

# Modélisation d'un écoulement de condensation complète de type capillaire.

Béatrice Médéric<sup>1\*</sup>, Ulrich Soupremanien<sup>2</sup>, Pascal Lavieille<sup>1</sup>, Marc Miscevic<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire LAPLACE, UMR CNRS 5213

118, route de Narbonne, Bâtiment 3R1 – 31062 Toulouse Cedex 09

<sup>2</sup>ENSHMG - LEGI

1025 Rue de la Piscine, Domaine universitaire BP 95 – 38402 Saint Martin d'Hères cedex

\* (auteur correspondant : [beatrice.mederic@laplace.univ-tlse.fr](mailto:beatrice.mederic@laplace.univ-tlse.fr))

**Résumé** - Cette étude porte sur la modélisation monodimensionnelle d'un régime capillaire en condensation convective dans un tube de section circulaire. L'approche numérique développée permet de déterminer la distribution des phases et les lois de transfert de chaleur et de masse lorsque les effets de tension superficielle sont prépondérants devant les effets gravitaires. Les résultats de ce modèle sont validés en les comparant à des données expérimentales et les mécanismes prépondérants conduisant à l'établissement de ce type de régime sont mis en évidence.

## Nomenclature

$C$	capacité thermique massique, $J.kg^{-1}K^{-1}$
$G$	vitesse massique, $kg.m^{-2}s^{-1}$
$h$	coefficient d'échange, $W.m^{-2}K^{-1}$
$H$	coefficient d'échange global, $W.m^{-2}K^{-1}$
$L_v$	chaleur latente de vaporisation, $J.kg^{-1}$
$P$	pression, $Pa$
$R$	rayon, $m$
$Re$	nombre de Reynolds
$T$	température, $K$
$U$	vitesse, $m.s^{-1}$
$We$	nombre de Weber
$z$	position axiale, $m$

### *Symboles grecs*

$\alpha$	taux de vide
$\lambda$	conductivité thermique, $W.m^{-1}K^{-1}$
$\rho$	masse volumique, $kg.m^{-3}$
<i>Indices et exposants</i>	
$ext$	externe
$g$	verre
$i$	interfacial
$l$	liquide
$p$	pariétal
$sat$	saturation
$t$	tube (intérieur)
$v$	vapeur

## 1. Introduction

Pour les tubes dont le diamètre hydraulique est inférieur au millimètre, les effets de tension superficielle jouent un rôle prépondérant sur les transferts de chaleur et de masse. Les films minces mis en jeu sont ainsi à l'origine de coefficients d'échange très importants. Dans ce contexte, une étude de la condensation convective au sein d'un capillaire de 0,56 mm de diamètre a été menée. Au niveau expérimental, deux principaux régimes d'écoulement sont rencontrés. Le premier est un régime dit capillaire et le deuxième est constitué d'une zone capillaire suivi d'une zone à bulles. Ces deux régimes ont été caractérisés expérimentalement grâce à la détermination du profil de taux de vide [1]. Les résultats ont montré la nature homothétique de ces régimes d'écoulement mise en évidence par l'invariance du taux de vide moyen. Un premier modèle ne prenant pas en compte les effets de tension superficielle a ensuite été développé de façon à caractériser entièrement ces écoulements [1].

Dans cette communication, une amélioration de la modélisation du régime capillaire est proposée permettant de prendre en compte le second rayon de courbure et de raccorder la zone de film mince avec la calotte sphérique (ménisque principal) présente à l'extrémité de la zone de changement de phase. Le but est de pouvoir reproduire les « vagues » stationnaires observées expérimentalement. Les résultats du modèle seront ensuite validés en les comparant aux résultats expérimentaux. Enfin, les mécanismes prépondérants mis en jeu lors du régime capillaire seront mis en évidence.

## 2. Etude expérimentale antérieure

Le dispositif expérimental a été conçu de façon à étudier la condensation convective dans un mini-tube lisse de section circulaire avec des conditions expérimentales en entrée et en sortie imposées. La température du réservoir d'entrée est régulée à 40°C. Un pousse-seringue permet de réguler le débit d'injection du liquide dans le réservoir. Il permet d'imposer des vitesses massiques allant de 0,68 kg.m<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup> à 67,3 kg.m<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>. En sortie, un réservoir ouvert permet d'être à la pression atmosphérique. Les visualisations sont obtenues à partir d'une caméra CCD Sony et l'éclairage se fait par ombroscopie. Une description détaillée de ce dispositif est présentée dans la référence [1].

