

Reconstruction de sources 2D pour applications thermomécaniques : stratégie de régularisation.

Norbert RENAULT^{1*}, Stéphane ANDRE¹, Christian CUNAT¹

¹Laboratoire d’Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMETA, UMR CNRS 7563)

2, avenue de la Forêt de Haye, BP 160 – 54004 Vandoeuvre-lès-Nancy

* (auteur correspondant : norbert.renault@ensem.inpl-nancy.fr)

Contexte et objectifs - Dans le but d’estimer les sources de chaleur d’origine thermomécaniques produites par un matériau soumis à un chargement mécanique, une technique de reconstruction basée sur une formulation pseudo adjointe est mise en oeuvre. Une stratégie de régularisation basée sur l’extraction préliminaire d’information a priori sur le champ moyen recherché répond au problème.

1. Méthode

La méthode est basée sur l’optimisation de la distance quadratique entre champ de température mesuré $T(x, y, t)$ et champ de température modélisé $\theta(x, y, t)$, qui doit vérifier d’une part l’équation de la chaleur avec le terme source inconnu $q(x, y, t)$ (formulation de type adjointe) et d’autre part les conditions aux limites et initiales lues sur le film thermographique. On ajoute à cette fonctionnelle un terme de régularisation, de type pénalisation, qui permet à l’algorithme d’obtenir une solution approchée du problème inverse plus stable i.e. moins ‘sensible’ au bruit présent sur $T(x, y, t)$.

Le Lagrangien à minimiser $J_\alpha(\theta, \mu, q)$ peut se décomposer en trois termes :

$$J_\alpha(\theta, \mu, q) = \iint_{V^*T} (T(x, y, t) - \theta(x, y, t, q))^2 dVdt + \iint_{V^*T} \mu(x, y, t) F(\theta, q) dVdt + \alpha \iint_{V^*T} (q(x, y, t) - \tilde{q}(x, y, t))^2 dVdt \quad (1)$$

Distance entre la mesure $T(x, y, t)$ et le modèle $\theta(x, y, t)$
Vérification de l’équation de la chaleur en tout point du domaine.
Terme de régularisation

avec la forme adimensionnelle classique de l’équation de la chaleur suivante :

$$F(\theta, q) = \frac{\partial \theta}{\partial t} - \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + 2Bi\theta - q \quad (2)$$

2. Validation de la méthode

La méthode de reconstruction de source 2D est validée en s’appuyant sur des champs de température simulés pour des sources de chaleur connues, que l’on fait dépendre de l’espace et du temps. Il est ainsi possible de tester l’aptitude de l’algorithme à localiser spatialement une source et à suivre sa dynamique temporelle. Une stratégie de régularisation est inévitable et nous a conduit au schéma suivant :

- Une première phase d’identification avec l’algorithme sans régularisation permet de déterminer \tilde{q} , valeur la moyenne spatiale de la source recherchée (dépendant du temps)
- Une détermination du coefficient de régularisation α est fournie selon le critère de la L-curve.
- Une seconde identification opérée en activant la régularisation permet d’estimer de manière relativement correcte la source recherché à partir de signaux préalablement bruités.