

Etude numérique de la condensation en film laminaire dans un canal vertical dont les parois sont recouvertes d'une couche poreuse.

Mohamed ASBIK¹, Belkacem ZEGHMATI², Xavier CHESNEAU², Wei-Mon YAN³

¹ Equipe de Thermodynamique et Energétique, UFR de Modélisation, Optimisation et Ingénierie des Systèmes Energétiques, Faculté des Sciences et Techniques, B.P. 509 Boutalamine, Errachidia, Maroc.

² Laboratoire de Mathématiques et Physique des Systèmes-Groupe de Mécanique Energétique (MEPS –GME), Université de Perpignan Via Domitia, 52 avenue Paul Alduy, 66860, Perpignan Cedex, France.

³ Department of Mechatronic Engineering, Huafan University, Shih Ting, Taipei, Taiwan 22305, Republic of China.

(auteur correspondant : asbik_m@yahoo.fr)

Résumé – Une étude numérique de la condensation en film laminaire d'une vapeur pure et saturée dans un canal vertical dont les parois sont isothermes et recouvertes d'un matériau poreux, est présentée. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour décrire l'écoulement dans le milieu poreux; tandis que les équations de type couche limite ont été utilisées pour décrire l'écoulement dans le liquide pur. Nous analysons l'influence de l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse e , de la porosité du milieu ε et du rapport de forme sur les transferts dans les phases liquide et vapeur.

Nomenclature

Cp	chaleur spécifique, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Da	nombre de Darcy
e	épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse
F	coefficient de Forchheimer
Fr	nombre de Froude
g	accélération gravitationnelle, $m \cdot s^{-2}$
2H*	Distance entre les parois du canal, m
h _{fg}	Enthalpie d'évaporation, $J \cdot kg^{-1}$
Ja	nombre de Jacob
K	perméabilité intrinsèque du milieu poreux, m^2
k	conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
L*	Longueur des deux plaques, m
P	Pression adimensionnelle
Pr	nombre de Prandtl
Re	nombre de Reynolds
t*	température, K
Δt^*	$(t_s^* - t_w^*)$, K
U ₀	vitesse de l'écoulement à l'entrée du canal, $m \cdot s^{-1}$
u*	vitesse suivant x, $m \cdot s^{-1}$

v*	vitesse suivant y, $m \cdot s^{-1}$
x*, y*	coordonnées cartésiennes, m

Symboles grecs

δ^*	épaisseur du film liquide, m
λ	rapport des conductivités thermiques
η	ordonnée sans dimension
μ	viscosité dynamique, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
ν	viscosité cinématique, $m^2 \cdot s^{-1}$
ρ	masse volumique, $kg \cdot m^{-3}$

Indices- exposant

eff	effective
i	interface milieu poreux/liquide pur
ℓ	liquide pur
p	milieu poreux
s	saturation
v	vapeur
w	paroi
*	quantités avec dimension

1. Introduction

Au cours de cette dernière décennie, les transferts thermiques engendrés par la condensation d'une vapeur saturée dans un milieu poreux ont reçu une attention particulière en raison de leurs nombreuses applications dans divers domaines technologiques. Ainsi, la présence d'une couche de matériau poreux sur une paroi plane engendre un accroissement du

transfert de chaleur comparé à celui observé pour une plaque plane, soumise aux mêmes conditions aéraulique et thermique [1-5].

Ce travail est consacré à une étude numérique de la condensation en film laminaire d'une vapeur saturée dans un canal rectangulaire, vertical dont les parois internes sont recouvertes d'un matériau poreux. Dans cette étude, nous analysons principalement l'influence des caractéristiques du milieu poreux, notamment, l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse et la porosité du milieu, sur les transferts thermiques. L'influence sur ces transferts du rapport de forme est aussi examinée.