Pour des gammes de vitesses massiques comprises entre 2,8 kg.m<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup> et 7,6 kg.m<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>, on observe un régime de type capillaire (figure 1). Ce régime est différent du régime annulaire, ce dernier étant généré par les forces de cisaillement interfacial. Le régime capillaire est induit par les forces de tension de surface. Il est caractérisé par la présence d'un mince film de liquide le long de la circonférence interne du tube. L'écoulement de vapeur au centre occupe la quasi-totalité du tube. Ce type de structure géométriquement similaire à un écoulement annulaire est particulièrement intéressant car il conduit à des coefficients de transfert de chaleur locaux élevés dus à la finesse des films liquides mis en jeu.

## 3. Modèle thermohydrodynamique

Les résultats expérimentaux montrent une séparation nette des phases liquide et vapeur. L'approche de modélisation choisie sera donc à phases séparées. Des lois de fermeture seront utilisées pour la modélisation du transfert pariétal et interfacial. Bien que la gravité ait une légère influence sur la répartition des phases, l'écoulement sera considéré comme axisymétrique.

### 3.1. Formulation mathématique

Pour caractériser entièrement le régime de type capillaire, il est nécessaire de connaître le taux de vide, le titre, les vitesses et les pressions des phases liquide et vapeur. Les principales équations du modèle sont celles de conservations de la quantité de mouvement, de l'énergie et l'équation de Laplace avec prise en compte des deux rayons de courbure principaux.

Les équations de conservation de la quantité de mouvement pour la phase liquide et vapeur sont respectivement:

$$\frac{d(\frac{4}{3}\rho_l(R_l^2 - R^2)U_l^2)}{dz} = -(R_l^2 - R^2)\frac{dP_l}{dz} + 2R\tau_i - 2R_l\tau_p \quad (1)$$

$$\frac{d(\frac{4}{3}\rho_v R^2 U_v^2)}{dz} = -R^2 \frac{dP_v}{dz} - 2R\tau_i \quad (2)$$

où  $R$  et  $R_l$  sont respectivement le rayon vapeur et le rayon du tube.

Pour l'écoulement liquide, le profil de vitesse est supposé linéaire alors que dans la vapeur, le profil de vitesse est supposé parabolique. Les coefficients  $\frac{4}{3}$  dans (1) et (2) traduisent le fait que la moyenne des carrés de la vitesse locale est différente du carré de la vitesse débitante. On peut montrer que la valeur de ce coefficient correctif est de manière surprenante la même pour un écoulement de type Poiseuille ou Couette.

Le bilan d'énergie pour les deux phases donne :

$$\frac{d(\rho_v R^2 U_v)}{dz} = -2R_t H \frac{T_{sat} - T_{ext}}{L_v} \quad (3)$$

$$\frac{d(\rho_l (R_t^2 - R^2) U_l)}{dz} = 2R_t H \frac{(T_{sat} - T_{ext})}{L_v} \quad (4)$$

où  $H$  représente le coefficient d'échange global incluant les échanges interne et externe et la conduction dans la paroi. Le transfert de chaleur dans les films liquides est supposé purement conductif (hypothèse de Nusselt). Cette simplification conduit à l'expression du coefficient global de transfert de chaleur suivante (en prenant en compte la surface interne comme surface de référence) :

$$H = \frac{h_{ext}}{\frac{\ln(R_t/R)}{\lambda_l} h_{ext} R_t + \frac{\ln(R_{ext}/R_t)}{\lambda_g} h_{ext} R_t + \frac{R_t}{R_{ext}}} \quad (5)$$

De plus, la différence de pression entre les deux phases dépend des deux rayons de courbure. Généralement, le second rayon de courbure est négligé dans les études [2]. Cependant, ce rayon de courbure présent dans la zone du ménisque principal a un effet important sur la répartition des phases. Nous considérerons alors les deux rayons dans l'écriture de l'équation de Laplace :

$$P_v - P_l = \sigma \left( -\frac{R''}{(I + R'^2)^{3/2}} + \frac{I}{R\sqrt{I + R'^2}} \right) \quad (6)$$

On rappelle que  $R$  représente la coordonnée radiale de l'interface qui est une fonction de  $z$ .

Par ailleurs, il est nécessaire de connaître des lois de fermeture pour le frottement interfacial et pariétal. En ce qui concerne le frottement pariétal, on considérera la loi de Poiseuille telle que :

$$\tau_p = \frac{16}{Re_l} \frac{1}{2} \rho_l U_l^2 \quad (7)$$

avec le nombre de Reynolds liquide  $Re_l$  :

$$Re_l = 2 \frac{\rho_l (R_t^2 - R^2)}{\mu_l R_t} U_l \quad (8)$$

En ce qui concerne le frottement interfacial, on choisira la corrélation utilisée par Begg et al. citée dans [3].

