

Caractérisation thermophysique de dépôts surfaciques sur composant face au plasma : quelle modélisation thermique du couple dépôt-substrat ?

Clément MONET-VIDONNE^{1*}, Nathalie EHRET¹, G. GIACOMETTI², C. MARTIN², M. DIEZ³, Fabrice RIGOLLET¹, Jonathan GASPARD¹, Jean-Laurent GARDAREIN¹, et la WEST team**

¹ Aix Marseille Univ, CNRS, IUSTI, Marseille, France

² Aix Marseille Univ, CNRS, PIIM, Marseille, France

³ CEA, Institute for Research on Fusion by Magnetic confinement, 13108 St-Paul-Lez-Durance, France

**Voir <http://west.cea.fr/WESTteam>

* (auteur correspondant : clement.MONET-VIDONNE@univ-amu.fr)

Résumé - Les dépôts étudiés, issus de composants du tokamak WEST, sont fortement hétérogènes et présentent des épaisseurs comprises entre 100 nm et 200 μm . Leur comportement thermique instationnaire peut être décrit par un modèle à deux couches reposant sur un substrat en tungstène. Par inversion de signaux photothermiques, il est possible d'accéder aux résistances thermiques équivalentes de ces couches, voire d'en déterminer l'ensemble des propriétés thermiques. La couche la plus épaisse (150 μm) mesurée dans cette étude présente une conductivité thermique d'environ $2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Nomenclature

a	Diffusivité thermique, $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	t	Temps, s
$b_{1,2;\infty}$	Effusivité thermique, $\text{W s}^{0.5}\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}$	$\hat{\mathbf{x}}$	Paramètres du modèle, n composantes
de la couche 1,2 ou du substrat		$J(\hat{\mathbf{x}})$	Fonction coût
k	Conductivité thermique, $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	y	Signal expérimental
ρ	Masse volumique, kg m^{-3}	$y_{mo}(\hat{\mathbf{x}})$	Modèle pour un jeu de paramètres
C_p	Capacité calorifique, $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$	x_i^{opt}	Paramètre i optimal, $i=1$ à n
e	Épaisseur, m	S^*	Matrice de sensibilité réduite
Q	Énergie absorbée, J m^{-2}	COV	Matrice de la covariance des estimations
θ_{in}	Température à la surface	ψ	Matrice de la covariance du bruit
φ_{in}	Flux de chaleur à la surface	S_a	Hauteur moyenne arithmétique
Z_∞	Impédance du substrat, m^2KW^{-1}	S_z	Distance maximale entre pic et vallée
p	Variable de Laplace, s^{-1}		

1. Introduction

Un des objectifs du tokamak WEST (W Environment in Steady state Tokamak) est d'étudier les conséquences de l'interaction du plasma avec les composants face au plasma (CFP), en particulier ceux qui seront utilisés dans le tokamak international ITER [1]. Au cours des campagnes expérimentales de WEST, diverses modifications des CFP ont été observées [2]. L'une d'entre elles est l'érosion des matériaux et leur redéposition sur d'autres composants. Ces dépôts, ainsi formés, ont des propriétés thermiques inconnues, mais probablement dégradées (faible diffusivité et/ou faible contact thermique avec le CFP). Lors des récentes campagnes expérimentales, ces dépôts ont eu un impact majeur puisqu'ils se sont détachés des CFP et sont entrés dans le cœur du plasma, pouvant entraîner la fin prématurée de la décharge [3].

L'enjeu de cette étude est d'améliorer notre compréhension de l'évolution des propriétés thermiques des CFP lors de leur utilisation dans le tokamak WEST. Pour cela, nous avons

développé des méthodes de caractérisation applicables directement sur un composant (sans découpe ni modification) pour étudier les caractéristiques thermiques des dépôts.

