

Modélisation numérique des échanges thermiques dans des faisceaux de barres à faibles nombres de Reynolds.

Gabriel GAMRAT*, Michel FAVRE-MARINET, Stéphane LE PERSON

Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels, CNRS-UJF-INPG, 1025 rue de la Piscine, BP 53 X, 38041 Grenoble Cedex

Résumé - Nous présentons une modélisation numérique de l'écoulement et des transferts thermiques dans des réseaux bidimensionnels de barres à section carrée en configurations alignées ou en quinconce (porosité dans la gamme 0.44 – 0.98). Pour des nombres de Reynolds faibles à modérés ($10^{-2} < Re < 10^2$), les échanges thermiques ont été peu étudiés jusqu'à présent pour ces configurations, mais se rencontrent maintenant dans les applications aux microéchangeurs. A faibles nombres de Reynolds, l'équilibre thermique local est atteint entre les phases fluide et solide. Dans les conditions d'équilibre thermique, deux conditions aux limites ont été étudiées, à savoir température constante sur la paroi des barres ou source de chaleur volumique constante dans les barres. L'influence de la configuration géométrique, de la porosité, du nombre de Prandtl et du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt ont été déterminés. Dans le cas de la source de chaleur volumique constante, les résultats ont été approchés par une équation empirique adaptée au cas des faibles nombres de Reynolds.

Nomenclature

d côté des rugosités, m
 e hauteur d'un canal, m
 k conductivité thermique, $W/m/K$
 L période spatiale en x et y , m
 \dot{M} débit massique par unité de longueur dans la direction z , $kg/s/m$
 q_v densité volumique de la source de chaleur, W/m^3
 T température, K
 T_b température de mélange, K
 U vitesse, m/s

U_b vitesse débitante, m/s

Symboles grecs

ε porosité, sans dimension
 θ température, sans dimension
 φ densité de flux, W/m^2
 ν viscosité cinématique, m^2/s

Indices et exposants

$()_D$ moyenne au sens de Darcy
 $()_f$ fluide
 $()_s$ solide

1. Introduction

Le transfert de chaleur convectif dans les faisceaux d'échangeurs a fait l'objet de nombreuses études, dont une des plus connues est celle de Zukauskas [1], qui a proposé des corrélations pour différentes configurations de faisceaux. Les corrélations courantes sont établies pour des valeurs moyennes et élevées du nombre de Reynolds. Il existe peu de résultats pour les écoulements à bas nombre de Reynolds. Pour en trouver, il faut se tourner vers les modélisations de milieux poreux, dans lesquelles des réseaux de cylindres servent à représenter le milieu traversé par le fluide. Des modèles à distributions périodiques ont été considérés afin de calculer la perméabilité du milieu poreux en fonction de la porosité et du nombre de Reynolds [2-5]. L'étude du transfert thermique dans ces conditions d'écoulement n'a pas été beaucoup approfondie par des études numériques et les résultats ne sont pas toujours en bon accord [6-8]. L'objectif de notre travail a été d'établir une base de données pour le coefficient d'échange thermique dans les réseaux de cylindres à bas nombre de

Reynolds. Nous avons examiné l'influence de la condition aux limites thermique (source volumique uniforme ou parois isothermes).

Les motivations étaient les suivantes :

i) Dans les échangeurs de chaleur, les surfaces ne sont habituellement ni à densité de flux uniforme, ni à température uniforme. L'influence de cette condition de surface sur le coefficient de transfert thermique est négligeable dans les écoulements turbulents, mais peut être significative pour les écoulements à bas Reynolds, comme dans les micro-échangeurs.

ii) Nous développons par ailleurs un modèle numérique pour les effets de rugosité sur les écoulements laminaires dans les microcanaux en utilisant une méthode d'éléments discrets inspirée des travaux de Taylor et al. [9-10]. La méthode nécessite de connaître des corrélations pour les coefficients de traînée et d'échange thermique en fonction du nombre de Reynolds et de la configuration des rugosités. Les calculs tridimensionnels [11] montrent que ces coefficients sont correctement estimés en considérant l'écoulement et les transferts thermiques associés dans des réseaux de cylindres bidimensionnels.

2. Modèle numérique

2.1. Domaine de calcul, équations et conditions aux limites

Le modèle géométrique considéré dans cette étude se compose de barres de section carrée, infiniment longues et périodiquement distribuées en réseau aligné ou en quinconce (Fig. 1). Cette configuration est caractérisée par la taille d des éléments solides et par le même écartement L dans les directions longitudinale (x) et transversale (y). La porosité des deux réseaux s'écrit : $\varepsilon = 1 - \frac{S}{L^2}$ où S est la

section d'une barre, égale à d^2 . L'écoulement autour des barres a été supposé symétrique par rapport à la direction x de sorte que le domaine de calcul (Fig. 1, lignes en pointillés) se compose d'une longueur d'onde λ dans le sens de l'écoulement et de la longueur $L/2$ dans la direction transversale.

