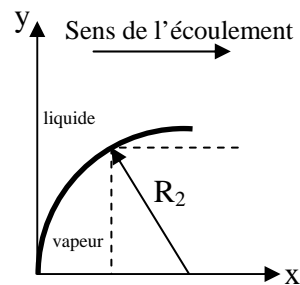


Figure 4 : coupe AA' de la zone 1.

2.2. Zone du raccord

Cette zone (fig. 5) représente la transition entre le moment où, dans le plan perpendiculaire à l'écoulement, le ménisque principal arrive tangent aux parois et celui où les films liquides forment un angle de contact apparent θ_0 . Pour cette zone, l'hypothèse suivante est considérée : le rayon R dans la section droite du micro-tube est considéré constant et égal à $a/2$. Seul le centre de ce rayon se déplace sur la diagonale. L'angle de contact varie de 0 à θ_0 .

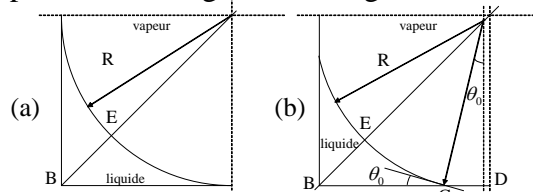


Figure 5 : schéma de la répartition des phases dans un quart de micro-tube au début de la zone raccord (a) et à la fin (b).

Le rayon R ne correspond plus dans cette zone à la distance $y(x)$ car son centre n'est pas au centre du micro-tube. Le rayon R_1 a ici la même expression que précédemment (eq.10). R_2 est donné par :

$$R_2 = \frac{a}{2} \sqrt{1 + y(x)^2} \quad (12)$$

Avec des considérations géométriques, l'amincissement progressif des films liquides conduit à un angle de contact apparent variable donné par l'expression :

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{2}{a\sqrt{2}} y(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad (13)$$

2.3. Zone des films minces

Dans cette partie de la zone diphasique (fig. 5b), la présence d'une zone sèche (ou de films adsorbés) impose un angle de contact apparent égal à θ_0 . Comme dans la zone précédente, l'expression du rayon de courbure R_1 reste inchangée (eq.10). Par contre le rayon de courbure R_2 est donné par une réécriture de l'équation 11:

$$R_2 = \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - y(x)\right)}{\left(\sqrt{2} \cos \theta_0 - 1\right)} \sqrt{1 + y(x)^2} \quad (14)$$

3. Résolution numérique

D'après ce qui a été décrit précédemment, trois systèmes d'équations sont à résoudre, un pour chaque zone ; une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 et 5 est utilisée. La difficulté de résolution réside dans le fait qu'il s'agisse d'un problème avec une condition à la limite libre à l'extrémité des films minces, c'est-à-dire lorsque le titre est égal à un.

3.1. Conditions aux limites et algorithme de résolution

L'origine est prise au départ de l'interface dans la zone du ménisque principal. A cet endroit, les conditions aux limites considérées sont :

- $U_{v0} = 0$ et $U_{l0} = \frac{\dot{m}_0}{A\rho_l}$ avec \dot{m}_0 fixé arbitrairement.
- $P_{v0} = P_{atm}$ et $\Delta P_0 = P_{v0} - P_{l0}$ fixé.
- En ce point, l'invariance par rotation autour de l'axe \vec{x} entraîne l'égalité des rayons de courbure ainsi d'après l'équation de Laplace : $R_1(0) = R_2(0) = R_{imi} = 2\sigma/\Delta P_0$.
 $y(0)$ et $y(0)'$ sont alors déduits en considérant la sphéricité du ménisque en $x = 0$.
- q_p , la densité de flux, est également fixée.