2. Analyse

2.1 Modèle physique et hypothèses

Le modèle physique (le canal) et le système de coordonnées considérés sont illustrés sur la figure 1. Ce modèle est constitué de deux plaques planes, parallèles, verticales d'épaisseur faible dont les parois internes sont recouvertes d'un matériau poreux d'épaisseur e^* , de perméabilité K et de porosité ε . Ces plaques de longueur L^* , sont espacées d'une distance $2H^*$ et maintenues à une température t_w^* inférieure à celle d'une vapeur saturée t_s^* qui s'écoule à une vitesse uniforme U_0 à l'entrée du canal. Il en résulte une condensation de la vapeur sur le milieu poreux et la présence de trois zones : (1) le milieu poreux saturé par le liquide, (2) le film de condensât et (3) la vapeur saturante. Le condensât d'épaisseur δ^* est soumis à l'action des forces de pesanteur, de pression et de frottements.

Nous supposons que :

- i. Les écoulements et les transferts de chaleur sont laminaires, permanents et bidimensionnels.
- ii. Les propriétés thermophysiques sont constantes et les fluides sont incompressibles.
- iii. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est adopté pour décrire l'écoulement dans le substrat poreux.
- iv. La viscosité dynamique effective est égale à celle du film liquide.
- v. La condensation se produit sous forme d'un film mince d'épaisseur supérieure à celle du matériau poreux.
- vi. Le substrat poreux est saturé, homogène, isotrope et il est en équilibre local avec le condensât.
- vii. L'écoulement de la vapeur est considéré symétrique par rapport au plan médian.
- viii. La vapeur et le film liquide sont séparés par une frontière distincte.
- ix. L'interface liquide-vapeur est en équilibre thermodynamique et la contrainte de cisaillement y supposée négligeable.
- x. La variation transversale de la pression n'est pas prise en compte.
- xi. Dans la couche poreuse, les transferts thermiques sont purement diffusifs suivant y^* et purement conductifs suivant x^* .

2.2 Adimensionnalisation et transformation des équations

Les équations qui régissent les transferts dans les deux domaines ainsi que les conditions aux limites qui leurs sont associées, ont été adimensionnalisées à l'aide des variables et des

paramètres suivants: $x = \frac{x^*}{L^*}$, $y = \frac{y^*}{H^*} \sqrt{Re}$, $e = \frac{e^*}{H^*} \sqrt{Re}$, $u_\xi = \frac{u_\xi^*}{U_0}$, $v_\xi = \frac{v_\xi^*}{U_0} \sqrt{Re}$, $P = \frac{P^*}{\rho_\ell U_0^2}$,

$$\theta_\xi = \frac{t_\xi^* - t_w^*}{t_s^* - t_w^*} \quad (\xi = \ell \text{ ou } p).$$

Le plan (x, y) est substitué par un domaine rectangulaire (X, η) par les transformations suivantes [3-5]:

- Dans la couche poreuse, $0 \leq y \leq e$: $X = x$, $\eta = y/e$. (1)
- Dans le liquide pur, $e \leq y \leq \delta$: $X = x$, $\eta = 1 + (y - e)/(\delta - e)$. (2)

En tenant compte de la symétrie du problème et des transformations ci-dessus, les équations adimensionnelles régissant l'écoulement dans les deux milieux s'écrivent:

2.2.1 Couche poreuse

$$e \frac{\partial u_p}{\partial X} + \frac{L^*}{H^*} \frac{\partial v_p}{\partial \eta} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 u_p}{\partial \eta^2} = A (u_p)^2 + B u_p + C \quad (4)$$

$$u_p \frac{\partial \theta_p}{\partial X} = \frac{1}{Pr_{eff}} \frac{(L^*)^2}{(H^*)^2} \frac{1}{e^2} \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial \eta^2} \quad (5)$$

Avec:

$A = \varepsilon F e^2 \frac{H^*}{L^*} \sqrt{Da}$		$B = \varepsilon e^2 \frac{Da}{Re}$		$C = \varepsilon \frac{(H^*)^2}{(L^*)^2} e^2 \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{dP}{dX} - \frac{1}{Fr} \right]$	
$Pr = \frac{\mu_\ell C p_\ell}{k_\ell}$	$\lambda = \frac{k_\ell}{k_{eff}}$	$Pr_{eff} = \lambda Pr$	$Fr = \frac{U_0^2}{gL^*}$	$Da = \frac{(H^*)^2}{K}$	$Re = \frac{U_0 L^*}{\nu_\ell}$

