

# Résolution des phénomènes radiatifs par un modèle modal sous-structuré

Benjamin GAUME<sup>1</sup>, Frédéric JOLY<sup>1</sup>, Olivier QUEMENER<sup>1\*</sup>.

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry

Antenne de Brétigny sur Orge, IUT d'Evry Val d'Essonne, Département GTE, Chemin de la Tuilerie – 91731 Brétigny sur Orge

\*(auteur correspondant : [o.quemener@iut.univ-evry.fr](mailto:o.quemener@iut.univ-evry.fr))

**Résumé :** Nous avons présenté précédemment [1] un modèle réduit modal de type coque pour un problème d'enceintes thermiques caractérisé par un couplage entre la température des parois et la température de l'air de l'enceinte, avec une technique de sous-structuration qui permet de traiter des problèmes industriels (plusieurs dizaines de milliers de nœuds) en un temps très court. Néanmoins, la nécessité de prendre en compte les phénomènes radiatifs entre l'ensemble des surfaces a été montrée. L'étude proposée ici présente la pertinence des modèles modaux pour la réduction des phénomènes radiatifs. Une configuration simplifiée permet de démontrer l'efficacité de ces modèles, qui sont par la suite appliqués à une véritable géométrie industrielle.

## Nomenclature

$c$	capacité thermique [ $J.m^{-3}.K^{-1}$ ]	$t$	temps [ $s$ ]
$k$	conductivité thermique [ $W.m^{-1}.K^{-1}$ ]	$x$	état d'excitation d'un mode
$h$	coefficient de convection [ $W.m^{-2}.K^{-1}$ ]	$z$	valeur propre d'un mode [ $s^{-1}$ ]
$T$	température [ $K$ ]		
$e$	épaisseur d'une paroi [ $m$ ]		Symboles grec
$N$	dimension du modèle complet	$\Omega$	domaine
$\tilde{N}$	dimension du modèle réduit	$\Gamma$	frontière
$M$	point de l'espace	$\varepsilon$	écart entre modèles [ $K$ ]

## 1. Introduction

Des travaux précédents [2] ont montré l'intérêt d'utiliser des modèles réduits modaux dès lors qu'il s'agit d'effectuer des simulations numériques de problèmes de diffusion thermique pour des géométries nécessitant un grand nombre de degrés de liberté. L'application traitée [1] portait sur la simulation d'éléments de méthaniens, appelés cofferdams, qui assurent le maintien mécanique entre deux cuves de GNL à une température de 110 K et qui sont constitués d'un grand ensemble d'enceintes (voir Fig.1). Afin d'éviter un risque de rupture mécanique liée à une température trop froide des éléments en acier du cofferdam, ce dernier est muni d'un système de chauffage composé de deux tubes dans lesquels circule de l'eau glycolée permettant de maintenir une température supérieure à la température de rupture (estimée à 278 K pour un acier standard). Une problématique majeure est l'arrêt de ce système de réchauffage entraînant un refroidissement du cofferdam et la mise en danger du navire, d'où la nécessité de connaître de façon précise l'intégralité du champ thermique des plaques en acier afin de détecter les points froids.

Jusqu'à présent, les phénomènes radiatifs étaient extrêmement simplifiés dans ce modèle, puisqu'ils étaient intégrés dans la partie convective. Or compte tenu des forts écarts de température entre les parois (à 5°C) et les tubes de réchauffage (à 65°C), on peut s'attendre à ce que le rayonnement joue un rôle non négligeable dans les échanges thermiques.