Le système est fonction de 6 grandeurs. Pour le résoudre, il est nécessaire de connaître les conditions aux limites.

### 3.2. Conditions aux limites et résolution

Six conditions aux limites sont nécessaires à la résolution. Ces conditions portent sur la connaissance du rayon vapeur et de sa dérivée première, les vitesses et les pressions de chacune des phases. L'ensemble de ces conditions est paramétré en fonction de la variable  $R_{lim}$  qui représente le rayon de courbure du ménisque principal en fin de zone de

condensation (figure 2). En se plaçant en  $z=L_{tp}$ , la dérivée du rayon est infinie. Pour contourner ce problème, la position initiale est choisie à  $z=L_{tp}-\varepsilon$ . La constante  $\varepsilon$  est choisie arbitrairement de telle sorte que les résultats du modèle sont indépendants de sa valeur. Les valeurs à la limite du rayon et de sa dérivée première sont définies en considérant le ménisque principal (figure 2) par :

$$R|_{L_{tp}-\varepsilon} = \sqrt{R_{lim}^2 - (R_{lim} - \varepsilon)^2} \quad (9)$$

$$\frac{dR}{dz}|_{L_{tp}-\varepsilon} = -\frac{R_{lim} - \varepsilon}{\sqrt{R_{lim}^2 - (R_{lim} - \varepsilon)^2}} \quad (10)$$

La pression de la vapeur en  $z=L_{tp}-\varepsilon$  est égale à la pression atmosphérique. La condition à la limite sur la pression liquide est calculée grâce à l'équation de Laplace et en considérant que les deux rayons de courbure sont égaux à  $R_{lim}$  pour des raisons de symétrie:

$$P_l|_{L_{tp}-\varepsilon} = P_{atm} - \frac{2\sigma}{R_{lim}} \quad (11)$$

Les vitesses du liquide et de la vapeur sont définies par :

$$U_l|_{L_{tp}-\varepsilon} = \frac{G(1-x|_{L_{tp}-\varepsilon})}{\rho_l(1-\alpha|_{L_{tp}-\varepsilon})} \quad \text{et} \quad U_v|_{L_{tp}-\varepsilon} = \frac{Gx|_{L_{tp}-\varepsilon}}{\rho_v\alpha|_{L_{tp}-\varepsilon}} \quad (12 \& 13)$$

avec

$$x|_{L_{tp}-\varepsilon} = -\frac{2H|_{L_{tp}-\varepsilon}(T_{sat} - T_{ext})\varepsilon}{GR_tLv} \quad \text{et} \quad \alpha|_{L_{tp}-\varepsilon} = \left(\frac{R|_{L_{tp}-\varepsilon}}{R_t}\right)^2 \quad (14 \& 15)$$

Le coefficient d'échange global  $H|_{L_{tp}-\varepsilon}$  est donné par :

$$H|_{L_{tp}-\varepsilon} = \frac{h_{ext}}{\frac{\ln(R_t/R|_{L_{tp}-\varepsilon})}{\lambda_l} h_{ext}R_t + \frac{\ln(R_{ext}/R_t)}{\lambda_g} h_{ext}R_t + \frac{R_t}{R_{ext}}} \quad (16)$$

Une dichotomie est réalisée sur cette valeur de rayon de courbure  $R_{lim}$  de façon à aboutir simultanément à une valeur d'épaisseur de film liquide qui tend vers zéro lorsque le titre devient égal à 1 en début de zone de condensation. On obtient donc la position correspondant à la condition à la limite libre qui permet d'obtenir directement la longueur de la zone diphasique. Le modèle est résolu en utilisant la méthode de Range-Kutta d'ordre 4 et 5.

## 4. Résultats

Dans un premier temps, le modèle sera validé sur la répartition expérimentale de phases et la longueur de la zone diphasique. Puis, on s'intéressera aux différents termes de l'équation de conservation de la quantité de mouvement du liquide de façon à mettre en évidence les mécanismes prépondérants impliqués dans un écoulement de type capillaire.