2.2.2 Liquide pur

$$(\delta - e) \frac{\partial u_\ell}{\partial X} - (\eta - 1) \frac{d\delta}{dX} \frac{\partial u_\ell}{\partial \eta} + \frac{L^*}{H^*} \frac{\partial v_\ell}{\partial \eta} = 0 \quad (6)$$

$$u_\ell \left\{ \frac{\partial u_\ell}{\partial X} - \frac{(\eta - 1)}{(\delta - e)} \frac{d\delta}{dX} \frac{\partial u_\ell}{\partial \eta} \right\} + \frac{L^*}{H^*} \frac{v_\ell}{(\delta - e)} \frac{\partial u_\ell}{\partial \eta} = \frac{1}{Fr} \frac{dP}{dX} + \frac{(L^*)^2}{(H^*)^2} \frac{1}{(\delta - e)^2} \frac{\partial^2 u_\ell}{\partial \eta^2} \quad (7)$$

$$u_\ell \left\{ \frac{\partial \theta_\ell}{\partial X} - \frac{(\eta - 1)}{(\delta - e)} \frac{d\delta}{dX} \frac{\partial \theta_\ell}{\partial \eta} \right\} + \frac{L^*}{H^*} \frac{v_\ell}{(\delta - e)} \frac{\partial \theta_\ell}{\partial \eta} = \frac{1}{Pr} \frac{(L^*)^2}{(H^*)^2} \frac{1}{(\delta - e)^2} \frac{\partial^2 \theta_\ell}{\partial \eta^2} \quad (8)$$

2.3 Conditions aux limites

- A la paroi, $\eta = 0$: $u_p = v_p = 0$, $\theta_p = 0$ (9a-b)

- A l'interface milieu poreux/condensat, $\eta = 1$: $u_p = u_\ell$, $\theta_p = \theta_\ell$ (9c-d)

$$\frac{\partial u_p}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = \frac{e}{(\delta - e)} \frac{\partial u_\ell}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1}, \quad \frac{\partial \theta_p}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = \lambda \frac{e}{(\delta - e)} \frac{\partial \theta_\ell}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} \quad (9e-f)$$

- A l'interface liquide/vapeur, $\eta = 2$:

$$\left. \frac{\partial u_\ell}{\partial \eta} \right|_{\eta=2} = 0, \quad \theta_\ell = 1 \quad (9g-h)$$

2.4 Bilan thermique et débit massique

Le bilan thermique et le débit massique sans dimensions s'expriment respectivement par les relations suivantes:

$$\frac{(L^*)^2}{(H^*)^2} \frac{Ja}{(\text{Pr})_{\text{eff}}} \frac{1}{e} \left. \frac{\partial \theta_p}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = \frac{d}{dX} \left[e \int_0^1 \{1 + Ja(\theta_i - \theta_p)\} u_p d\eta \right] + \frac{d}{dX} \left[(\delta - e) \int_1^2 \{1 + Ja(1 - \theta_\ell)\} u_\ell d\eta \right] \quad (10)$$

$$e \int_0^1 u_p d\eta + (\delta - e) \int_1^2 u_\ell d\eta = \frac{\rho_v}{\rho_\ell} \delta \quad (11)$$