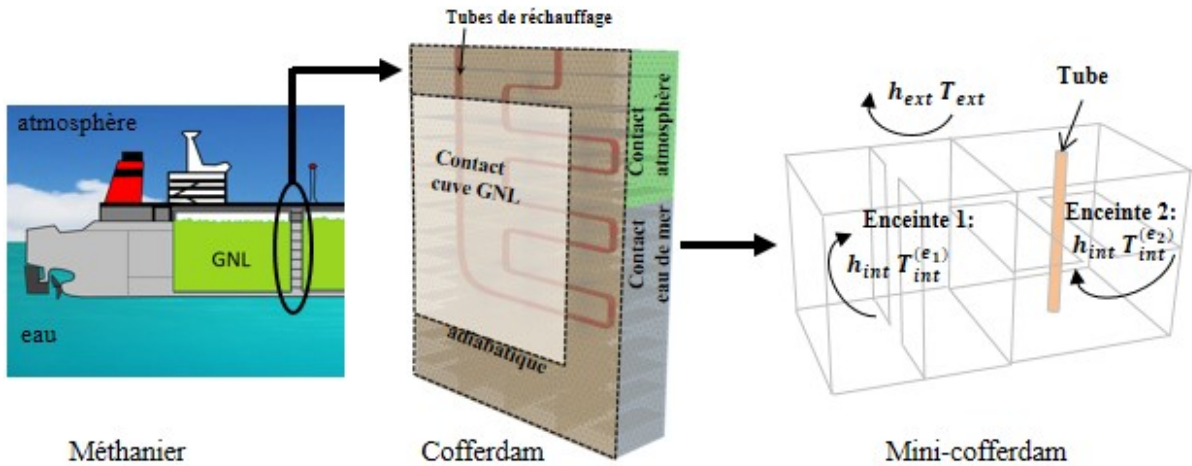


Figure 1 : Position du problème

La modélisation du rayonnement par la méthode des radiosités entraîne une augmentation très importante du coût de calcul tant en mémoire qu'en temps. Ainsi actuellement pour une simulation sur un PC portable, son utilisation est restreinte à des géométries simples et peu maillées. On se propose ici de coupler les méthodes modales avec la méthode des radiosités.

## 2. Résolution par la méthode des éléments finis

### 2.1. Problème physique simplifié

Compte tenu de la complexité du problème, l'étude est effectuée pour une configuration élémentaire, appelée mini-cofferdam, qui reprend de façon très simplifiée les spécifications d'un véritable cofferdam : cette géométrie est constituée de deux enceintes et un tuyau de réchauffage. Chaque enceinte est munie de parois métalliques faisant office de raidisseurs mécaniques (figure 2). Pour évaluer l'influence du rayonnement, la simulation consiste ici en une montée en température du système par le tube de réchauffage (pendant 30 000s), à partir d'une température uniforme correspondant à la température minimale admissible (278 K).

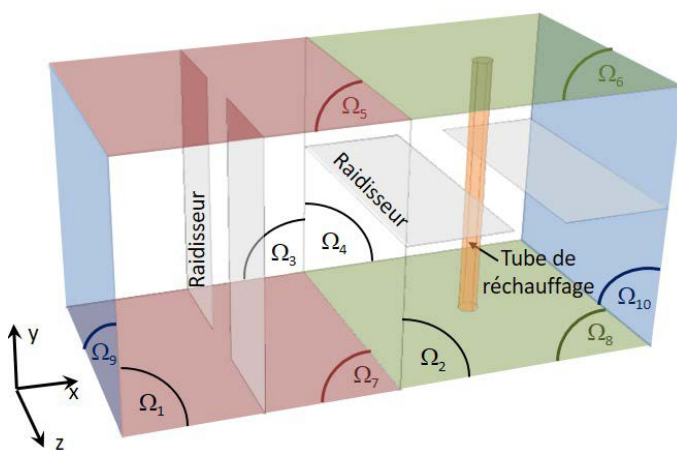


Figure 2 : Détail du mini-cofferdam

Référence	Plan	Fluide extérieur	Epaisseur (cm)
$\Omega_1$	XY	Eau	1
$\Omega_2$	XY	Air	0,5
$\Omega_3$	XY	GNL	1
$\Omega_4$	XY	Air	1,5
$\Omega_5$	XZ	Eau	1
$\Omega_6$	XZ	Air	1,5
$\Omega_7$	XZ	Air	1
$\Omega_8$	XZ	Air	1,5
$\Omega_9$	YZ	Eau	1
$\Omega_{10}$	YZ	Air	1,5