2. Présentation des échantillons

Les trois échantillons présentés (Fig. 1 et Fig. 2) sont des dépôts (10 x 30 mm) très hétérogènes et de composition chimique différente. Ils sont majoritairement composés de tungstène, mais aussi de bore, d'oxygène, de carbone. Ils se sont formés par dépôts de particules préalablement arrachées aux composants constitutifs du tokamak après un passage plus ou moins prolongé dans le plasma. Étant donné leur position sur le CFP, les dépôts sont situés dans des zones où le flux de chaleur est faible (quelques dizaines de kW/m²), ce flux pouvant aller jusqu'à plusieurs MW/m² dans les zones les plus intenses. Ces dépôts sont le résultat d'une accrétion pendant les campagnes expérimentales du tokamak WEST (C5-C9) cumulant environ 12h30 d'exposition plasma avec une large variété de scénario plasma.



Figure 1 : Position de 14 monoblocs sur le CFP n°270

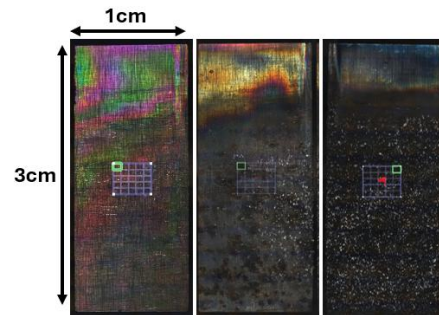


Figure 2 : Aspect de surface des monoblocs n°03, 05 et 07

Les trois zones étudiées se situent sur un CFP de type ITER (n°270) du divertor qui est la zone soumise aux interactions plasma paroi les plus intenses du tokamak. Les CFP sont constitués d'une succession de 35 monoblocs (MB) en tungstène massif. Ils font environ 3 cm de large pour 35 cm de long (Fig. 1). Ils sont refroidis activement par un fluide, circulant dans un tube qui les traverse longitudinalement, afin d'extraire l'énergie déposée en surface par le plasma. Les MB étudiés sont les n°3, n°5 et n°7, tous positionnés dans la partie du monobloc où la redéposition est plus importante que l'érosion. Étant donné leur éloignement différent du « strike point » (zone de forts flux dans laquelle le plasma entre en contact avec le divertor), l'épaisseur du dépôt est entre 40-100 μm sur le monobloc n°7, d'environ 15 μm sur le n°5 et entre 500 nm et 1 μm sur le n°3 [4][5].

Les zones étudiées thermiquement sont situées à l'intérieur du rectangle (4,03 x 3,03 mm) situé au centre des MB (Fig. 2). C'est également dans cette zone qu'une analyse de la rugosité de surface par microscopie confocale a été réalisée afin de mieux comprendre la structure et, si possible, l'épaisseur des couches. La figure 3 illustre par exemple la topologie de surface du dépôt sur le MB n°07 ainsi que les différents indicateurs de rugosité qui peuvent en être déduits.

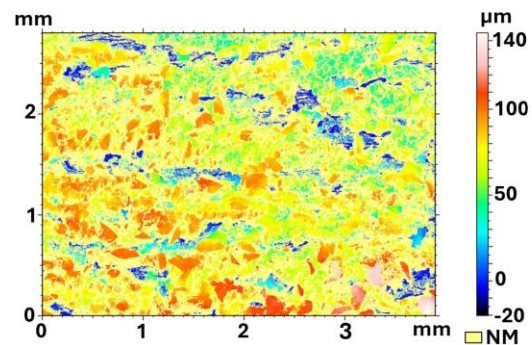


Figure 3 : Topologie de surface du MB n°07

On trouve respectivement pour les MB n°03, n°05 et n°07, des S_a de 585 nm, 1,94 μm et 20,6 μm et des S_z de 14 μm , 33 μm et 160 μm . On utilisera un S_z représentant 99% de la dispersion globale, soit environ 150 μm pour le MB n°07. Cela peut sembler déroutant, car notre dépôt aurait une épaisseur inférieure à la taille de cet intervalle. Cela s'explique, car l'épaisseur du dépôt correspond à l'écart moyen entre la surface du composant (substrat) et la surface effective du dépôt et non sa valeur maximale.

