

ÉCOULEMENT CAVITANT A TRAVERS UN VENTURI

Mohamed ZAMOUM¹, Mohand KESSAL²

¹ Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, Université de Boumerdès, 35000.

² Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, Université de Boumerdès, 35000.

(M. ZAMOUM : m_zamoum2000@yahoo.fr)

Résumé - Une étude dynamique d'un écoulement à bulle à travers un Venturi est modélisée à partir des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement des deux phases en présence, associées à l'équation dynamique de la bulle. La résolution numérique de ce système permet d'étudier l'influence de la variation du rayon du col du Venturi et l'effet de taux de vide initial sur l'évolution axiale du rayon de la bulle, de la pression du mélange gaz-liquide et de la vitesse de l'écoulement.

Nomenclature

A^*	la section de la tuyère, m^2	u	vitesse adimensionnelle du fluide
A	la section adimensionnelle de la tuyère	u_s^*	vitesse du fluide en amont, m/s
A_s^*	la section de la tuyère en amont, m^2	u_r^*	vitesse radiale, m/s
C_p	coefficient de pression de fluide	x^*	coordonnée eulérienne
k	indice polytropique du gaz à l'intérieur de la bulle.	x	coordonnée eulérienne adimensionnelle
R^*	rayon de la bulle, m	Caractères grecs	
R_s^*	rayon de la bulle en amont, m	α	taux de vide de l'écoulement à bulles
R	rayon adimensionnel de la bulle	α_s	taux de vide en amont
Re	nombre de Reynolds	η^*	population de bulles par unité de volume du liquide
r^*	coordonnée radiale	η	population adimensionnelle de bulles par unité de volume du liquide
S^*	tension superficielle du liquide	γ	rapport de chaleur spécifique du gaz dans les bulles.
We	nombre de Weber	μ_E^*	viscosité effective dynamique du liquide
t^*	temps, s	ρ_L^*	densité du liquide
t	temps adimensionnel	ρ	densité adimensionnelle du fluide
p^*	pression du fluide, Pa	σ	Nombre de cavitation
p_s^*	pression du fluide en amont, Pa	β	Rayon adimensionnel du col du Venturi
p_v^*	tension de vapeur, Pa		
u^*	vitesse du fluide, m/s		

1. Introduction

Les phénomènes de cavitation apparaissent lors de l'écoulement de liquides dans les machines et les systèmes hydrauliques. Ils sont causés généralement par une chute de pression accompagnée par un changement local de phase, et, dans la plupart des cas, par le bruit et l'érosion des parois métalliques. Ce phénomène a fait l'objet d'un grand nombre d'études analytiques et numériques, parmi lesquelles, celles relatives à la dynamique de la bulle ([1], [2] et [3])

L'introduction d'une formulation adimensionnelle a permis à [4] d'exprimer l'influence de divers paramètres sur le comportement de la bulle à travers l'expression de trois nombres adimensionnels : le nombre de Reynolds, celui de Weber et le nombre de cavitation. Le nombre de Reynolds a été repris sous une forme plus complète permettant ainsi d'analyser l'influence de la plupart des paramètres qui composent l'équation de mouvement d'une bulle dans un fluide incompressible. [5] ont étudié l'écoulement cavitant quasi-stationnaire avec la nucléation des bulles à travers une tuyère convergente-divergente. Pour cela, ils ont utilisé le modèle continu de mélange avec la dynamique non linéaire de la bulle.

Le Venturi correspond généralement à la mesure des débits en écoulement monophasique. Son étude dans le cas d'un écoulement à bulles permet de visualiser l'effet des angles convergent et divergent (à travers le rayon adimensionnel β du Venturi) sur les paramètres du mélange.

Ce travail porte sur l'analyse d'un écoulement à bulles à travers un Venturi, en se basant sur le modèle de van Wijngaarden [6], modèle constitué des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement du mélange et de la relation de Rayleigh-Plesset qui décrit la dynamique de la bulle.

2. Equations de Base

On considère un écoulement unidimensionnel à travers un Venturi de section $A(x)$ (Figure1), avec $x=0$ à l'entrée du Venturi et le sens de l'écoulement dans la direction positive de x .