Tableau 1 : Sollicitations extérieures

Les parois du mini-cofferdam sont caractérisées par des épaisseurs  $e$  différentes et des caractéristiques thermiques constantes ( $k = 45 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $c = 3,4 \text{ MJ.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$ ). Les conditions aux limites choisies sont celles issues de l'US Coast Guard (organisme fédéral américain imposant des normes de calcul). Sur les surfaces extérieures  $\Omega_{ext}$ , (tableau 1) le cofferdam est

en contact avec l'atmosphère ( $h_{atm} = 14 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ,  $T_{atm} = 255 \text{ K}$ ), la mer ( $h_{eau} = 120 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ,  $T_{eau} = 273 \text{ K}$ ) et la cuve isolée contenant le GNL ( $h_{GNL} = 0,2 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ,  $T_{GNL} = 110 \text{ K}$ ). On note  $h_{ext}$  et  $T_{ext}$  l'ensemble de ces différentes sollicitations thermiques extérieures (atmosphère, mer, GNL). Le tube en acier est à la température du fluide caloporteur (eau glycolée à 338 K).

La modélisation des transferts de chaleur associée à cette géométrie fait apparaître plusieurs spécificités :

- Comme validé précédemment [1], on utilise un modèle de type coque [3]. La température  $T$  est donc fonction de  $(\eta, \zeta)$ , qui sont les coordonnées locales dans le plan défini par les parois des surfaces  $\Omega_c$ , soit  $T(x, y, z) = T(\eta, \zeta)$ .
- Pour chaque enceinte fermée, un échange convectif s'effectue entre les parois internes de l'enceinte et l'air intérieur considéré à température uniforme inconnue  $T_{int}^{(e)}$ , selon un coefficient d'échange constant ( $h_{int} = 4 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ). Notons que les parois du tube traversant l'enceinte font partie de la surface  $\Omega_{int}^{(e)}$  prise en compte. En négligeant l'inertie de l'air, un simple bilan thermique sur chaque enceinte fermée amène alors :

$$T_{int}^{(e)}(T) = \frac{\int_{\Omega_{int}^{(e)}} T \, d\Omega}{\int_{\Omega_{int}^{(e)}} d\Omega} \quad (1)$$

- La prise en compte de résistances de contact entre différentes surfaces s'effectue par le découpage du domaine  $\Omega$  en  $N_d$  sous-domaines  $\Omega^{(k)}$  [4], qui fait apparaître un nombre  $N_{fc}$  de frontières communes à deux sous-domaines  $\Omega^{(i)}$  et  $\Omega^{(j)}$ , notées  $\Gamma_{st}^{(l)}$ , et sur laquelle une condition de saut de température noté  $[T]_{(i,j)} = T^{(i)} - T^{(j)}$  est appliquée, liée à une résistance de contact  $R_{TC}$ .
- Le rayonnement est modélisé par la méthode des radiosités, dans laquelle on considère que toutes les parois peuvent se définir comme la somme de surfaces isothermes et à propriétés radiatives uniformes. Ces zones sont appelées des patches, et l'on peut alors définir un flux net perdu par un patch  $\bar{\varphi}_j$  à partir de la température moyenne d'un patch  $\bar{T}_i$  (Eq. (2)).

$$\sum_{i=1}^{N_p} \left[ \frac{\delta_{ij}}{\varepsilon_i} - \left( \frac{1}{\varepsilon_i} - 1 \right) F_{ji} \right] \bar{\varphi}_i = \sum_{i=1}^{N_p} (\delta_{ij} - F_{ji}) \sigma \bar{T}_i^4, \quad (2)$$

où

$$\bar{T}_i = \frac{\int_{\Omega_{pi}} T \, d\Omega}{\int_{\Omega_{pi}} d\Omega}, \quad (3)$$

et  $F_{ji}$  est le facteur de forme du patch  $j$  vers le patch  $i$ , et  $N_p$  le nombre de patches.