3. Expérience photothermique impulsienne en face avant

Le banc expérimental (Fig. 4) se compose de trois éléments principaux : une source impulsienne de chauffage, deux miroirs paraboliques de collecte du rayonnement émis et un détecteur infrarouge (IR). La source de chauffage peut être un laser ou une lampe flash en fonction du besoin : soit un laser YAG doublé ($\lambda=532\text{ nm}$) d'une durée d'impulsion de 10ns ou une lampe flash Lumix (lumière blanche) d'une durée d'impulsion de 80 μs . Le miroir de collecte placé du côté de l'échantillon possède un diamètre de 76,2 mm et une focale de 250 mm, tandis que celui placé du côté de l'échantillon a un diamètre de 80 mm et une focale de 52 mm. Le détecteur IR est de type HgCdTe (2-11 μm , Kolmar) de diamètre 0,5 mm équipé d'une fenêtre en germanium et d'un préamplificateur de bande passante DC-20MHz. Le signal généré est ensuite numérisé par un oscilloscope Lecroy 500Mhz. La zone d'observation est un disque de diamètre 2,5 mm. La zone de chauffe est beaucoup plus importante : dans le cas de la lampe flash, l'ensemble du monobloc est chauffé, dans le cas du laser la zone de chauffe fait environ 1,5 cm de diamètre.

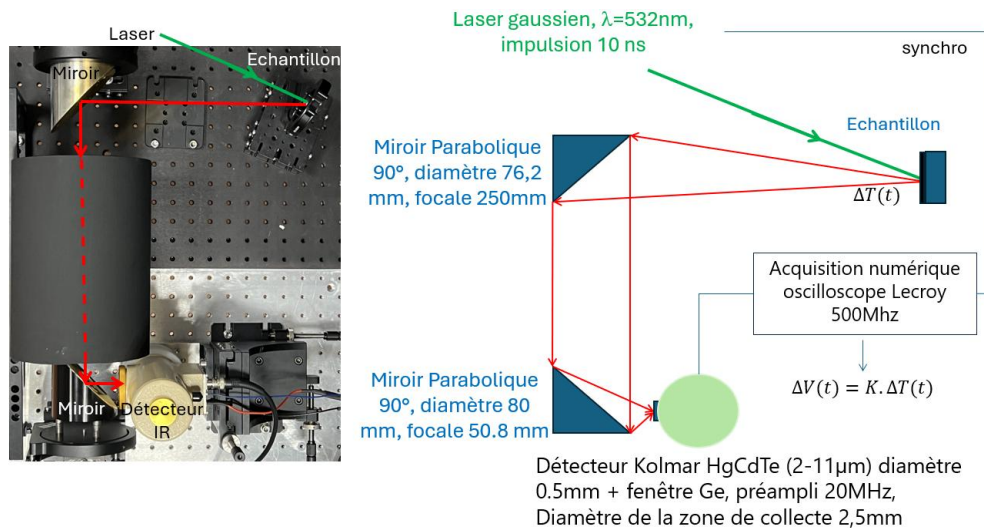


Figure 4. Gauche : Banc expérimental. Droite : Schéma de fonctionnement

Dans notre modèle thermique, on s'intéresse à l'évolution de l'échauffement en face avant. Or, celui-ci décroît continuellement dans le temps suite au flash absorbé, il est donc important de maximiser le flux provenant de l'échantillon vers le détecteur IR, c'est le rôle du jeu de miroir choisi. De plus, pour minimiser le bruit de mesure, les données expérimentales sont moyennées sur 200 acquisitions. Une compression logarithmique du signal ainsi moyenné est enfin utilisée, avec trois intérêts : limiter le nombre de points traités lors de l'inversion de mesures ce qui permet d'accélérer le traitement (voir tableau 1), limiter les problèmes d'encombrement mémoire et améliorer encore le rapport signal sur bruit aux temps longs. Le rayon de moyennage englobe un nombre suivant une progression géométrique de facteur $1 + q$ [6]. La covariance du bruit de mesure résultant de cette compression logarithmique est ainsi variable avec le temps.