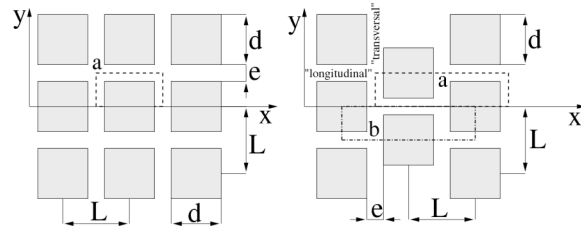


Figure 1 : Disposition des barres

L'écoulement est supposé laminaire, incompressible et à propriétés physiques constantes. La dissipation visqueuse a été négligée. Les équations de conservation dans le domaine fluide s'écrivent pour :

- la masse $\nabla \vec{U} = 0$ (1)

- la quantité de mouvement $\rho(\vec{U} \cdot \nabla \vec{U}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{U}$ (2)

- l'énergie $\rho c_p (\vec{U} \cdot \nabla T) = k_f \nabla^2 T$ (3)

La plupart des calculs ont été effectués avec la condition de source de chaleur de densité volumique q_v uniforme dans les barres. Dans ce cas, l'équation de l'énergie pour la phase solide s'écrit :

$$\nabla^2 T + q_v/k_s = 0$$
 (4)

L'écoulement est supposé entièrement développé à l'échelle du réseau. Des conditions de périodicité dans la direction x sont appliquées pour le champ de vitesse et pour le champ thermique :

$$\bar{\Theta}(x + \lambda, y) = \bar{\Theta}(x, y) \quad (5)$$

Les variables d'état (pression, température) peuvent être écrites comme la somme d'un gradient moyen et d'une composante périodique :

$$\phi(x, y) = \frac{d\phi}{dx}x + \tilde{\phi}(x, y) \quad (6)$$

avec
$$\tilde{\phi}(x + \lambda, y) = \tilde{\phi}(x, y) \quad (7)$$

Le gradient de pression moyen dp/dx est déduit des calculs tandis que le gradient de température moyen dT/dx est déterminé par un bilan thermique dans le domaine liquide ($dT/dx = q_v d^2 / 2\dot{M}c_p L$, \dot{M} : débit massique par unité de longueur dans la direction z).

Des conditions aux limites de symétrie ont été écrites sur les surfaces parallèles à la direction x . La condition d'adhérence et la continuité de température ont été assurées sur toutes les interfaces fluide/solide. Dans le cas de chauffage à température uniforme, q_v a été fixé à zéro et la température uniforme a été imposée sur les interfaces fluide/solide. En conséquence, les conditions périodiques thermiques ont été changées, comme cela est expliqué au §2.3.

L'écoulement peut être défini par la vitesse de Darcy u_D , moyenne sur toute la surface L^2 d'une maille. Re_d est alors basé sur u_D et la taille des barres d :

$$Re_d = u_D d / \nu \quad (8)$$

Le nombre de Nusselt s'écrit

$$Nu_d = \frac{\bar{\varphi} d}{(T_s - T_f)k_f} \quad (9)$$

où $\bar{\varphi}$, T_s et T_f sont respectivement la densité de flux de chaleur moyenne sur l'interface fluide/solide, la température moyenne sur la phase solide et sur la phase fluide.

2.2. Schéma numérique, maillage et précision des calculs

Les calculs numériques ont été effectués en double précision à l'aide du logiciel commercial Fluent 6.1.22 (méthode de volumes finis du second ordre, algorithme SIMPLEC). La convergence des calculs a été examinée à partir du gradient de pression et du flux de chaleur moyens (convergence pour des résidus $< 10^{-8}$ pour l'équation de conservation de la masse, $< 10^{-11}$ pour l'équation de conservation de l'énergie). Un maillage orthogonal produit par Gambit 2.1.2, a été utilisé avec une taille des mailles égale à $L/200$. Le maillage a été optimisé à 400×100 mailles pour le réseau en quinconce et 200×100 mailles pour le réseau aligné, dans les directions x et y respectivement. L'indépendance des résultats au maillage a été vérifiée.