L'inversion de l'Eq. (4) amène sous forme discrète :

$$\bar{\varphi}_j = \sum_{i=1}^{N_p} r_{ij} \bar{T}_i^4 \quad (4)$$

L'équation de la chaleur sous forme variationnelle définie sur l'intégralité de la structure  $\Omega$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{N_d} \int_{\Omega_c^{(k)}} e c \frac{\partial T^{(k)}}{\partial t} f^{(k)} d\Omega &= - \sum_{k=1}^{N_d} \int_{\Omega_c^{(k)}} e k \bar{\nabla} T^{(k)} \cdot \bar{\nabla} f^{(k)} d\Omega + \sum_{l=1}^{N_{fc}} \int_{\Gamma_{st}^{(l)}} \frac{e}{R_{TC}} [T]_{(i,j)} [f]_{(i,j)} d\Gamma \\
&- \sum_{k=1}^{N_d} \left( \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_{int}^{(k,e)}} h_{int} T^{(k)} f^{(k)} d\Omega \right) - \sum_{k=1}^{N_d} \left( \int_{\Omega_{ext}^{(k)}} h_{ext} T^{(k)} f^{(k)} d\Omega \right) \\
&+ \sum_{k=1}^{N_d} \left( \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_{int}^{(k,e)}} h_{int} T_{int}^{(k)}(T) f^{(k)} d\Omega \right) + \sum_{k=1}^{N_d} \left( \int_{\Omega_{ext}^{(k)}} h_{ext} T_{ext} f^{(k)} d\Omega \right) \\
&+ \sum_{k=1}^{N_d} \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \left( r_{ij} \bar{T}_i^4 \int_{\Omega_{pj}^{(k)}} f^{(k)} d\Omega \right)
\end{aligned} \tag{5}$$

avec  $f^{(k)} \in H_1(\Omega^{(k)})$ , fonction d'essai de chaque corps  $\Omega^{(k)}$ .

## 2.2. Résolution par éléments finis : le modèle détaillé

La discrétisation du problème (5) par éléments finis de type P1 amène le problème matriciel suivant, en respectant l'ordre des termes précédents:

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}} &= [\mathbf{K} + \mathbf{J}_{st} + \mathbf{H}_{int} + \mathbf{H}_{ext}] \mathbf{T} + \mathbf{H}_{int} \mathbf{T}_{int}(\mathbf{T}) + \mathbf{U}_0 + \mathbf{D}_{ray} \bar{\mathbf{T}}^4 \\
&= [\mathbf{A} + \mathbf{J}_{st}] \mathbf{T} + \mathbf{H}_{int} \mathbf{T}_{int}(\mathbf{T}) + \mathbf{U}_0 + \mathbf{D}_{ray} \bar{\mathbf{T}}^4
\end{aligned} \tag{6}$$

Le terme  $\mathbf{A}$  rassemble les termes de diffusion et convection propres à chaque sous-domaine, le terme  $\mathbf{J}_{st}$  correspond aux termes de couplage entre les sous-domaines par l'intermédiaire de la résistance de contact.

La matrice  $\mathbf{H}_{int}$  correspond au terme de convection avec l'air intérieur de chaque enceinte du domaine, où  $\mathbf{T}_{int}$  est le vecteur de température d'air de chaque enceinte, obtenu par résolution de l'équation (1), qui s'exprime sous forme discrète par :

$$\mathbf{T}_{int} = \mathbf{U}_{cpl} \mathbf{T} \tag{7}$$

avec  $\mathbf{U}_{cpl}$  matrice de dimension  $(N_e, N)$ .

Enfin,  $\mathbf{D}_{ray}$  est la matrice de rayonnement directement reliée au vecteur  $\bar{\mathbf{T}}$  de dimension  $(N_p)$ , où chaque terme est la température moyenne élevée à la puissance 4. Puisque ce terme de rayonnement ne permet pas une résolution directe du système, on choisit lors de la discrétisation temporelle d'utiliser un schéma semi-implicite pour la résolution, qui compte tenu de la relation (3) amène :

$$\mathbf{D}_{ray} \bar{\mathbf{T}}^4 \approx \mathbf{D}_{lin} \left( \bar{\mathbf{T}}^3(t) \right) \bar{\mathbf{T}}(t + \delta t) = \mathbf{H}_{ray} \left( \bar{\mathbf{T}}(t) \right) \mathbf{T}(t + \delta t) \tag{8}$$

Avec cette formulation, l'équation discrète du problème est ainsi caractérisée par des matrices de grandes tailles (liées au maillage) et pleines.