L'hypothèse selon laquelle l'évolution du signal est proportionnelle à une évolution de l'échauffement sur la face avant reste valide pour des échauffements inférieurs à 5K. Cela permet notamment d'assurer la linéarité du capteur et la constance des propriétés de l'échantillon.

4. Inversion des mesures

Le modèle utilisé pour déterminer les propriétés thermiques de nos échantillons doit reproduire l'évolution de l'échauffement en face avant de ces derniers pendant l'expérience photothermique. Il est construit à l'aide des quadripôles thermiques [7], très adaptés pour modéliser nos dépôts comme une succession de couches (paramétrées par leur diffusivité, effusivité et épaisseur) ou de résistance de contact. Il fait apparaître des paramètres $\hat{x}$ à identifier.

Pour identifier les n paramètres du modèle thermique choisi, une inversion du signal photothermique est alors réalisée en minimisant la fonction coût (Eq. 1) de type moindres carrés pondérés qui représente la somme des écarts quadratiques entre les mesures $y(t)$ et la sortie du modèle $y_{mo}(\hat{x}, t)$ pondérés par la covariance du bruit ψ (Eq. 1). Cette matrice ψ est diagonale (bruit non corrélé dans le temps) et de variance $\sigma_{bruit,i}^2(t_i)$ variable et connue grâce à la compression logarithmique du signal donnant un écart-type $\sigma_{bruit,i}(t_i)$ diminuant en $\sqrt{t_i}$.

$$J(\hat{x}) = (y - y_{mo}(\hat{x}))^t \psi^{-1} (y - y_{mo}(\hat{x})) \quad (1)$$

L'estimation des paramètres est réalisée en trois temps :

- Les paramètres initiaux sont grossièrement estimés à la main.
- Une première minimisation est réalisée par essaim de particules.
- Une minimisation itérative jusqu'aux valeurs optimales $\hat{x}^{opt}$ est réalisée par l'algorithme de Gauss-Newton jusqu'à vérification d'un critère d'arrêt sur les variations relatives des paramètres à chaque itération.

La matrice de covariance réduite (Eq. 2) associée aux paramètres estimés $\hat{x}^{opt}$:

$$COV^*(\hat{x}^{opt}) = (S^{*t} \psi^{-1} S^*)^{-1} \quad (2)$$

Les éléments diagonaux de la matrice de $COV^*(\hat{x}^{opt})$ représentent les écarts types relatifs associée à l'estimation de chaque paramètre $\sigma_i^* = \sigma_i / \hat{x}_i^{opt}$. La largeur des intervalles de confiance à 95% autour de $\hat{x}_i^{opt}$ est donnée par $2 \sigma_i^*$, exprimable en pourcentage de $\hat{x}_i^{opt}$. S^* est la matrice de sensibilité réduite [8]. Ses colonnes représentent le coefficient de sensibilité réduit associé à chaque paramètre, pris à sa valeur optimale $\hat{x}_i^{opt}$ (Eq. 3).

$$S_i^*(\hat{x}^{opt}, t) = \hat{x}_i^{opt} \cdot \left. \frac{\partial y_{mo}(\hat{x}, t)}{\partial \hat{x}_i} \right|_{\hat{x} = \hat{x}^{opt}} \quad (3)$$

Nous avons vérifié, pour les conditions expérimentales retenues pour chaque échantillon, que les incertitudes relatives $2 \sigma_i^*$ restent inférieures à 20%.

5. Choix du modèle thermique

Un premier modèle thermique envisagé pour représenter les échantillons étudiés est constitué d'une couche thermique correspondant au dépôt, d'une résistance de contact et d'un substrat semi-infini représentant le monobloc en tungstène. Bien que ce modèle permette une description simplifiée du dépôt, aucun jeu de paramètres n'a permis d'expliquer correctement les signaux expérimentaux.