2.3. Validation du modèle

La perméabilité a été trouvée en parfait accord avec les résultats de Martin et al. [6] pour des cylindres en réseau aligné et avec ceux de Nakayama et al. [8] pour des barres à section carrée en réseau aligné. Le modèle numérique a été aussi testé en régime d'écoulement laminaire, thermiquement et hydrauliquement pleinement développé dans un canal bidimensionnel de hauteur e et de longueur $2L$ (vitesse débitante U_b , température de paroi uniforme T_s). Dans ce cas, la condition périodique thermique ne peut pas être gardée sous la forme des équations (5-6). Selon la procédure recommandée par Kuwahara et al. [7], nous l'avons remplacée par la condition de profils de température adimensionnelle identiques à l'entrée et à la sortie du domaine de calcul :

$$\theta(y) = \frac{T - T_s}{T_b - T_s} \Big|_{x=0} = \frac{T - T_s}{T_b - T_s} \Big|_{x=2L} \quad (10)$$

Les calculs itératifs ont consisté à déterminer le profil de température à la sortie et à le réinjecter à l'entrée du canal jusqu'à ce que la convergence soit obtenue. Le nombre de Nusselt $Nu_{2e,b}$ a été normalisé avec le diamètre hydraulique $2e$, les températures de surface T_s et de mélange T_b . Il est tracé en fonction de $Pe (= U_b 2e/\alpha)$ sur la figure 2, qui compare les résultats des calculs présents à ceux de Ash cités par Shah et London [12] et à ceux de Kuwahara et al. [7]. La tendance générale de la variation $Nu_{2e,b} = f(Pe)$ ainsi que les tendances asymptotiques trouvées par Pahor et Strand [13] et Grosjean et al. [14], également cités dans [12], sont bien retrouvées par nos calculs ($Nu_{2e,b} = 7.54$ pour $Pe > 10-40$, influence de la conduction axiale pour $Pe < 10-40$).

3. Résultats

3.1. Chauffage à température uniforme

Pour un chauffage à température uniforme dans un réseau en quinconce, les échanges thermiques ont été calculés à l'aide du domaine de contrôle b (Fig. 1). Dans ce cas de chauffage et pour un réseau assez dense (faible porosité), il est judicieux de comparer les résultats du réseau complet à celui d'un canal unique de largeur e , en rapportant Re et Nu au diamètre hydraulique du canal :

$$Nu_{2e} = Nu_d 2e/d \quad (11)$$

$$Re_{2e} = 2 Re_d / \sqrt{1-\varepsilon} \quad (12)$$

$$Pe = Re_{2e} Pr \quad (13)$$

La figure 3 compare Nu_{2e} pour le réseau complet à celui d'un canal unique, ayant des conditions d'entrée hydrauliquement et thermiquement établies ou, à l'autre extrême, des profils de vitesse et de température uniformes. Les résultats du réseau complet sont en très bon accord avec le premier cas pour $Pe < 100$ et avec le second pour $Pe > 100$. Cette comparaison conforte nos résultats numériques et suggère que les calculs de Kuwahara et al. [7], effectués avec les mêmes conditions géométriques et thermiques, sous-estiment le coefficient d'échange. Ce cas de chauffage à température constante présente une difficulté numérique, car la température du fluide tend rapidement vers celle des parois lorsque le réseau est dense. Les écarts de température calculés à la sortie du domaine de calcul deviennent alors infinitésimaux. Cela limite les possibilités de calcul à des valeurs de Pe supérieures à 10, pour les faibles porosités.

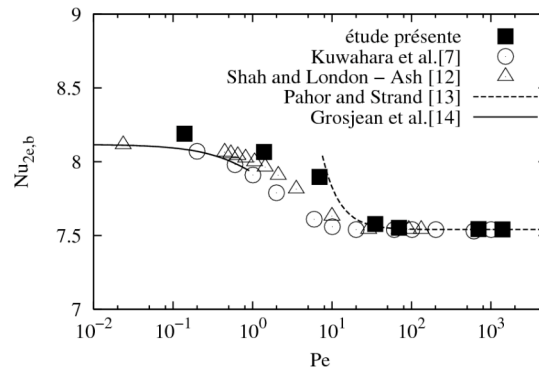


Figure 2 : Echange de chaleur dans un canal en régime laminaire développé. Influence de la conduction axiale.

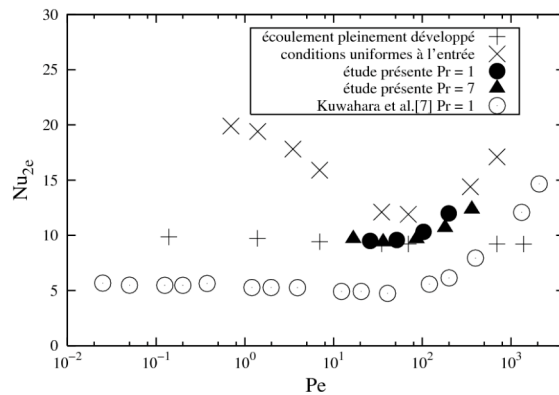


Figure 3 : Echange de chaleur dans le réseau. Chauffage à température uniforme. Comparaison avec deux cas extrêmes d'écoulement.