### 3. Méthode modale

#### 3.1. Principe

Le découpage du domaine complet en  $N_d$  sous-domaines  $\Omega^{(k)}$ , délimités par leurs frontières  $\Gamma^{(k)}$ , permet de calculer une base de Branche pour chaque sous-domaine, obtenue par la résolution d'un problème aux valeurs propres qui s'écrit :

$$\forall M \in \Omega^{(k)}, \quad k \nabla^2 V_i^{(k)} = z_i^{(k)} c V_i^{(k)} \quad (9)$$

$$\forall M \in \Gamma^{(k)}, \quad k \vec{\nabla} V_i^{(k)} \cdot \vec{n} = -z_i^{(k)} \zeta V_i^{(k)} \quad (10)$$

où  $z_i^{(k)}$  et  $V_i^{(k)}$  sont respectivement les valeurs propres et les vecteurs propres de la base de branche. Le nombre de Steklov  $\zeta$  permet l'homogénéité dimensionnelle de la condition aux frontières et évite la dégénérescence du problème modal de branche.

A partir des différentes bases complètes et en s'appuyant sur la connaissance d'un modèle de référence différent du cas traité (on choisit ici des valeurs de coefficients de convection  $h_{ext}$  et  $h_{int}$  deux fois plus faibles), une technique dite d'amalgame [5] permet la réduction de chaque base correspondant aux différents sous-domaines  $\Omega^{(k)}$  du domaine  $\Omega$ . On obtient ainsi pour chaque corps une base réduite  $\left( \tilde{z}_i^{(k)}, \tilde{V}_i^{(k)} \right)$ . On définit  $\widehat{V}_i^{(k)}$  l'extension d'un vecteur  $\tilde{V}_i^{(k)}$  prolongé par zéro sur l'intégralité du domaine  $\Omega$ . Tout champ de température sur le domaine complet  $\Omega$  peut alors se projeter sur la base réduite complète de dimension  $\widehat{N} = \sum_I^{N_d} \widehat{N}^{(k)}$  :

$$T(M, t) \approx \sum_{k=1}^{N_d} \sum_{i=1}^{\widehat{N}^{(k)}} \tilde{x}_i^{(k)}(t) \tilde{V}_i^{(k)}(M) \cong \sum_{p=1}^{\widehat{N}} \widehat{x}_p(t) \widehat{V}_p(M) \quad (11)$$

Soit sous forme discrète en notant  $\widehat{\mathbf{V}}[N_{STR}, \widehat{N}]$  :

$$\mathbf{T}(M, t) \approx \widehat{\mathbf{V}}(M) \widehat{\mathbf{X}}(t) \quad (12)$$

#### 3.2. Equation d'état et résolution du problème sous-structuré réduit

L'équation d'état sous forme discrète s'obtient en remplaçant dans le problème (6) le champ de température  $\mathbf{T}(M, t)$  par sa projection dans la base modale réduite (Eq. (12)), la discrétisation temporelle du rayonnement de l'équation (8) et chaque fonction d'essai  $f^{(k)}$  est exprimée comme un des vecteurs  $\widehat{V}_q$  de la base.

$$\left[ \widehat{\mathbf{V}}^t \mathbf{C} \widehat{\mathbf{V}} \right] \frac{d\mathbf{X}}{dt} = \left[ \widehat{\mathbf{V}}^t \left( \mathbf{K} + \mathbf{J}_{st} + \mathbf{H}_{int} + \mathbf{H}_{ext} + \mathbf{H}_{cpl} + \mathbf{H}_{ray}(\overline{\mathbf{T}}(t)) \right) \widehat{\mathbf{V}} \right] \mathbf{X} + \widehat{\mathbf{V}}^t \mathbf{U}_0 \quad (10)$$

Notons que l'équation d'état du problème amenant des matrices pleines de taille réduite, l'expression de la température de l'air intérieur de chaque enceinte  $T_{int}^{(e)}$  en fonction des températures des parois (Eq. (1)) est cette fois directement intégrée dans l'équation de la chaleur (Eq. (2)).