La variation longitudinale de la section prend la forme suivante:

$$A(x) = \begin{cases} I & 0 < x < x_1 \\ I - \frac{(x-x_1)(1-\beta)}{x_2-x_1} & x_1 < x < x_2 \\ \beta & x_2 < x < x_3 \\ I - \frac{(x_4-x)(1-\beta)}{x_4-x_3} & x_3 < x < x_4 \\ I & x_4 < x < x_5 \end{cases}$$

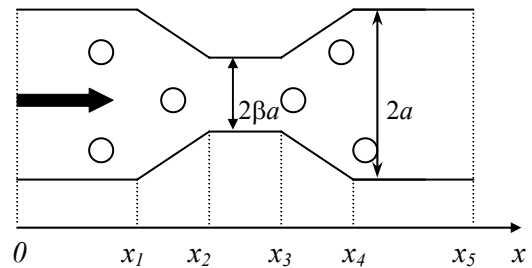


Figure 1. *Écoulement d'un liquide à bulles à travers un Venturi*

où β est le rayon adimensionnel du col du Venturi et x est la distance le long de l'axe.

Dans le présent travail, on pose $x_1=3.0$, $x_2=5.7$, $x_3=6.7$ et $x_4=10.5$

Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement du mélange, écrites sur la forme adimensionnelle, sont :

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-\alpha)A] + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\alpha)uA] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{2(1-\alpha)} \frac{\partial Cp}{\partial x} \quad (2)$$

où $A = \frac{A^*}{A_s^*}$ la section adimensionnelle de la tuyère, $u = \frac{u^*}{u_s^*}$ la vitesse adimensionnelle du

fluide, $x = \frac{x^*}{R_s^*}$ la coordonnée eulérienne adimensionnelle, $t = t^* \frac{u_s^*}{R_s^*}$ le temps adimensionnel

et $R = \frac{R^*}{R_s^*}$ le rayon adimensionnel de la bulle.

$$\alpha(x,t) = \frac{\frac{4}{3}\pi\eta R^3(x,t)}{1 + \frac{4}{3}\pi\eta R^3(x,t)} \text{ le taux de vide, } Cp(x,t) = \frac{(p^*(x,t) - p_s^*)}{\frac{1}{2}\rho_L u_s^{*2}} \text{ le coefficient de pression du}$$

fluide

On suppose que le liquide est incompressible, que la bulle se déforme sphériquement et que le mouvement relatif entre les deux phase négligeable. L'interaction des bulles dans l'écoulement est modélisée par l'équation de Rayleigh-Plesset [7] et [8], dans laquelle on relie le coefficient de pression de fluide au rayon de la bulle.

$$R \frac{D^2 R}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR}{Dt} \right)^2 + \frac{\sigma}{2} (1 - R^{-3k}) + \frac{4}{Re} \frac{1}{R} \frac{DR}{Dt} + \frac{2}{We} (R^{-1} - R^{-3k}) + \frac{1}{2} Cp = 0 \quad (3)$$

où $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x}$ est la dérivé de Lagrange, $Re = \frac{\rho_L^* u_s^* R_s^*}{\mu_E^*}$ le nombre de Reynolds,

$We = \frac{\rho_L^* u_s^* R_s^*}{S^*}$, le nombre de Weber, $\sigma = \frac{(p_s^* - p_v^*)}{\frac{1}{2}\rho_L^* u_s^{*2}}$ le nombre de cavitation et k l'exposant

poly tropique.

Les équations (1), (2) et (3) représentent le modèle d'écoulement unidimensionnel d'un fluide à bulles illustré par un comportement dynamique non linéaire de la bulle.

2.1. Solution Stationnaire

Pour le cas écoulement stationnaire, les équations (1), (2) et (3) s'écrivent :

$$(1-\alpha)uA = (1-\alpha_s) = \text{constant} \quad (4)$$

$$u \frac{du}{dx} = -\frac{1}{2(1-\alpha)} \frac{dCp}{dx} \quad (5)$$

$$R \left(u^2 \frac{d^2 R}{dx^2} + u \frac{du}{dx} \frac{dR}{dx} \right) + \frac{3u^2}{2} \left(\frac{dR}{dx} \right)^2 + \frac{4}{Re} \frac{u}{R} \frac{dR}{dx} + \frac{2}{We} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R^{3k}} \right) + \frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{1}{R^{3k}} \right) + \frac{1}{2} Cp = 0 \quad (6)$$

