

Etude du coefficient de transfert d'un échangeur bi-tubulaire enterré en régime instationnaire

Taoufik MNASRI¹, Rached BEN YOUNES¹, Atef MAZIOUD², Jean.Félix DURASTANTI²

¹Université des sciences Gafsa, Tunisie

²Laboratoire CERTES (EA 3481) IUT de Sénart, Lieusaint, 77127, France

Résumé - Ce travail présente la modélisation numérique d'un échangeur bi-tubulaire enfoui air-sol s'appuyant sur la théorie des fonctions de Green en régime instationnaire. Le but est de proposer une corrélation pour le coefficient d'échange local air-paroi le long de l'échangeur. La complexité de la géométrie nous a conduit à développer un modèle basé sur deux méthodes de résolution par volumes finis et éléments finis couplés à la frontière. Les applications sont nombreuses, en particulier dans le stockage de l'énergie dans le sol pour l'optimisation des serres suivant le cycle des saisons.

Nomenclature

a_{so}	diffusivité du sol, m^2s^{-1}	a_f	diffusivité du fluide, m^2s^{-1}
D	domaine de stockage	D_h	diamètre hydraulique, m
H	coefficient local de convection paroi-fluide	k_s	conductivité thermique du sol
k_f	conductivité thermique du fluide	P^*	pression dynamique
\vec{r}'	vecteur-position où la température est évaluée	P	pression du fluide
\vec{r}	vecteur position dans l'espace	r_{ex}	rayon extérieur du tube central
Re	Nombre adimensionnel de Reynolds	r_i	rayon intérieur de l'échangeur
$T(\vec{r}, t)$	température au point \vec{r} à l'instant t , °C	T_e	température d'entrée du fluide
$T_w(\vec{r}', t)$	température de la paroi de l'échangeur, °C	V	vitesse orthoradiale, ms^{-1}
$T_0(\vec{r})$	température initiale du sol, °C	U	vitesse radiale, ms^{-1}
T_s	température de sortie de l'échangeur	W	vitesse axiale, ms^{-1}
ρ_f	masse volumique du fluide, $kg.m^{-3}$	Φ	densité du flux de chaleur

1. Introduction

Ce travail porte sur l'étude d'un échangeur bi-tubulaire enfoui air-sol. Cet échangeur a pour rôle de stocker et de récupérer de l'énergie dans le sol par chaleur sensible. La modélisation classique d'un tel système nécessite la connaissance expérimentale du coefficient d'échange thermique local, ce qui est difficile à obtenir compte tenu de l'imprécision des mesures de températures locales.

La littérature [1-2] propose des corrélations pour ce coefficient d'échange obtenues expérimentalement.

Dans cette étude les équations d'énergie dans le domaine solide et fluide sont reliées entre elles par les relations de continuité de température et du flux thermique à la surface de contact fluide-solide. En s'appuyant sur la théorie des fonctions de Green, l'équation de l'énergie dans le milieu solide supposé infini et tridimensionnel (volume du stock), a été

transformée en une équation intégrale à résoudre dans un milieu fini et bidimensionnel (surface de l'échangeur). Nous avons déduit un système d'équations différentielles et intégrales régissant les champs de vitesse et de température où figure l'expression du coefficient de transfert local. La méthode des volumes finis combinée avec celle des éléments finis de frontière permet une résolution numérique de ce système. Nous en déduisons les différents paramètres thermiques tel que le champ de température puis le coefficient d'échange thermique local et moyen.

1.1. Description de l'échangeur

L'échangeur étudié est constitué de deux tubes coaxiaux placés dans un bain de sable fin et sec, appelé stock. Le tube intérieur est en P.V.C, de diamètre 40 mm et de longueur 1978 mm, est placé dans un tube en acier de diamètre 80 mm et de longueur 2000 mm et d'épaisseur 3 mm. Les deux tubes sont placés dans le stock de diamètre 500 mm et de longueur 2500 mm. Le fluide caloporteur entre dans le tube intérieur à une température $T_e(t)$, circule du haut en bas, remonte de la base dans l'espace annulaire à une vitesse moyenne W_0 . Il échange de la chaleur avec le stock et sort à une température $T_s(t)$. La surface intérieure du tube PVC est adiabatique.