Par ailleurs, on remarquera la nécessité de repasser dans l'espace des températures pour le calcul des températures moyennes des patches.

## 4. Résultats

Pour analyser l'influence de la taille des patches, 3 modèles ont été utilisés :

- le modèle **R1** : un patch correspond à une maille,
- le modèle **R2** : un patch correspond à une surface  $\Omega_i$  (définie figure 2)
- le modèle **R3** : un patch correspond à l'ensemble des surfaces définissant une enceinte. Après linéarisation du terme radiatif autour d'une valeur optimale, ce modèle revient à un simple coefficient d'échange  $h_{int} = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

### 4.1. Etude de la précision du modèle de rayonnement (modèles détaillés)

On reprend ici la géométrie de la figure 2, constituée de trois sous-structures (2 enceintes et un tuyau de réchauffage). Le modèle R1 détaillé a pu être validé par rapport au logiciel COMSOL Multiphysics (Le Module Heat Transfer utilisant la méthode des radiosités sur chaque élément fini, amène un écart moyen entre les deux modèles de l'ordre de 0.3 K). Ce modèle R1 sert donc de référence pour l'ensemble de nos simulations détaillées et réduites. La plage de température de cette simulation est de 91K.

L'histogramme présentée en figure 3a quantifie l'erreur sur l'ensemble des pas de temps de la simulation et l'ensemble des points entre les modèles R2 et R3 par rapport au modèle R1.

Le modèle R3 qui utilise un simple coefficient d'échange est peu précis : l'erreur maximum atteint 2,5 K, et 25% des erreurs sont supérieures à 0,5 K. Ces valeurs ont de surcroît été obtenues avec un coefficient de linéarisation de rayonnement optimal, calculé à partir de la connaissance des champs de température. On voit donc les limites de l'utilisation de ce type de modèle simple.

Le modèle R2 est nettement plus précis puisque 94% des valeurs affichent une erreur inférieure à 0,3 K avec une erreur maximum égale à 1,4 K. Il reste ainsi suffisamment précis par rapport aux contraintes industrielles.

Le tableau 2 synthétise les différents temps de calcul et la mémoire utilisée lors des différentes étapes (construction et résolution), notamment pour les différents types de modèles complets. Il montre ainsi que l'utilisation d'un modèle utilisant la méthode des radiosités nécessite un investissement important en termes de temps pour le calcul des facteurs de forme. Il met par ailleurs en exergue l'importance des besoins en mémoire pour la construction du modèle de type R1 (modèle à 9258 patches), alors que le modèle R2 qui n'utilise qu'un nombre limité de patches (35 surfaces), est bien moins gourmand. On voit là tout l'intérêt de ce type de modèle.

### 4.2. Etude de la réduction sur le modèle de rayonnement

La technique de réduction modale a été appliquée à ce cas de mini-cofferdam. On choisit deux modèles réduits d'ordre 100 et 150, en testant pour chacun d'entre eux les deux modèles de rayonnement R1 et R2. L'erreur de ces 4 modèles est calculée par rapport au modèle détaillé de type R1.

Pour un modèle réduit d'ordre 100 (Fig. 3b), les deux modèles R1 et R2 ont des résultats similaires avec une précision acceptable (erreur maximum  $\varepsilon_{max} = 1,85\text{K}$ , erreur moyenne  $\bar{\varepsilon} \approx 0,13\text{K}$ ). L'erreur liée à la réduction de modèle est ainsi prépondérante devant celle liée au choix du modèle de rayonnement.

Pour un modèle d'ordre 150 (Fig. 3c), la précision du modèle réduit est alors suffisamment forte pour faire apparaître l'influence du modèle de rayonnement, avec de manière logique un modèle réduit R1 plus performant que le modèle réduit R2. On note que dans ce cas, les résultats sont plus précis que ceux obtenus avec le modèle d'ordre 100 ( $\varepsilon_{max} = 0,91K$  et  $\bar{\varepsilon} \approx 0,10K$ ).