Une approche alternative, proposée par Walther [9] puis reprise par Antoniow [10] consiste à représenter la rugosité de surface par une couche thermique fictive. Dans ce cadre, le dépôt est modélisé par deux couches distinctes : une première couche « rugueuse » dans laquelle l'état de surface a une influence sur le transfert de chaleur (absorption de la source lumineuse chauffante à différentes profondeurs, transferts localement non 1D) et une seconde correspondant à la partie « massive » du dépôt, dans laquelle cette rugosité non influente permet un transfert 1D vers la profondeur. L'ensemble est supposé en bon contact thermique avec un substrat semi-infini en tungstène (voir la représentation quadripolaire en Figure 5).

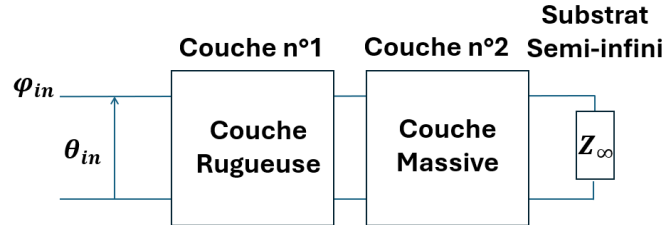


Figure 5 : Représentation quadripolaire du modèle thermique où $Z_{\infty} = 1/(b_{\infty}\sqrt{p})$.

Aux temps courts, en raison de la rugosité de surface, l'énergie n'est pas déposée exclusivement à la surface, mais pénètre également en profondeur dans le matériau. Ce comportement peut être assimilé à une absorption volumique sur une certaine épaisseur, comme cela a été proposé dans la littérature [10]. L'étude présentée ici s'intéresse en priorité aux propriétés conductives des matériaux. La phase de semi-transparence n'est donc pas développée dans ce travail, bien qu'elle ait fait l'objet d'une réflexion en vue de sa caractérisation.

Le modèle décrivant la conduction dans une couche rugueuse déposée sur une couche massive, elle-même reposant sur un substrat semi-infini, est décrit dans l'espace de Laplace par l'équation (Eq. 4).

$$\theta_{in} = \frac{x_1}{\sqrt{p}} \frac{ch_1*ch_2+sh_1*sh_2*X_4+ch_1*sh_2*\frac{x_5}{x_4}+sh_1*ch_2*x_5}{sh_1*ch_2+ch_1*sh_2*X_4+sh_1*sh_2*\frac{x_5}{x_4}+ch_1*ch_2*x_5} \quad (4)$$

avec: $ch_1=\cosh(\sqrt{x_2 * p})$; $ch_2=\cosh(\sqrt{x_3 * p})$; $sh_1=\sinh(\sqrt{x_2 * p})$; $sh_2=\sinh(\sqrt{x_3 * p})$

et ayant pour paramètres :

$$x_1 = \frac{Q}{b_1}; x_2 = \frac{e_1^2}{a_1} = t_{diff1}; x_3 = \frac{e_2^2}{a_2} = t_{diff2}; x_4 = \frac{b_2}{b_1}; x_5 = \frac{b_{\infty}}{b_1}$$

Néanmoins, cette forme doit être légèrement adaptée pour prévenir des problèmes numériques liés à la présence d'exponentielles positives dans les fonctions sinus et cosinus hyperboliques. [11] (Eq. 5).

$$\cosh(\sqrt{x_2 * p}) = e^{\sqrt{x_2 * p}} \cdot \frac{(1+e^{-2\sqrt{x_2 * p}})}{2}; \sinh(\sqrt{x_2 * p}) = e^{\sqrt{x_2 * p}} \cdot \frac{(1-e^{-2\sqrt{x_2 * p}})}{2} \quad (5)$$

Du fait de la structure de l'équation du modèle thermique, les termes $e^{\sqrt{x_2 * p}}/2$ vont se simplifier, évitant ainsi les problèmes numériques liés à des valeurs trop importantes de $x_2 * p$ (notamment aux temps courts où la variable de Laplace p devient grande). Il en va de même pour les termes en x_3 . Enfin le retour dans l'espace temporel est effectué par l'algorithme de transformée inverse de Laplace de De Hoog [12] appliqué à l'équation (Eq. 5).