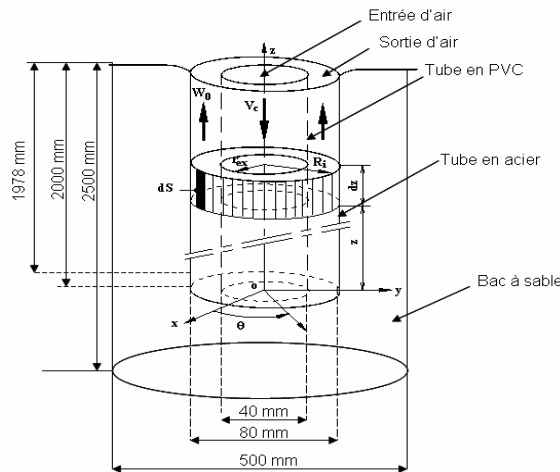


Figure 1 : Section de l'échangeur

2. Formulation mathématique

Nous admettons que le sol est un milieu solide homogène, isotrope et de caractéristiques thermiques stables et indépendantes de la température. Le gradient de température dans le stock est considéré comme faible. Le stock constitue un domaine (D) limité par une frontière (S), (S) est la réunion de la surface du sol libre (S_i) et la surface de l'échangeur enterré (S_e).

2.1. Equation de propagation de l'énergie dans le stock

L'équation de propagation de la chaleur dans ce milieu est :

$$\frac{1}{a_{so}} \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} - \Delta T(\vec{r}, t) = 0 \tag{1}$$

Soit la fonction de Green $G(\vec{r}, \vec{r}', t)$, solution de l'équation associée (2) :

$$\frac{1}{a_{so}} \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}', t)}{\partial t} - G(\vec{r}, \vec{r}', t) = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \tag{2}$$

$G(\vec{r}, \vec{r}', t)$ représente physiquement la réponse du milieu à une impulsion de chaleur au point \vec{r}' à l'instant $t = 0$. On la suppose définie dans le domaine (D), contenant les points \vec{r} et \vec{r}' , limité par la surface (S). $G(\vec{r}, \vec{r}', t)$ est telle qu'elle soit nulle pour $t < 0$ et tend vers $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$ à $t=0$. En utilisant la transformation de Laplace des équations (1) et (2) et en les combinant, puis en intégrant sur le domaine (D) limité par la surface (S), on obtient l'expression de la température de la surface de l'échangeur (paroi tube) soit $T_w(\vec{r}', t)$:

$$T_w(\vec{r}', t) = 2 F(\vec{r}', t) + 2 \int_0^t \iint_{(S_e)} \left[G(\vec{r}, \vec{r}', t - \tau) \vec{\nabla} T(\vec{r}, \tau) - T(\vec{r}, \tau) \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}', t - \tau) \right] \vec{n} dS d\tau \quad (3)$$

avec :

$$F(\vec{r}', t) = \iiint_{(D)} G(\vec{r}, \vec{r}', t) \frac{T_0(\vec{r})}{a_{so}} d^3r - \int_0^t \iint_{(S)} T(\vec{r}, \tau) \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}', t - \tau) \vec{n} dS d\tau \quad (4)$$

2.2. Conditions aux limites

Nous envisageons sur (S_i) le cas où la température de surface est imposée (condition de Dirichlet) et égale à $T_a(\vec{r}, t)$: On trouve ainsi que $F(\vec{r}', t)$ est nul [3].