3.2. Chauffage à source volumique uniforme

Pour un chauffage à source volumique uniforme, le champ de température se compose alors d'un gradient moyen superposé aux variations locales dans le domaine de calcul. La condition de périodicité impose le même flux thermique longitudinal dans le fluide et dans le solide. Cependant, la température est presque uniforme dans chaque bloc solide du domaine de calcul car l'étude présente a considéré un solide de conductivité beaucoup plus élevée que celle du fluide ($k_s/k_f = 195$). Le réseau se compose alors de barres presque isothermes avec un saut de température d'une barre à la suivante. Cette situation est illustrée par la figure 4, qui représente le champ de température dans le domaine de contrôle. On peut remarquer que le fluide et le solide sont rapidement en équilibre thermique le long de chaque canal longitudinal. La distribution du nombre de Nusselt local $Nu_{2e,x}$ (défini Eq. 14) le long des canaux délimités par les éléments solides est tracée sur la figure 5.

$$Nu_{2e,x} = \frac{\varphi 2e}{k_f(T_s - T_m)} \quad (14)$$

Dans les canaux transversaux, deux nombres de Nusselt locaux ont été définis à partir de la densité de flux échangée sur chaque paroi, de la température de paroi et de la température de mélange du fluide. $Nu_{2e,x}$ tend très rapidement vers une valeur constante dans les canaux longitudinaux. Cette valeur est légèrement supérieure à 7.54, car les blocs solides ne sont pas exactement à une température uniforme. La précision des calculs devenant insuffisante près de B, les points correspondants n'ont pas été tracés. Dans les canaux transversaux, $Nu_{2e,x}$ est proche de 4, la constante associée au transfert par conduction dans un canal bordé par des parois à températures uniformes, mais différentes [12].

Globalement, l'ensemble des résultats peut se représenter par les corrélations suivantes :

$$\text{Pour } 0.05 < Re_d < 40 \quad Nu_d = a + b Re_d^m Pr^n \quad (15)$$

$$\text{avec } a = 3.02(1-\varepsilon)^{0.278} \exp(2.54(1-\varepsilon)) \quad m = 0.5$$

$$n = 0.2, \quad b = 0.44(1-\varepsilon) + 0.092 \quad \text{pour le réseau aligné}$$

$$n = 0.3, \quad b = 1.09(1-\varepsilon) + 0.357 \quad \text{pour le réseau en quinconce.}$$

A faible nombre de Reynolds, la comparaison des résultats obtenus à température uniforme et à densité volumique uniforme (Fig. 6) révèle la faible influence de la condition de chauffage sur le nombre de Nusselt global dans les conditions de l'étude ($k_s/k_f = 195$). Des écarts entre les deux cas se manifestent à faible porosité et diminuent lorsque le nombre de

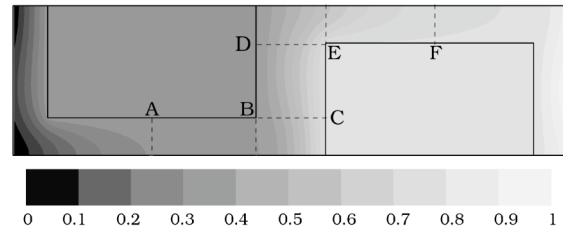


Figure 4 : Chauffage à source volumique uniforme dans les barres. Champ de température adimensionnelle. Domaine de contrôle a de la Fig.1 (réseau en quinconce). $Pr = 7$, $Re_d = 0.5$, $\varepsilon = 0.44$.

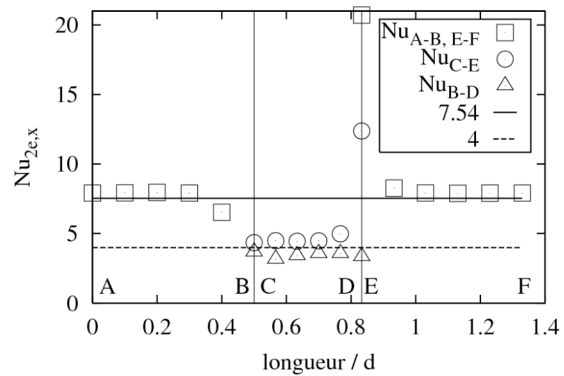


Figure 5 : Chauffage à source volumique uniforme dans les barres. Distribution du nombre de Nusselt local. $Pr=7$, $Re_d=0.5$, $\varepsilon=0.44$.