6. Résultats

La Figure 6 compare les mesures réalisées (marqueurs) et les modèles optimaux (lignes) estimés pour les différents MB. Ces tracés en échelles Log-Log, permettent d'associer visuellement les changements de pentes des signaux (mesurés et modélisés) aux différentes transitions entre les couches d'effusivité différentes et/ou en mauvais contact. Ainsi une pente $-1/2$ dans une telle représentation correspond au refroidissement d'une couche semi-infinie.

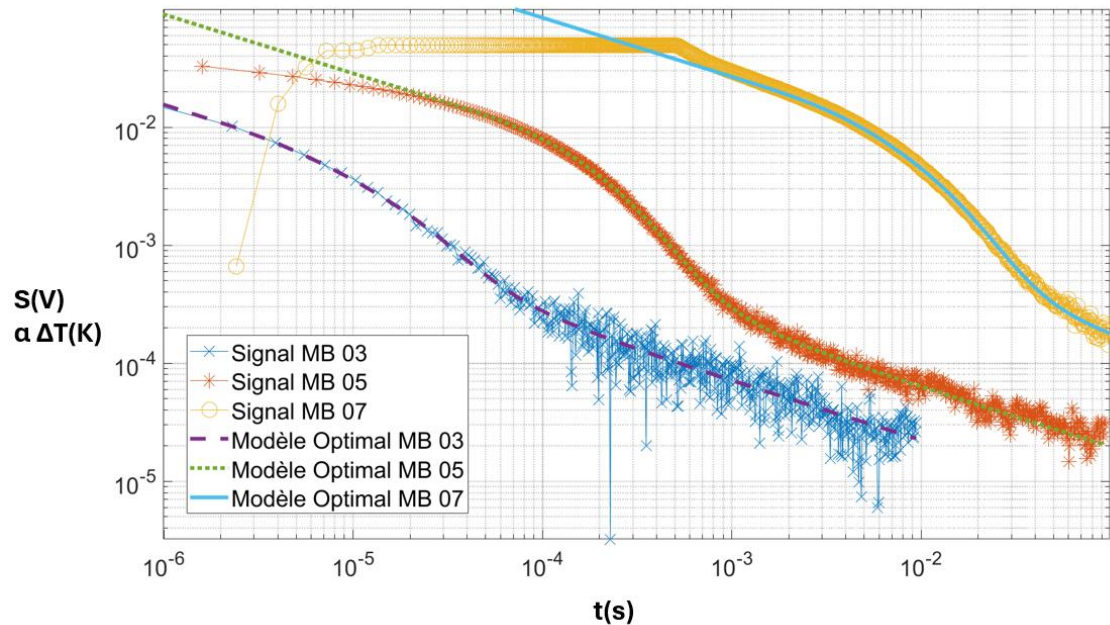


Figure 6 : Signaux expérimentaux et les meilleurs fits associés

Les signaux obtenus pour chaque MB sont visuellement similaires, mais diffèrent notamment par les temps diffusifs mis en jeu. Les temps courts (inférieur à 0,3 temps diffusif) ne sont pas expliqués par notre modèle pour deux raisons principales : l'absorption de l'énergie dans la profondeur et par les échanges de chaleur latéraux induits par la rugosité de surface. Mais une fois ces temps passés, le modèle purement conductif conduit à des résidus comparables au bruit de mesure, sur les plages temporelles d'identification adaptée à chaque échantillon (voir Tableau 1). Les valeurs optimales des paramètres sont présentées dans le Tableau 1. On note aussi que les monoblocs 3 et 5 ont des temps diffusifs (x_2 et x_3) inférieurs à la milliseconde, ce qui illustre la nécessité d'utiliser un laser possédant une courte durée d'impulsion (10 ns). À l'inverse, pour le monobloc 7, dont les temps diffusifs sont bien plus importants ($> ms$), l'utilisation d'une lampe flash (80 μs) est nécessaire afin d'obtenir un signal de niveau suffisant à ces temps plus longs. L'emploi d'un laser à puissance plus élevée (toujours à 10 ns) pourrait également être envisagé, mais cela risquerait d'endommager les dépôts.