Les conditions initiales sont données par : $R(x=0)=1$, $u(x=0)=1$ et $Cp(x=0)=0$

3. Résultats et Discussions

Le système d'équations précédent est résolu numériquement par un schéma de Runge-Kutta de quatrième ordre avec les conditions suivantes :

	ρ_L^*	μ_E^*	μ_L^*	S^*	R_s^*	u_s^*	k	Re	σ	We
unité	Kg/m^3	Ns/m^2	Ns/m^2	N/m	μm	m/s				
Valeur	1000	0.03	0.001	0.073	100	10	1.4	33	0.08	137

3.1. Effet de rayon du col du Venturi :

Les résultats obtenus montrent l'impact de la variation du rayon du col du Venturi sur les paramètres de l'écoulement. En considérant un taux de vide initial $\alpha_s = 4 \cdot 10^{-6}$, les calculs sont menés pour une série de rayon du col β de 0,5, 0,6 et 0,7. Pour ces valeurs la Figure 2 nous montre l'évolution longitudinale du rayon de la bulle où les oscillations semblent de plus en plus accentuées au fur et à mesure de la diminution du rayon du col du Venturi.

Les Figures 3 et 4, qui montrent une évolution de la vitesse et du coefficient de pression, sont fortement marquées la variation du rayon β .

3.2. Effet de taux de vide initial :

Les Figures suivantes sont tracées pour $\beta = 0.5$, où nous analysons l'évolution du rayon de la bulle et des paramètres d'écoulement pour plusieurs valeurs du taux de vide initial α_s .

La Figure 5 montre qu'au cours du temps la bulle croît et atteint la taille maximale après le col. Avec l'augmentation du taux de vide α_s , l'amplitude du rayon de la bulle $R(x)$ augmente et le point maximum décale plus loin en aval. Les bulles croissent sans limite pour des valeurs de $R(x)$ supérieures au rayon critique R_c , à partir duquel la bifurcation commence. Ceci est illustré par un point d'inflexion des courbes correspondant à $\alpha_s > 4,7 \cdot 10^{-3}$. Il est à remarquer qu'au dessus de cette valeur le modèle d'équations présenté dans cette étude ne peut s'appliquer, car d'autres phénomènes tels que la formation de poches de gaz (dans le cas des conduites) ou d'érosion peuvent survenir. Aussi l'évolution du rayon de la bulle $R(x)$ au niveau de l'étranglement tend vers des valeurs très grandes pour un taux de vide $\alpha_s > 4,7 \cdot 10^{-3}$. Le calcul devient alors irréaliste. Le rayon de la bulle diminue le long de x jusqu'à la fin de la singularité, où nous observons une amplitude qui dépend essentiellement de la perte de charge. En outre, la distance de résorption change fortement avec α_s .

L'évolution de la vitesse du liquide $u(x)$, telle que montrée sur la Figure 6, représente la même tendance. Elle semble évoluer de manière constante avec des petites oscillations même après la sortie du Venturi, pour $\alpha_s < 4,7 \cdot 10^{-3}$. Par contre, elle montre une évolution importante après ce point pour des valeurs α_s supérieures.

Sur la Figure 7, le phénomène inverse se produit de la même façon que pour le cas d'un pseudo fluide (augmentation de la pression pour $\alpha_s < 4,7 \times 10^{-3}$).

La Figure 8 montre la variation du gradient longitudinal du rayon de la bulle pour les différents taux de vide initial, où l'on remarque que l'amplitude des pics atteint de grandes valeurs. Ces derniers correspondent aux points d'amplitude maximales de la Figure 5. L'agrandissement d'une partie de cette Figure, pour un espace $\Delta x = 0.5$ (Figure 9), montre qu'il n'y a pas de discontinuité.