2.5 Procédure de résolution

Pour le démarrage du calcul, des formes analytiques des vitesses (u_ξ) et des températures (θ_ξ) sont obtenues en négligeant les termes d'inertie et de convection d'enthalpie [3-5]. Les équations (3-8) et les conditions aux limites qui leurs sont associées, ont été discrétisées à l'aide d'un schéma implicite aux différences finies [6]. Le maillage du domaine est considéré uniforme dans les directions transversale et longitudinale. Ainsi, les équations (4-5) et (7-8) discrétisées sont ensuite mises sous la forme d'une matrice tri-diagonale. Les vitesses longitudinales et les températures sont déterminées en résolvant les systèmes d'équations algébriques obtenus par l'algorithme TDMA, et les vitesses transversales sont obtenues à partir des équations (3) et (6). Le gradient de pression et l'épaisseur du film liquide sont calculés par la méthode de la sécante, respectivement en fonction des erreurs sur le débit massique (11) et du bilan thermique (10). Ainsi, pour une valeur imposée du gradient de pression, on choisit deux valeurs arbitraires de δ , pour lesquelles on détermine les profils de vitesse et de température dans les deux domaines, ainsi que l'erreur sur le bilan thermique. Tant que ce bilan n'est pas vérifié, la procédure est répétée. Par la suite, on évalue l'erreur sur la conservation du débit massique, et on choisit une deuxième valeur arbitraire du gradient de pression, pour laquelle on refait la même démarche itérative. Tant que le débit massique n'est pas conservé, les itérations sont poursuivies avec d'autres valeurs du gradient de pression définies également à l'aide de la méthode de la sécante. Le critère de convergence, fixé à 10^{-8} , est vérifié après 10 itérations sur δ et seulement 3 itérations sur le gradient de pression.

3. Présentation des résultats

Les calculs ont été effectués pour un canal de longueur 1 m, dont les parois internes sont isothermes et recouvertes d'une couche d'un matériau poreux. La température à l'interface liquide-vapeur est égale à la température de saturation ($t_s^* = 90^\circ\text{C}$), et la différence de température Δt^* entre la paroi et l'interface liquide-vapeur est égale à 20°C . Les valeurs affectées à la vitesse d'entrée U_0 , et aux paramètres λ et F sont respectivement 0.15, 1.0 et 0.5. Quant à la perméabilité, elle s'exprime par $K = \varepsilon(e^*)^2/12$ selon la référence [7]. Les résultats présentés sont essentiellement limités à l'influence de l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse e , de la porosité ε et du rapport de forme H^*/L^* , sur les principales grandeurs adimensionnelles influençant les transferts thermiques.

Sur la figure 2, nous présentons l'évolution de l'épaisseur adimensionnelle du film liquide rapportée à l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse en fonction de la position adimensionnelle X le long du canal. On note que δ/e est une fonction croissante de l'abscisse

et augmente si l'épaisseur de la couche poreuse diminue. Cette évolution provoque des variations dans les échanges thermiques entre les parois du canal et la phase vapeur qui sont illustrées sur la figure 3 où l'on constate que les transferts thermiques (nombre de Nusselt local) augmentent généralement avec l'épaisseur de la couche poreuse, ce qui rejoint les résultats récemment publiés dans les références [2-5]. Toutefois, pour une épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse $e = 0.05$, les transferts thermiques diminuent considérablement à cause de l'importante variation du gradient de température à l'interface liquide-vapeur (figure 4) et du fait que l'épaisseur du condensât est pratiquement égale à celle de la couche poreuse (figure 2). A la position $X=0.5$, les profils de températures sont dans les deux phases linéaires dans tous les cas exposés et cette linéarité est due au fait que les termes convectifs dans les équations de transferts sont négligeables (figure 4). On remarque que les valeurs de la température augmentent avec l'épaisseur de la couche poreuse et que le gradient de température à l'interface milieu poreux/liquide pur, subit des variations considérables. La figure 5 montre que les transferts thermiques augmentent avec la porosité puisque l'élargissement des espaces vides dans la matrice poreuse favorise l'infiltration du liquide ce qui diminue l'épaisseur du condensât et par suite augmente les transferts thermiques. Pour des valeurs élevées du rapport de forme H^*/L^* , le nombre de Nusselt diminue considérablement (figure 6). Ceci est dû essentiellement au fait que l'épaisseur du film liquide devient plus épaisse à cause de l'augmentation du gradient de pression. En outre, l'augmentation du rapport de forme engendre des variations significatives des gradients de température à l'interface milieu poreux/condensât et une diminution des températures dans le substrat poreux (figure 7).