### 4.1. Validation

Expérimentalement, il est possible de connaître la répartition des phases et la longueur de zone diphasique. La détermination de ces grandeurs est détaillée dans [1]. La comparaison en ce qui concerne la longueur diphasique est réalisée pour une température de l'eau de refroidissement égale à 10°C. La figure 3 montre une bonne concordance des résultats expérimentaux avec ceux du modèle. Il existe peu de points communs entre l'expérimental et le modèle. En effet, expérimentalement, de par la conception du dispositif, il est impossible de visualiser la zone diphasique pour des valeurs de  $Re_{vo}$  inférieurs à 276. De plus, le modèle ne converge pas pour des valeurs de  $Re_{vo}$  supérieurs à 365. En effet, le modèle a été réalisé dans

l’hypothèse d’un régime capillaire stationnaire. Or, expérimentalement, pour des nombres de Reynolds supérieurs à 365, l’écoulement présente des vagues à l’interface liquide-vapeur qui ne sont plus stationnaires. Pour la répartition des phases, les résultats du modèle montrent une bonne adéquation avec la structure expérimentale de l’écoulement (figure 1) et le taux de vide moyen (figure 4).

#### 4.2. Analyse des mécanismes

De façon à mettre en évidence les mécanismes prépondérants impliqués dans un écoulement de type capillaire on s’intéressera aux différents termes de l’équation de quantité de mouvement liquide (voir équation 1). L’équation est combinée à l’équation de l’énergie de façon à attribuer aux différents termes une signification physique.

$$\frac{dP_l}{dz} = -4 \frac{\Delta T h_{ext}}{GL_v} \frac{HU_l}{1-R^2} - 2 \frac{\rho_l}{\rho_v} U_l \frac{dU_l}{dz} + 2\tau_i \frac{R}{1-R^2} - 2 \frac{\tau_p}{1-R^2} \quad (17)$$

Le membre de droite est composé de 4 termes qui correspondent au changement de phase, à l’accélération du liquide, au frottement interfacial et au frottement pariétal. L’écoulement peut alors être divisé en deux zones (figure 5). Une zone correspondant aux films minces et la zone du ménisque principal. Dans la zone de film mince, le gradient de pression liquide est piloté par le frottement interfacial et pariétal. Dans la zone du ménisque principal, seule la contrainte de cisaillement pariétal joue un rôle important. En effet, le second rayon de courbure qui était jusqu’alors négligeable dans la zone de films minces ne l’est plus dans celle du ménisque principal. La présence de ce rayon de courbure provoque une accélération du liquide qui entraîne une augmentation des effets visqueux. L’accélération du liquide est liée à l’amincissement du film liquide dans cette zone. Par ailleurs dans la zone de films minces et celle du ménisque, les termes de changement de phase et d’accélération sont négligeables.

#### 5. Figures

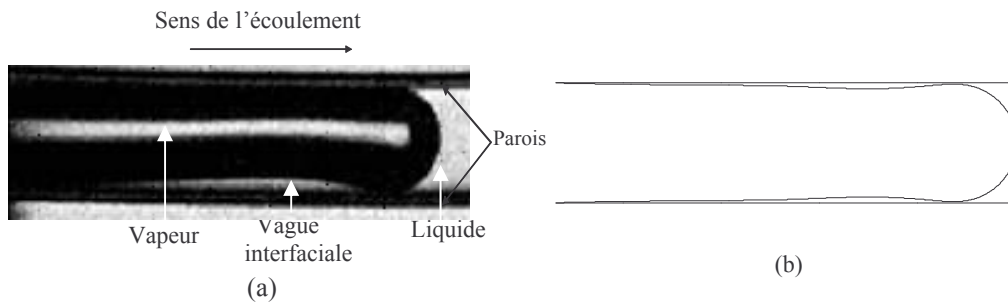


Figure 1 : Comparaison de la répartition des phases entre l’expérimental (a) et les résultats numériques dans un plan diamétral (b), ( $Re_{v0}=276$  et  $T_{ext}=10^\circ C$ ).

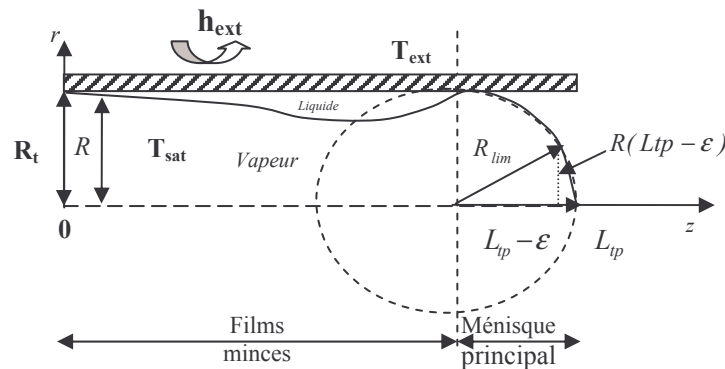


Figure 2: Représentation schématique de l’écoulement capillaire.