Cette différence de source d'excitation est particulièrement visible aux temps courts : pour les deux premiers dépôts, les temps courts sont associés à une semi-transparence et à des transferts thermiques latéraux liés à la rugosité de surface. Pour le MB 7, le phénomène est similaire, mais avec l'utilisation de la lampe flash, il faut attendre plus longtemps avant que la durée réelle du flash puisse être négligée (240 μs pour considérer le flash comme un Dirac).

Tableau 1 : Paramètres optimaux pour les trois monoblocs à 95 %

	Monobloc 03	Monobloc 05	Monobloc 07
x_1	$2,76E-5 \pm 1,5 \%$	$1,59E-4 \pm 0,4\%$	$1,54E-3 \pm 0,6\%$
x_2	$9,54 \mu s \pm 17,5\%$	$231 \mu s \pm 3,2 \%$	$8,52 ms \pm 2,9\%$
x_3	$14,3 \mu s \pm 15,5\%$	$171 \mu s \pm 10,1\%$	$8,99 ms \pm 3,2\%$
x_4	$2,07 \pm 6,4\%$	$4,28 \pm 8,8\%$	$3,45 \pm 4\%$
x_5	$6,99 \pm 1,9 \%$	$14,6 \pm 1,8\%$	$17,2 \pm 1,4\%$
t_{ini}	$3 \mu s$	$44 \mu s$	$3 ms$
t_{fin}	$2 ms$	$10 ms$	$100 ms$
Nb de points bruts	5938	59126	62503
Nb de points logs	510	741	747

Les paramètres obtenus permettent de déterminer les résistances thermiques équivalentes correspondant aux deux couches caractéristiques des dépôts étudiés, présentées dans le tableau n°2.

Tableau 2 : Résistances thermiques équivalentes aux couches identifiées à 95 %

	Monobloc 03	Monobloc 05	Monobloc 07
$Req1 (m^2K/W)$	$1,03E-06 \pm 11\%$	$1,06E-05 \pm 6\%$	$7,55E-05 \pm 5\%$
$Req2 (m^2K/W)$	$6,08E-07 \pm 16\%$	$2,13E-06 \pm 11\%$	$2,25E-05 \pm 7\%$
$Req_{tot} (m^2K/W)$	$1,64E-06 \pm 13\%$	$1,27E-05 \pm 7\%$	$9,8E-05 \pm 6\%$

Ces résultats sont en accord avec les observations IR de l'intérieur du tokamak WEST, qui montrent que les dépôts épais sont bien plus résistifs que les dépôts fins et s'échauffent donc davantage [3].

Pour identifier les différentes propriétés thermiques telles que la conductivité thermique, la diffusivité et la capacité calorifique massique de nos couches une information cruciale nous manque : l'épaisseur. Or, cette donnée est particulièrement délicate à obtenir pour ces matériaux. Pour les dépôts fins (MB n°03), une mesure de rugosité réalisée avec un microscope confocal ne révèle en réalité que la rugosité de surface du substrat, les dépôts suivant la topographie du substrat. Dans le cas de dépôts légèrement plus épais (MB n°05), la rugosité mesurée résulte d'un mélange entre la rugosité du substrat et celle du dépôt lui-même.

Ainsi, la seule configuration où le dépôt est épais (MB n°07) permet réellement de connaître l'épaisseur de cette première couche et ainsi de déterminer les propriétés thermiques. L'épaisseur de cette couche a donc été évaluée selon la méthode proposée par Walther [9], donnant une valeur d'environ $150 \mu m \pm 10\%$. Les propriétés thermiques du dépôt du MB n°7 considérant cette épaisseur sont présentées dans le tableau n°3 ci-dessous.