Une fois ces paramètres fixés, le système de la zone 1 est résolu jusqu'à $y(x_1) = a/2$. L'abscisse x_1 de la fin de la zone 1 est alors connue. A partir de là, la continuité des vitesses, des pressions mais aussi des grandeurs géométriques permet d'obtenir les conditions à la limite de la zone 2. Le système d'équations pour la deuxième zone est alors résolu jusqu'à ce que $y(x_2) = a\sqrt{2}/2 - a/2(\sqrt{2} \cos \theta_0 - 1)$, déterminant ainsi la frontière avec la zone 3. Par conséquent, l'abscisse longitudinale x_2 de la fin de cette zone est connue. Le système d'équations de la zone 3 peut alors être résolu connaissant les conditions à la limite. La zone 3 se termine lorsque $y(x_3) = a\sqrt{2}/2$. En ce point, la valeur du titre est vérifiée. Si elle est inférieure

à 1, alors le débit initialement choisi est diminué et les trois systèmes d'équations sont à nouveau résolus. Si sa valeur est supérieure à 1, alors le débit est augmenté. La solution du problème est ainsi obtenue par dichotomie jusqu'à atteindre la convergence du titre à la valeur 1 à l'abscisse x_3 .

3.2. Exemple de résultat

La résolution de ce problème permet d'obtenir le profil du ménisque (fig. 1) pour différents angles de contact, différents flux et différents sauts de pressions ΔP . A partir d'un tel profil, une reconstitution 3-D du ménisque est possible et les paramètres hydrauliques et thermiques peuvent être déterminés.

4. Analyses des résultats

4.1. Validation à partir d'un modèle de la littérature

L'expression de la courbure moyenne adimensionnée β d'un ménisque lorsqu'il n'y a pas d'écoulement et sans gravité a été établie par Mason et Morrow [4] :

$$\beta = \frac{\left\{ (B+1)\cos\theta + \left[(B-1)^2 \cos^2\theta + 4B\left(\frac{\pi}{4} - \theta + \sin\theta \cos\theta\right) \right]^{1/2} \right\}}{2B} = \frac{a}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (15)$$

où B est le rapport d'aspect des cotés du tube et θ l'angle de contact.

A partir de cette formule, il est possible de calculer le rayon de courbure R_1 en se plaçant dans la zone du ménisque étendu où le rayon de courbure R_2 est infini, avec pour la géométrie considérée B=1 (section carrée) : $R_1 = \frac{a}{2\beta}$.

Les valeurs du rayon R_1 obtenues avec notre modèle lorsque le rayon R_2 est infini dans les films minces ont été déterminées pour les différentes valeurs d'angle de contact : 0, 15, 30 et 40°. La figure 5 représente la comparaison obtenue par les deux méthodes des valeurs de $y(x)$ (distance entre le centre du micro-tube et l'interface sur la diagonale).

Ce graphe montre qu'il y a une bonne adéquation entre les deux modèles, et valide ainsi l'approche développée dans cette étude.

4.2. Influence de la densité de flux

Un paramètre important lorsqu'il s'agit de dimensionner un évaporateur capillaire d'une micro-boucle diphasique est la longueur des micro-canaux. En effet, ils doivent être assez longs pour éviter que la zone diphasique se retrouve dans la ligne liquide et donc pour éviter un désamorçage du système. Par conséquent, il est intéressant de regarder la longueur de zone diphasique obtenue avec le modèle en fonction de la densité de flux (fig.6).

D'après ce graphe, il semble que la densité de flux n'affecte que peu la longueur diphasique. En effet, la longueur reste quasi-constante quelque soit la densité de flux appliquée.

Ce résultat montre l'influence importante du couplage entre le ménisque principal et les films minces. En effet, une modélisation de la zone des films seule (sans coupler avec le

ménisque principal) conduit à une dépendance importante de la longueur d'extension des films aux flux de chaleur appliqué [5], [6].

La figure 6 met en évidence, en outre, le rôle majeur de la différence de pression de chaque côté de l'interface. Pour des applications sur les boucles diphasiques, cette différence de pression correspond à la perte de charge totale dans les différents éléments de la boucle.