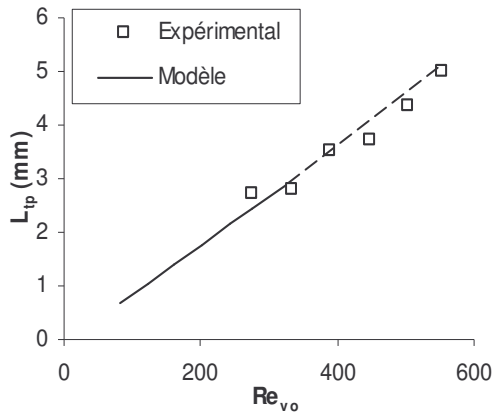


Figure 3 : Comparaison de la longueur de zone diphasique entre l'expérimental et le modèle.

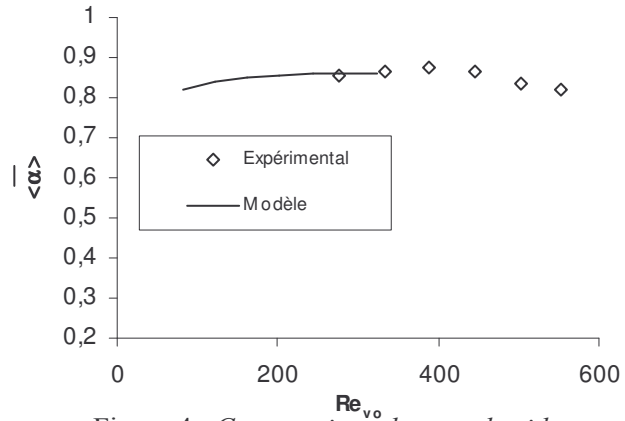


Figure 4 : Comparaison du taux de vide moyen entre l'expérimental et le modèle.

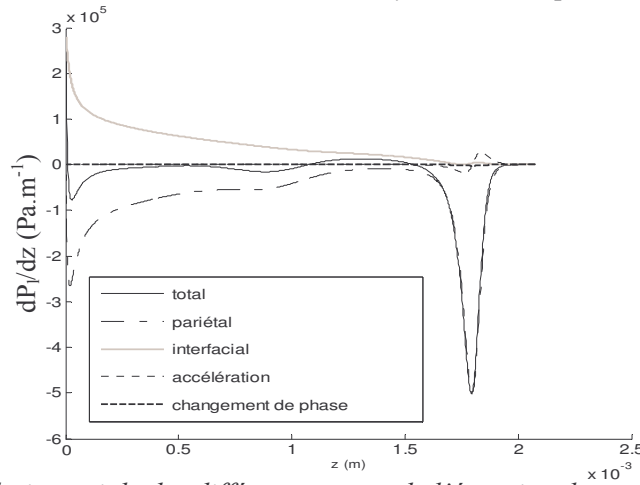


Figure 5 : Evolution axiale des différents termes de l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

## 6. Conclusion

Un modèle à phases séparées stationnaire a été réalisé de façon à caractériser un écoulement de type capillaire. Le modèle a été validé sur la distribution expérimentale des phases mais aussi sur la longueur de zone diphasique. La prise en compte du raccord avec le ménisque principal est nécessaire car elle modifie la distribution de phases et permet de retrouver les vagues stationnaires observées expérimentalement. Par ailleurs, une quantification de chacun des termes de l'équation de quantité de mouvement a été réalisée. Les résultats obtenus mettent en évidence le faible rôle joué par le terme d'accélération et de changement de phase et pourront être appliqués en vue de la simplification des équations. Une perspective de cette étude consistera à intégrer les termes instationnaires dans le modèle pour prévoir l'amplification des vagues qui conduit à une transition de régime (détachement des bulles). Une analyse pourra alors permettre d'identifier les mécanismes à l'origine de cette transition.

## Références

- [1] B. Médéric, Etude de la condensation convective en mini-tube : Analyse des instabilités, Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier, Toulouse (2004).
- [2] S. Krishnaswamy, H.S. Wang and J.W. Rose, Condensation from gas-vapour mixtures in small non-circular tubes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 9-10 (2006), 1731-1737.
- [3] E. Begg, D. Khrustalev, A. Faghri, Complete condensation of forced convection two-phase flow in a miniature tube, *Journal of Heat Transfer*, 121 (1999), 904-915.
- [4] G.B. Wallis, *One-dimensional two-phase flow*, McGraw-Hill, New-York (1969).