Nous supposons le contact entre le sol et l'échangeur parfait sur (S_e) :

$$T_w(\vec{r}, t) = T_f(\vec{r}, t)_{paroi} \quad (5)$$

La quantité de chaleur cédée par le fluide caloporteur est totalement reçue par le stock.

$$-k_f \left(\frac{\partial T_f(\vec{r}, t)}{\partial n} \right)_{paroi} = -k_s \left(\frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial n} \right)_{paroi} \quad (6)$$

Si nous remplaçons les termes intervenants dans les relations (5) et (6) dans l'expression de la température à la paroi de la relation (3), nous obtenons :

$$T_w(t) = 2 \int_0^t \iint_{(S_e)} \left[\frac{k_f}{k_s} G(t - \tau) \vec{\nabla} T_f(\tau) - T_f(\tau) \vec{\nabla} G(t - \tau) \right] \vec{n} dS d\tau \quad (7)$$

2.3. Equations régissant l'écoulement du fluide

Nous considérons que la masse volumique ρ_f du fluide est indépendante de la température. Compte tenu des symétries, les équations de quantité de mouvement s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \\ u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P^*}{\partial z} + v_f \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right] \end{cases} \quad (8)$$

Et on obtient, pour l'énergie dans le fluide:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} = a_f \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (9)$$

2.4. Conditions aux limites et conditions initiales pour tout le système

On considère les champs de vitesse et de température uniformes à l'entrée de l'espace annulaire.

Pour le champ vitesse :

$$\begin{cases} u(r=R_i) = u(r=r_{ex}) = 0 \\ w(r=R_i) = w(r=r_{ex}) = 0 \\ u(z=0) = 0 \\ w(z=0) = w_0 \end{cases} \quad (10)$$

Pour le champ température :

$$\begin{cases} T(r,z,0) = T_0 \\ T(r,0,t) = T_e \\ \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_{ex}} = 0 \\ T(R_i, z, t) = T_w(r,z,t) = 2 \int_0^t \iint_{(Se)} \left[\frac{k_f}{k_s} G(t-\tau) \vec{\nabla} T(\tau) - T(\tau) \vec{\nabla} G(t-\tau) \right] \vec{n} dS d\tau \end{cases} \quad (11)$$

2.5. Calcul du coefficient d'échange

Si nous considérons une section transversale de l'échangeur (fig. 1), la température du mélange $T_m(r,z,t)$ est la moyenne des différentes températures locales $T(r,z,t)$ sur cette section.

$$T_m(z,t) = \frac{2}{W_0 (R_i^2 - r_{ex}^2)} \int_{r_{ex}}^{R_i} T(r,z,t) W(r,z) r dr \quad (12)$$

L'expression de $h(z,t)$ est obtenue à partir de l'écriture du flux

$$\vec{\Phi} = -k_f \vec{\nabla} T_f = -k_f \left(\frac{\partial T_f(\vec{r},t)}{\partial r} \right)_{paroi} \vec{n} = h (T_f - T_w)_{paroi} \vec{n} \quad (13)$$

L'équation (14) permet d'exprimer le coefficient $h(z,t)$ comme suit :

$$h(z,t) = \frac{\left(k_f \frac{\partial T(r,z,t)}{\partial r} \right)_{r=R_i}}{(T_w - T_m)} \quad (14)$$

3. Résolution numérique

La résolution des équations régissant le champ de vitesse a été réalisée à l'aide de la méthode de volumes finis en adoptant la technique du maillage décalé. Après optimisation, on utilise le maillage (30*120). Le couplage pression-vitesse repose sur l'algorithme de (S.I.M.P.L.E.R) proposé par Patankar [5]. La discrétisation de l'équation d'énergie dans la zone fluide est obtenue à partir de la méthode des volumes finis (maillage non uniforme serré au voisinage des parois intérieures). On adopte un schéma implicite pour la discrétisation temporelle.

La méthode utilisée pour la discrétisation de l'équation de l'énergie sur la paroi de l'échangeur est celle des éléments finis de frontière [3]. Elle consiste à découper la surface de l'échangeur en éléments annulaires finis de hauteur Δ . L'algorithme de Gauss Seidel a été

utilisé pour résoudre les systèmes linéaires avec une méthode de balayage ligne par ligne suivant l'axe radiale [6].

4. Résultats

Les résultats obtenus montrent que le coefficient h en est indépendant de la température d'entrée (pour un faible écart de température où ρ_f demeure constant); ce qui est confirmé par les corrélations, basées sur les données expérimentales, présentées dans la littérature.