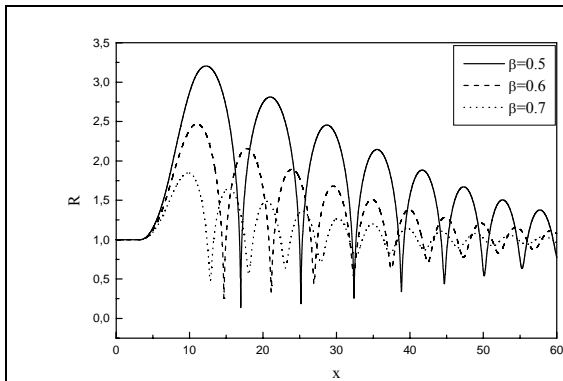


Figure 2 : Oscillation du rayon des bulles pour les différents β

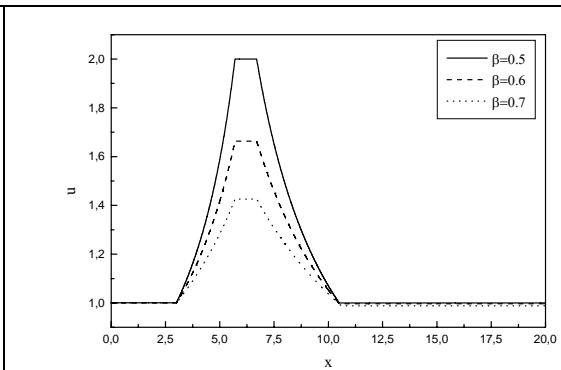


Figure 3 : Variation de la vitesse pour les différents β

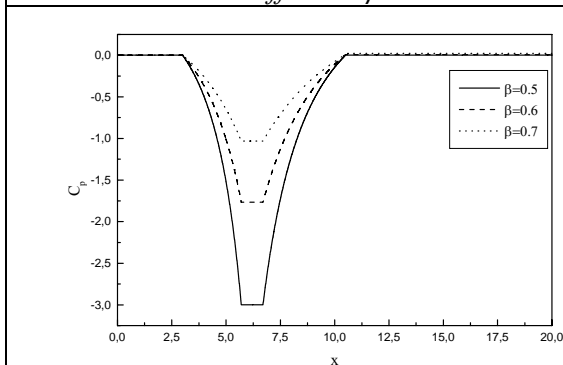


Figure 4 : la variation du coefficient de pression pour les différents β

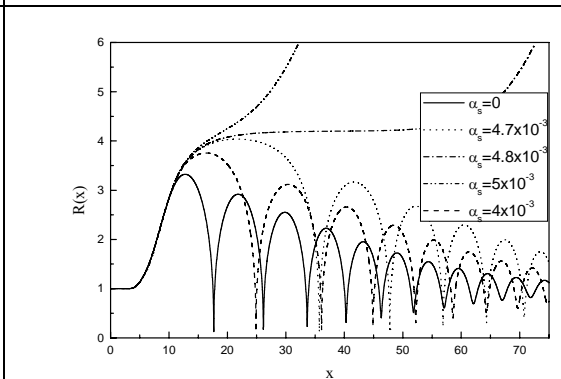


Figure 5. Oscillation de rayon de la bulle pour les différents taux de vide α_s

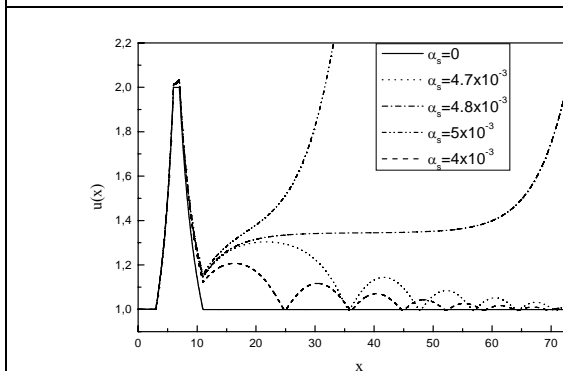


Figure 6 : Variation de la vitesse de fluide pour les différents taux de vide α_s

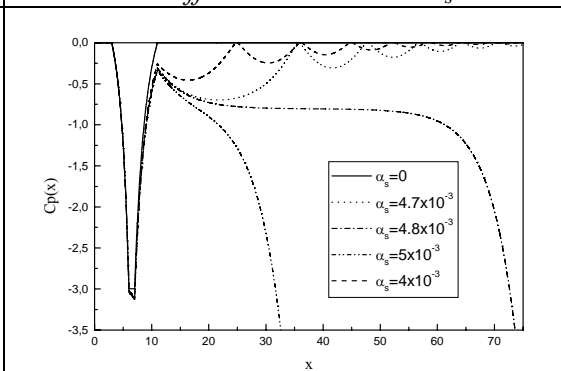


Figure 7 : Variation de coefficient de pression pour les différents taux de vide α_s