4. Conclusion

Nous avons traité numériquement les transferts de chaleur dans un film de condensat s'écoulant dans un canal rectangulaire dont les parois internes sont recouvertes d'un matériau poreux. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est retenu pour décrire le mouvement dans la couche poreuse. Les résultats montrent que les transferts thermiques augmentent généralement avec l'épaisseur de la couche poreuse et la porosité, et lorsque le rapport de forme diminue. Cette étude peut éventuellement être appliquée à l'analyse des transferts dans un mini-canal [8].

Références

- [1] A. Shekarriz and O.-A. Plumb, Enhancement of film condensation using porous fins, *Journal Of Thermophysics and Heat Transfer*, 3 (3) (1989) 309-314.
- [2] K.-J. Renken and C.-D. Mueller, Measurements of enhanced film condensation utilizing a porous metallic coating, *Journal of Thermophysics Heat Transfer*, 7 (1993) 148-152.
- [3] M. Asbik., R. Chaynane, H. Boushaba, B. Zeghmami and A. Khmou, Analytical investigation of forced convection film condensation on a vertical porous-layer coated surface. *Heat and Mass Transfer*, 40 (1-2) (2003) 143 – 155.
- [4] R. Chaynane, M. Asbik, H. Boushaba, B. Zeghmami et A. Khmou, Etude de la condensation en film laminaire en convection forcée d'une vapeur pure et saturée sur la paroi poreuse d'une plaque inclinée, *Revue de Mécanique et Industrie*, 5 (4) (2004) 381-391.
- [5] M. Asbik, B. Zeghmami, H. Gualous_Louahlia and W. M. Yan, The effect of thermal dispersion on free convection film condensation on a vertical plate with a thin porous layer, *Transport in Porous Media*, 67(3) (2007) 335-352.
- [6] A. A. Dale, J. C. Tannehil and R. H. Pletcher, *Computational fluid mechanics and heat transfer*, Hemisphere publishing corporation, New York (USA), 1984.
- [7] A. Bejan, *Convective heat transfer*, 2nd edition, Wiley, New York, (1995).
- [8] H. Gualous_Louahlia, M. Asbik, Numerical modelling of annular film condensation inside a miniature tube, *Numerical Heat Transfer Part A*, (NHT06/4160) (2006) (in press).

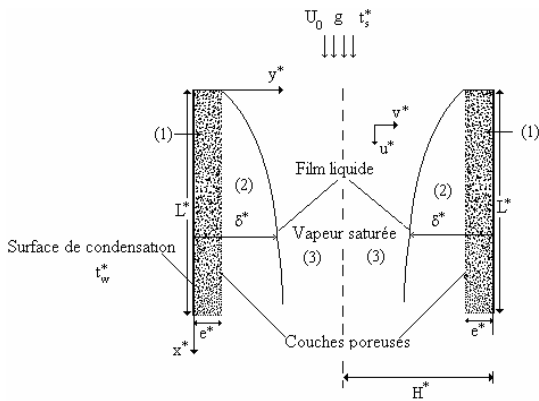


Figure 1 : Schéma du modèle

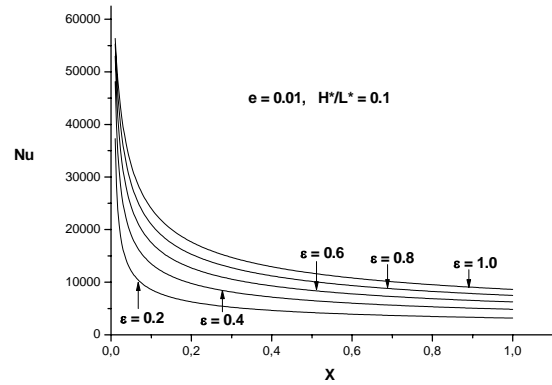


Figure 5 : Evolution du nombre de Nusselt le long du canal: Influence de la porosité.