Ici : d'un point de vue de l'instantanéité, on présente l'évolution de la température moyenne du fluide pour différentes durées d'échange (figure 2), ainsi que la densité de flux moyen en fonction du temps (figure 3). En revanche nous avons vérifié que le coefficient d'échange par convection est indépendant de la durée de chauffe pour des écarts de Températures du fluide faible ($\Delta T/T$ petit), conformément à la littérature

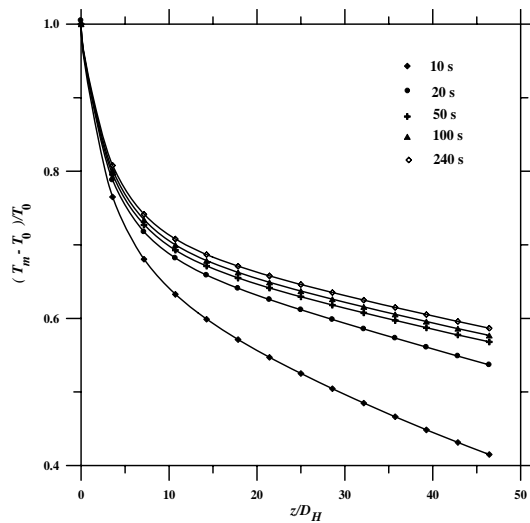


Figure 2 : Evolution de la température moyenne du fluide pour différentes durées d'échange

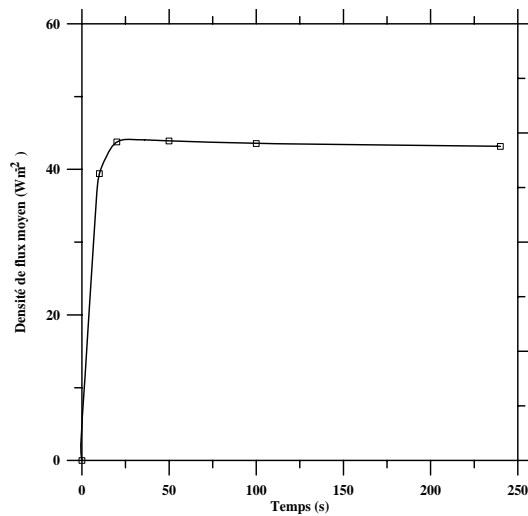


Figure 3 : Variation axiale de la densité de flux surfacique pour différentes durées de chauffage

Par ailleurs on présente dans la figure (4) l'évolution axiale du coefficient local de transfert $h(z, Re)$ pour $R_i/r_{ex} = 2$, $L/D_H = 50$ et pour différentes valeurs du nombre de Reynolds correspondants au régime laminaire ($100 \leq Re \leq 2500$).

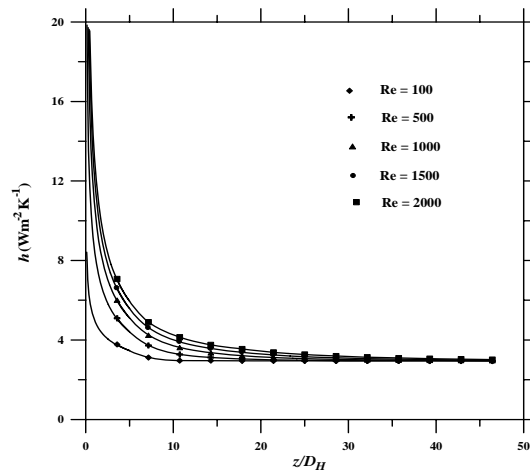


Figure 4 : Variation du coefficient d'échange thermique local pour différents Reynolds.

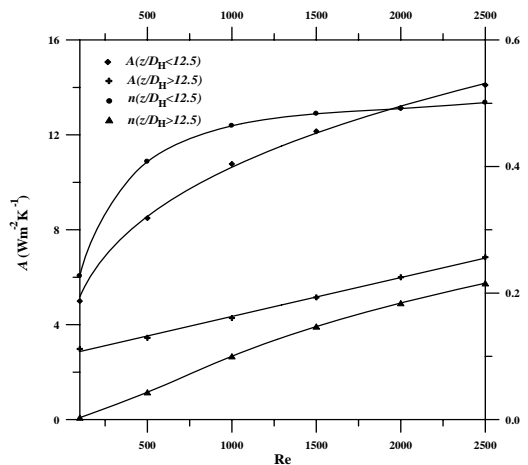


Figure 5 : Variation des coefficients A et n en fonction du nombre de Reynolds.