Prandtl est augmenté. La différence entre les deux cas est essentiellement due à la contribution différente des parois latérales BD et CE au transfert thermique global.

4. Conclusion

L'étude présente a permis d'établir des corrélations pour le transfert de chaleur en régime établi dans un réseau de barres chauffées à température ou source volumique uniformes. A température uniforme et pour un réseau de faible porosité, le transfert de chaleur est bien représenté par les lois d'échange établies dans un canal unique. La condition de chauffage a une faible influence sur le nombre de Nusselt. L'écart entre les deux cas envisagés augmente lorsque la porosité et le nombre de Prandtl sont diminués.

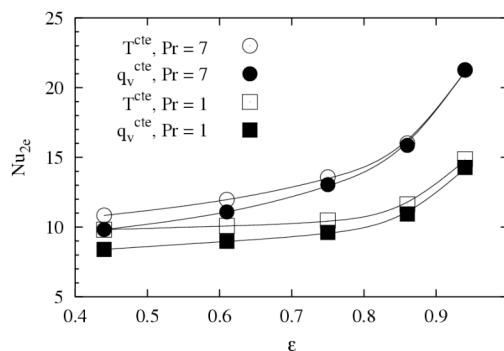


Figure 6 : Influence de la condition aux limites thermique sur le transfert de chaleur, $Re_d = 5$.

5. Références

- [1] A. Zukauskas, Convective heat transfer in cross flow. In *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer* (Edited by S. Kakac, R. K. Shah and W. Aung), Chap.6. Wiley, New York (1987).
- [2] D. A. Edwards, M. Shapiro. P. Bar-Yoseph, and M. Shapira, The influence of Reynolds number upon the apparent permeability of spatially periodic arrays of cylinders, *Phys. Fluids A*, 2 (1990), N°1, 45-55.
- [3] D. L. Koch and A. J. C. Ladd, Moderate Reynolds number flows through periodic and random arrays of aligned cylinders, *J. Fluid Mech.*, 349 (1997) 31-66.
- [4] T. D. Papathanasiou, B. Markicevic and E. D. Dendy, A computational evaluation of the Ergun and Forchheimer equations for fibrous porous media, *Phys. Fluids*, 13 (2001), 2795-2804.
- [5] B. Markicevic and T. D. Papathanasiou, On the apparent permeability of regular arrays of nonuniform fibers, *Phys. Fluids*, 14 (2002) 3347-3349.
- [6] A. R. Martin, C. Saltiel and W. Shyy, Frictional losses and convective heat transfer in sparse, periodic cylinder arrays in cross flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41 (1998) N°15, 2383-2397.
- [7] F. Kuwahara, M. Shirota, and A. Nakayama, A numerical study of interfacial convective heat transfer coefficient in two-energy equation model for convection in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 44 (2001) 1153-1159.
- [8] A. Nakayama, F. Kuwahara and T. Hayashi, Numerical modelling for three-dimensional heat and fluid flow through a bank of cylinders in yaw, *J. Fluid Mech.* 498 (2004), 139-159.
- [9] R.P. Taylor, H.W. Coleman and B.K. Hodge, "Prediction of Turbulent Rough-Wall Skin Friction Using a Discrete Element Approach", *J. Fluids Eng.* (1985) 107, 251-257.
- [10] R.P. Taylor, H.W. Coleman and B.K. Hodge, Prediction of Heat Transfer in Turbulent Flow Over Rough Surfaces, *J. Heat Transfer*, 111 (1989) 568-572.
- [11] R. Bavière, G. Gamrat, M. Favre-Marinet and S. Le Person, Modelling of laminar Flows in Rough - Wall Microchannels, *J. Fluids Engineering* 128 (2006) 734-741.
- [12] R.K. Shah R.K. and A.L. London, *Laminar flow forced convection in ducts*, *Advanced Heat Transfer*, ch. 6, Academic Press, New York, 1978.
- [13] S. Pahor and J. Strand, A note on heat transfer in laminar flow through a gap, *Appl. Sci. Res.*, Sect. A, 10 (1961) 81-84.
- [14] C.C. Grosjean, S. Pahor and J. Strand, Heat transfer in laminar flow through a gap, *Appl. Sci. Res.*, Sect. A, 11 (1963) 292-294.
- [15] A. E. Scheidegger, *The physics of flow through porous media*, (1963), University of Toronto.