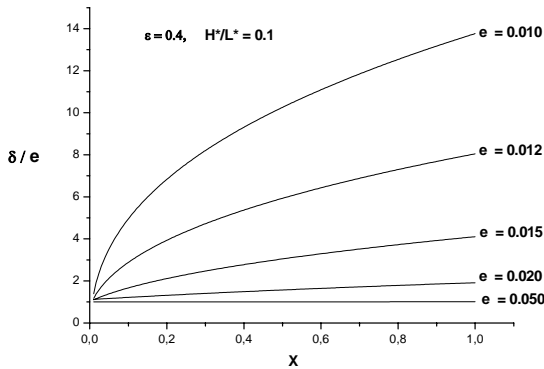


Figure 2: Influence de l'épaisseur de la couche poreuse sur l'épaisseur adimensionnelle du film liquide.

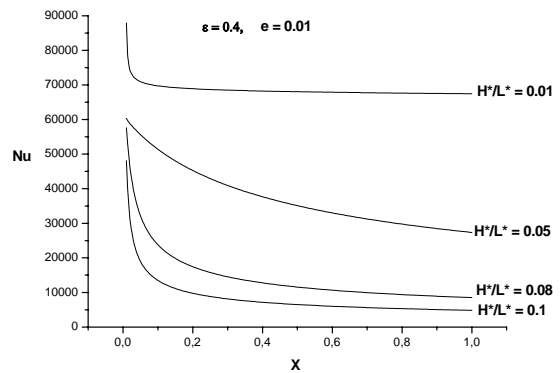


Figure 6 : Evolution du nombre de Nusselt le long du canal: Influence du rapport de forme.

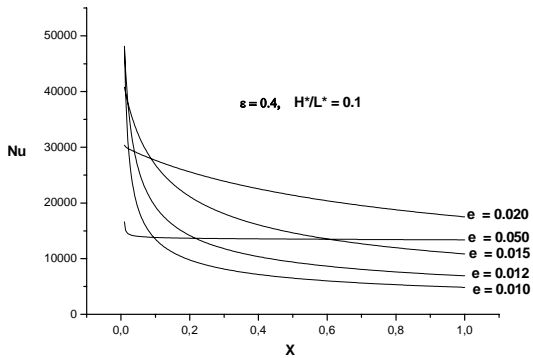


Figure 3: Evolution du nombre de Nusselt le long du canal: Influence de l'épaisseur de la couche poreuse.

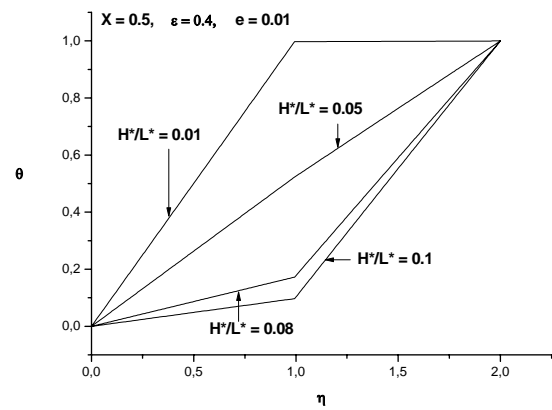


Figure 7 : Profils des températures en fonction de l'ordonnée adimensionnelle à la position X=0.5: Influence du rapport de forme.

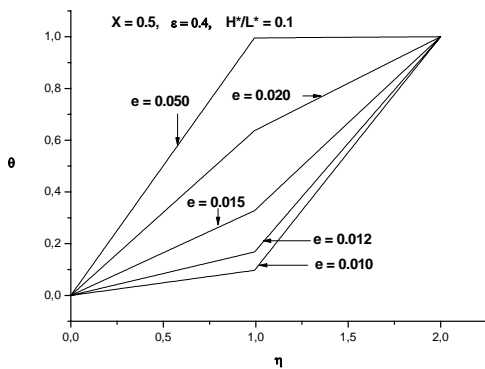


Figure 4 : Profils des températures en fonction de l'ordonnée adimensionnelle à la position X=0.5: Influence de l'épaisseur de la couche poreuse.