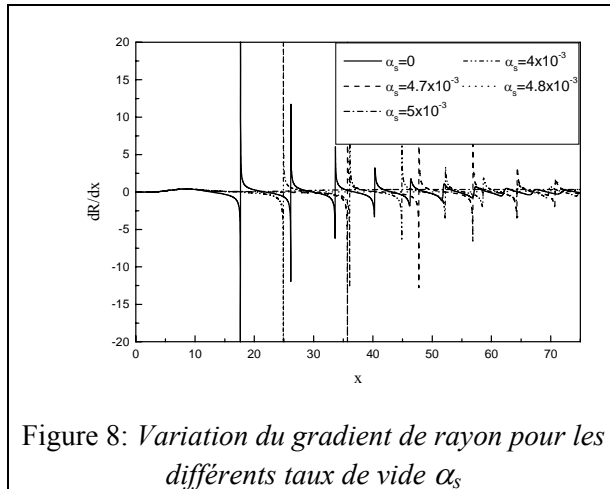


Figure 8: Variation du gradient de rayon pour les différents taux de vide α_s

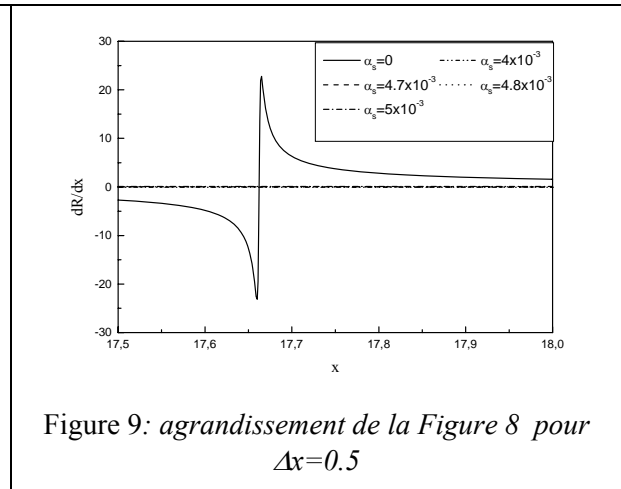


Figure 9: agrandissement de la Figure 8 pour $\Delta x = 0.5$

4. Conclusion

Dans cet exposé, nous avons montré le mouvement oscillatoire d'une bulle de gaz dans un écoulement incompressible à travers un Venturi. La variation du rayon du col a montré l'influence de ce dernier sur le comportement oscillatoire de la bulle, ainsi que la vitesse et la pression de l'écoulement. En outre, l'influence de taux de vide initial a mis en évidence l'existence de deux différents régimes : régime stable pour $\alpha_s < 4,7 \times 10^{-3}$ et instable (flashing flow) pour $\alpha_s > 4,7 \times 10^{-3}$

Références

- [1] Rayleigh–1917- The pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *Phil. Mag.*, 34, 94 sq
- [2] Blake, F.G. –1949- The tensile strength of liquids: a review of the literature. *Harvard acoustics Res. Lab.* TM 9, june.
- [3] Plesset, M.S. –1949- The dynamics of cavitation bubbles. *J. Appl. Mec.*, 16, 277 sq
- [4] Chahine, G.L. –1983- Cloud cavitation : theory. 14th Simp. On Naval Hydrodynamics,
- [5] Can F. Delale, Kohei Okita and Yoichiro Matsumoto. (2003), Steady-State cavitating nozzle flows with nucleation, *Fifth international symposium on cavitation (cav2003)* Osaka, Japan, November 1-4, 2003.
- [6] van Wijngaarden, L. (1968), On the equation of motion for mixtures of liquid and gas bubbles, *Journal of fluid mechanics*, Vol. 33, pp. 465-474
- [7] Knapp, R. T. Daily, J. W, and Hammit, F. G, 1970, *Cavitation*, McGraw Hill, New York.
- [8] Plesset, M. S. and Prosereti, A, 1977, Bubble Dynamics and Cavitation, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 9, pp. 145-185.