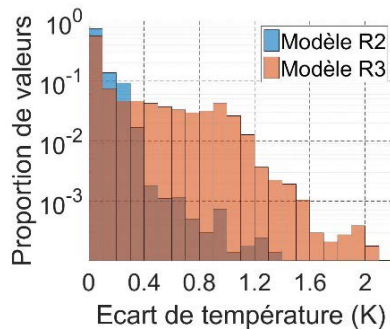


Fig. 3a : modèles détaillés R2 et R3

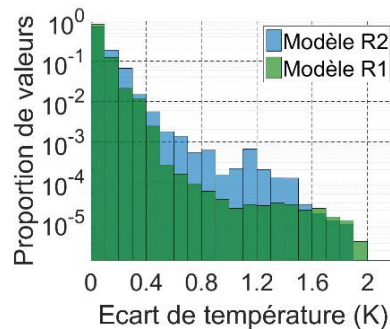


Fig. 3b : Modèles réduits d'ordre 100

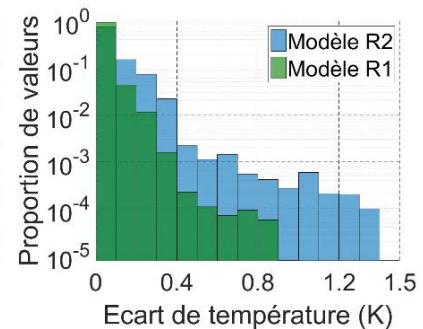


Fig. 3c : Modèles réduits d'ordre 150

Figure 3 : Histogramme d'erreurs de différents modèles par rapport au modèle détaillé R1

La figure 4 permet de visualiser le champ de température ainsi que l'erreur obtenue avec un modèle réduit d'ordre 100 de type R2 pour un temps donné.

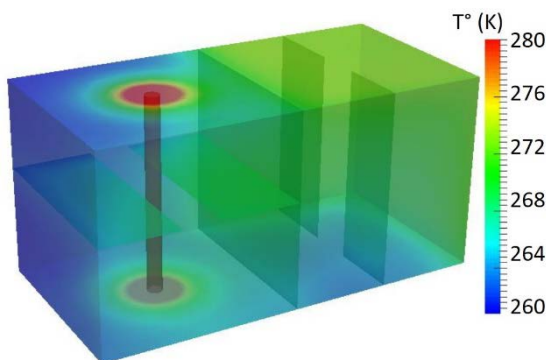


Fig 4a : Champ de température (échelle limitée à 280K)

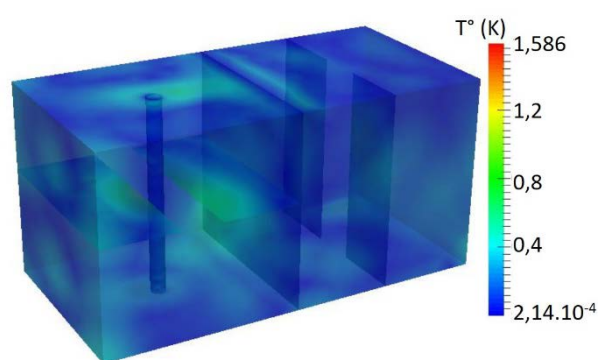


Fig. 4b : Champ d'erreur absolue

Figure 4 : Modèle réduit d'ordre 100 de type R2 au temps  $t = 10\,900$  s

On reprend le tableau 2, en comparant cette fois modèles détaillés et modèles réduits. Dès lors que l'on utilise la méthode des radiosités, ce tableau montre que les contraintes en termes de temps et de besoins mémoire sont les mêmes pour la phase de création du modèle réduit que celles existant pour un modèle détaillé. Par contre lors de la phase de résolution, on note d'une part que les besoins en mémoire diminuent de façon importante, et d'autre part que le gain de temps est notable. Un bon compromis est ainsi le modèle réduit de type R2, qui pour un coût de construction de modèle acceptable, permet de conserver une précision de l'ordre du Kelvin avec un temps de résolution 1200 fois plus faible que celui nécessaire au problème réel, avec un besoin en mémoire 9 fois plus faible.