Nous remarquons que : pour tout Re, la courbe $h(z, Re)$ tend asymptotiquement vers la valeur $2,95 \text{ W}^\circ\text{K}^{-1}\text{m}^{-2}$ (fig. 5), qui est proche de la valeur $2,86 \text{ Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ (correspondante au nombre de Nusselt 4.36 souvent citée dans des travaux antérieurs).

Cette valeur est obtenue pour une conductivité $k_f \approx 0,0262 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ à une température voisine de 27°C ($0,5 \leq (T_m - T_0)/T_0 \leq 2,5$), T_0 étant égale à la température ambiante $T_a = 19^\circ\text{C}$. La valeur $2,86 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ correspond à un écoulement établi à flux constant à la paroi. Nous proposons la corrélation suivante pour $h(z, Re)$.

$$h(z, Re) = A(z, Re) \left(\frac{z}{D_H} \right)^{-n(z, Re)} \quad (15)$$

Les coefficients $A(z, Re)$ et $n(z, Re)$ dépendent du nombre de Reynolds (fig. 5). Ils prennent des expressions différentes en fonction de l'abscisse z le long de la paroi de l'échangeur. L'interpolation s'approchant fidèlement des courbes numériques exige que ces coefficients s'expriment différemment de part et d'autre de l'abscisse $z/D_H = 12,5$ (tableau 1). La figure 5 montre aussi que seule le coefficient A varie linéairement avec Re dans la région $z/D_H > 12,5$. L'expression du coefficient $n(z/D_H > 12,5)$ est valable seulement pour $Re \geq 500$.

	$z/D_H < 12,5$	$z/D_H > 12,5$
A	$1,227.Re^{0,31}$	$0,0017.Re + 2,593$
N	$0,0573 \ln Re + 0,0588$	$0,107 \ln Re - 0,627$

Tableau 1. Expressions des coefficients A et n .

5. Conclusion et perspectives

Ce travail a permis de proposer une corrélation correcte pour le coefficient de transfert $h(z,t)$, les résultats obtenus sont cohérents avec ceux rencontrés dans la littérature pour des cas analogues (Résultats de Stéphan [2]. Il est remarquable de signaler que les températures locales à la paroi et la température moyenne du fluide en tout point de l'axe de l'échangeur sont déterminées par le calcul. Le traitement des équations et le développement du code numérique permettent d'envisager l'étude de l'échangeur en régime turbulent.

Le code peut, d'ores et déjà, traiter une température d'entrée variable au cours du temps. D'une façon générale, ce travail de modélisation peut optimiser la fonction des échangeurs enterrés.

Références

- [1] A.Baudoin, M.Abgrall et J.-P Padet, Etude d'un échangeur baïonnette en milieu solide infini, *Revue Générale de Thermique*, 348 (1990) 700-707.
- [2] K.Stephan, Wärmeübergang und Druckabfall bei nicht ausgebildeter Laminarströmung in Rohren und ebenen Spalten, *Chemie-Ingenieur-Technik* 31 (1959) 773-778.
- [3] J.-Y. Desmons, Formulation et résolution numérique de problèmes aux limites appliquées aux générateurs de chaleurs tubulaires enterrés, *Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Valenciennes*, 1984.
- [4] S.-V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *McGraw Hill, Serie in computational methods in mechanics and thermal sciences, New York*, 1980.
- [5] J.-P Nougier, Méthodes de calcul numérique, *Masson, 3^{ème} éd.*, Paris, 1989.
- [6] Ben Younès R., Prévision numérique et expérimentale de la réponse intrinsèque d'un échangeur bitubulaire enterré en régime continu, *Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes*, 1993.
- [7] Mojtabi A. et Caltagirone J.-P., Convection entre deux cylindres coaxiaux en régime laminaire permanent, *Int. J. Heat Mass Transfer* 21 (1978), 261-268.