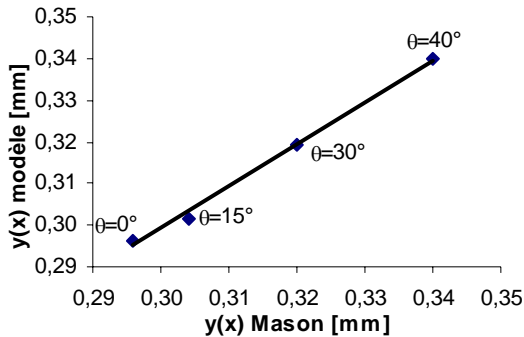


Figure 5 : comparaison de la position de l'interface sur l'axe y à une cote x tel que $R_2'' = 0$ ($a=500 \mu\text{m}$).

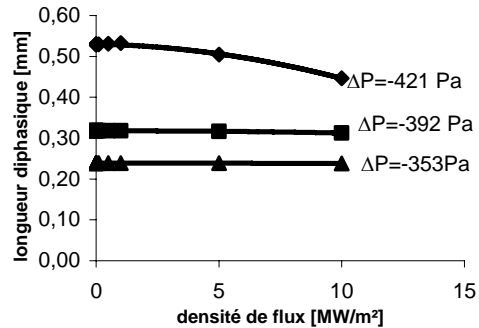


Figure 6 : influence de la densité de flux et du saut de pression initial imposé sur la longueur diphasique pour un fluide parfaitement mouillant et $a=500 \mu\text{m}$.

5. Conclusion

Un modèle capillaro-visqueux monodimensionnel a été développé afin d'obtenir la répartition des phases dans un micro-canal de section carrée lors de la vaporisation d'un fluide générant un pompage capillaire. Cette étude montre l'importance du couplage existant entre le ménisque principal et l'extension des films dans les coins du tube carré. En effet, en prenant en compte ce couplage, il apparaît que l'augmentation du flux de chaleur influence peu la longueur diphasique. Par contre, cette dernière est très sensible au saut de pression au niveau de l'interface. Plus le saut de pression au niveau de l'interface est important, plus la longueur diphasique est grande. Une validation expérimentale de ce comportement est en cours. Les premiers résultats semblent conforter les prédictions du modèle.

Références

- [1] J. Kirshberg, K. Yerkes, D. Liepmann, Cooling Effect of a MEMS Based Micro Capillary Pumped Loop for Chip-Level Temperature control; *in proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Orlando, Florida, November 5-10 (2000).
- [2] D. Cytrynowicz, M. Hamdan, P. Medis, A. Shuja, H. Henderson, F.M. Gerner, E. Golliher, MEMS Loop Heat Pipe Based on Coherent Porous Silicon Technology; *in proceedings of Space Technology and Applications International Forum (STAIF-2002)*, edited by M. El-Genk, AIP Conference Proceedings 608, Melville, New York (2002), 220-232.
- [3] L.J. Meyer, L.M. Phinney, Optimization Study of a Silicon-Carbide Micro-Capillary Pumped Loop, *in proceedings of IPACK03 International Electronic Packaging Technical Conference and Exhibition*, Maui, Hawaii, USA, July 6-11 (2003).
- [4] G. Mason, N.R. Morrow, Meniscus Curvatures in Capillaries of uniform cross-section, *J. Chem. Soc. Faraday Trans.* 80, 2375 (1984).
- [5] V. Serin, B. Médéric, P. Lavieille, M. Miscevic, Theoretical analysis of Heat and Mass Transfers in an Extended Meniscus, *ECI International Conference on Boiling Heat Transfer*, Spoleto, Italy, May 7-12 (2006)
- [6] K. Park, K-S. Lee, Flow and Heat Transfer Characteristics of the Evaporating Extended Meniscus in a Micro-capillary Channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, p.4587-4594 (2003).