Etapas	Modèle détaillé			Modèle réduit 100 modes		
	R1	R2	R3	R1	R2	R3
Mémoire pour la construction (Mo)	2000	640	0	2000	640	0
Temps création de la base réduite (s)	26	26	26	26	26	26
Temps calcul des facteurs de forme (s)	360	360	0	360	360	0
Temps création de la matrice radiosités (s)	800	0,2	0	800	0,2	0
Mémoire pour la résolution (Mo)	1100	450	25	350	50	30
Temps résolution du problème (s)	1196	1042	6,5	23	0,87	0,8

Tableau 2 :  $t_{CPU}$  et mémoire

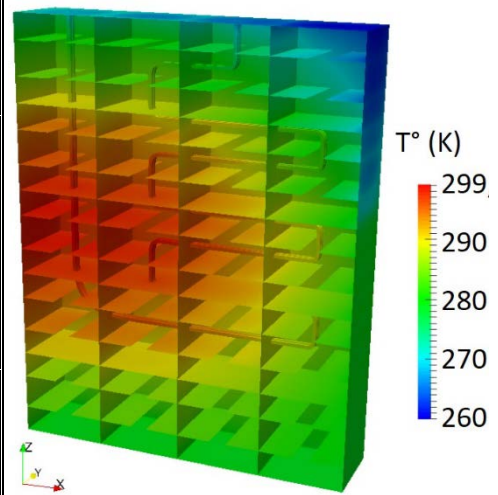


Figure 5 : Cas industriel : champ de température à  $t = 30\,000$  s

## 5. Conclusion

L'objectif de cette étude était triple : il s'agissait d'étudier la nécessité d'utiliser un modèle de rayonnement fin pour le problème posé, de développer un modèle radiatif acceptable en termes de coût de construction, et enfin de vérifier la réductibilité du modèle ainsi construit.

Les résultats de l'analyse effectuée sur le cas simple du mini-cofferdam a tout d'abord montré que l'erreur faite par l'utilisation d'un rayonnement simplifié (type R3) ne satisfait pas aux objectifs industriels (erreur maximum acceptable de l'ordre du Kelvin). L'utilisation d'une méthode précise (modèle R1) entraîne par contre un surcoût important qui n'est pas envisageable pour une simulation sur une configuration complexe. Toutefois, l'utilisation conjointe de la technique de réduction modale et de la méthode des radiosités avec des patches grossiers (modèle R2) a permis une simulation à la fois rapide et précise, moyennant un coût acceptable pour le calcul des matrices de rayonnement et des bases modales. Ainsi, il a été possible d'effectuer des simulations sur un véritable cofferdam caractérisé par un maillage de 34 748 nœuds (Fig. 5), dans des délais courts et avec un matériel informatique standard (Core i7, 2,9 GHz, 32 Go de RAM). Notons qu'avec ce matériel aucun autre modèle n'a pu être simulé, à l'exception des modèles très simplifiés de type R3 qui entraînent des erreurs maximum supérieures à 3,2 K.

## Références

- [1] B. Gaume, F Joly, O. Quéméner, Développement d'une technique de sous-structuration adaptée à des modèles réduits modaux, SFT2016, 31 mai - 3 juin 2016, Toulouse, France.
- [2] O. Quéméner, A. Neveu, E. Videcoq, A specific reduction method for the branch modal formulation: Application to a highly non-linear configuration, IJTS, 46, (2007), 890-907
- [3] EDF Code\_Aster, Formulation d'un modèle de thermique pour les coques minces, (2013)
- [4] P. O. Laffay, O. Quéméner, A. Neveu, Developing a method for coupling branch modal models, IJTS, 48, (2009), 1060-1067.
- [5] O. Quéméner, F. Joly, and A. Neveu, The generalized amalgam method for modal reduction, Int. J. Heat and Mass Transfer, 55 (2012), 1197-1207