Tableau 3 : Propriétés thermiques apparentes de la couche rugueuse du monoblocs n°07 à 95 %

b_1	a_1	k_1	ρC_{p1}
$Ws^{0.5} m^{-2} K^{-1}$	$m^2 s^{-1}$	$W m^{-1} K^{-1}$	$J m^{-3} K^{-1}$
$1,22E+03 \pm 5\%$	$2,64E-06 \pm 20\%$	$1,99E+00 \pm 11\%$	$7,52E+05 \pm 15\%$

Ces types de dépôts sont faiblement conducteurs ($1,99 W m^{-1} K^{-1}$) avec une capacité calorifique massique assez faible ($7,52E+05 J m^{-3} K^{-1}$), typique de matériau isolant. Le tungstène, composant principal des CFPs, est un très bon conducteur ($173 W m^{-1} K^{-1}$). Ces

résultats s'accordent avec les observations infrarouges du Tokamak West, les dépôts s'échauffant d'avantage que le composant.

7. Conclusion

Le banc de mesure semble suffisamment modulable pour capturer les signaux de dépôts variés, allant de 500 nm à plus de 100 μm d'épaisseur, des temps diffusifs compris entre 10 μs à 10 ms et des compositions différentes (oxydations, dépôt plus massif). Associé avec un modèle thermique décrivant le dépôt comme une succession de deux couches dont la première est influencée par la rugosité de surface, il est alors possible de remonter aux résistances thermiques équivalentes de celles-ci. Les topologies de surface peuvent alors nous renseigner sur l'épaisseur de certaines couches et donc de déterminer leurs propriétés thermiques

Déterminer l'épaisseur des couches reste néanmoins critique dans la plupart des configurations et va nécessiter un travail spécifique pour remonter aux propriétés thermiques de tous les échantillons présentés. La méthode privilégiée pour résoudre cette problématique consisterait à réaliser une coupe de ces dépôts, une fois que toutes les caractérisations seront réalisées, en mesurant la marche ainsi formée entre le dépôt et le substrat.

Une perspective envisagée en modélisation est d'utiliser une formulation avancée de quadripôles permettant de modéliser des couches à gradient de propriétés [13].

Références

- [1] J. Bucalossi et al., Operating a full tungsten actively cooled tokamak: overview of WEST first phase of operation, Nuclear Fusion, 62042007 (2022), 10.1088/1741-4326/ac2525
- [2] M. Diez et al., Nuclear Fusion, 61 106011 (2021), 10.1088/1741-4326/ac1dc6
- [3] J. Gaspar et al., Nuclear Materials and Energy, 41, 101745, (2024), 10.1016/j.nme.2024.101745
- [4] C. Martin et al., Post-mortem analysis of the deposit layers on the lower divertor after the 2023 high particle fluence campaign of WEST. Nuclear Materials and Energy 41 (2024) 101764
- [5] C. Martin et al., (2023) 19th International Conference on Plasma-Facing Materials and Components for Fusion Application
- [6] J.-C. Krapez, Techniques d'analyse, r2959 (2007), 10.51257/a-v2-r2959.
- [7] D. Maillet, S. André, J. C. Batsale, A. Degiovanni et C. Moyne, Thermal Quadrupoles – Solving the heat equation through integral transforms, Ed. Wiley, 2000
- [8] Beck, J. V. 1977. Parameter Estimation in Engineering and Science.
- [9] H. G. Walther, Photothermal inspection of rough steel surfaces, Journal of applied physics, (2001), 10.1063/1.1340596
- [10] J. S. Antoniow et al., International Journal of Thermophysics (2012), 10.1007/s10765-012-1287-9
- [11] J. Pailhes et al., Thermal quadrupole method with internal heat sources, International Journal of Thermal Sciences (2012), 10.1016/j.ijthermalsci.2011.10.005
- [12] J. Toutain et al., Numerical inversion of Laplace transform for time resolved thermal characterization experiment, J. Heat Transfer 133 (2011) 044504e044506
- [13] J.-C. Krapez, The sech(ξ)-type profiles: a Swiss-Army knife for exact analytical modelling of thermal diffusion and wave propagation in graded media, International Journal of Thermophysics, (2018), 10.1007/s10765-018-2406-z

Remerciements

Le projet ayant donné lieu à cette publication a bénéficié d'un financement de l'Initiative d'excellence d'Aix-Marseille Université - AMidex, programme des Investissements d'Avenir AMX-19-IET-013.