

Calcul précis et rapide du rayonnement thermique dans les gaz de combustion CO₂–H₂O pour les procédés industriels décarbonés

Accurate and Efficient Thermal Radiation Modeling in CO₂–H₂O Combustion Gases for Decarbonized Industrial Processes

Bowen WANG^{1*}, Fabien PASCALE¹, Sylvain CONTASSOT-VIVIER², Fatmir ASLLANAJ¹

¹Université de Lorraine, CNRS, LEMTA, F-54000 Nancy, France

²Université de Lorraine, LORIA, UMR 7503, Vandoeuvre-lès-Nancy, F-54500, France

*(auteur correspondant : bowen.wang@univ-lorraine.fr)

Résumé - Face à l'objectif de neutralité carbone à l'horizon 2050, la substitution partielle des combustibles fossiles par des mélanges gaz naturel–hydrogène constitue une voie prometteuse pour décarboner les procédés thermiques à haute température. Cette transition modifie toutefois la composition des gaz de combustion (CO₂–H₂O) et impacte fortement le mode de transfert radiatif, mécanisme dominant dans ce type d'application. Ce travail propose un nouveau modèle WSGG à larges bandes, à la fois rapide et précis, adapté aux mélanges de gaz issus de combustibles décarbonés, en intégrant une dépendance au rapport de fraction molaire R (H₂O/CO₂).

Abstract - In view of the 2050 carbon neutrality objective, the partial replacement of fossil fuels with natural gas–hydrogen mixtures has emerged as a promising strategy for reducing carbon emissions in high-temperature thermal processes. Such a transition leads to substantial changes in the composition of combustion gases (CO₂–H₂O), thereby significantly influencing radiative heat transfer, which governs heat exchange in such applications. The present work develops a fast and accurate wide-band WSGG radiative model tailored for gas mixtures resulting from decarbonized fuels, by incorporating a dependence on the molar fraction ratio R (H₂O/CO₂).

Nomenclature

a_k	poids d'émission associé au k -ième gaz gris	S_r	terme source radiatif, W m ⁻³
$b_{k,i}$	coefficient du polynôme d'indice i associé à $\kappa_{p,k}$ pour le k -ième gaz gris	T	température du milieu, K
$c_{k,i}$	coefficient du polynôme d'indice i associé à a_k pour le k -ième gaz gris	T_{ref}	température de référence, égale à 10 ⁴ K
$d_{k,i,j}$	coefficient du polynôme des indices i et j associés à $\kappa_{p,k}^{\text{unifié}}$ pour le k -ième gaz gris	x	abscisse curviligne, m
I_b	luminance totale du corps noir, W m ⁻²	Y	fraction molaire du gaz
$I_{b,\eta}$	luminance spectrale du corps noir, W m ⁻² cm	<i>Symboles grecs</i>	
N	nombre de gaz gris utilisé dans le modèle	η	nombre d'onde, cm ⁻¹
N_k	nombre d'éléments dans la bande k	$\kappa_{p,k}$	coefficient d'absorption de pression du k -ième gaz gris, m ⁻¹ atm ⁻¹
Q_r	flux radiatif, W m ⁻²	$\varepsilon_{S_r}^{\text{max}}$	erreur normalisée maximale de S_r
R	rapport de fraction molaire de H ₂ O sur CO ₂	$\varepsilon_{Q_r}^{\text{max}}$	erreur normalisée maximale de Q_r
		ε^{max}	erreur normalisée maximale globale

1. Introduction

Les procédés thermiques industriels à haute température jouent un rôle central dans la consommation énergétique et les émissions de CO_2 . Dans ce contexte, la réduction de l'empreinte carbone de ces procédés constitue un enjeu majeur, en raison de leur forte dépendance à des sources d'énergie carbonées et de leur contribution significative aux émissions globales. Le développement de solutions de décarbonation compatibles avec les contraintes industrielles existantes apparaît ainsi comme une priorité pour assurer la transition énergétique des procédés thermiques. Parmi les stratégies envisagées, l'introduction progressive de l'hydrogène dans les combustibles utilisés en milieu industriel constitue une approche prometteuse, permettant de réduire les émissions de CO_2 tout en maintenant des conditions de fonctionnement proches de celles des systèmes conventionnels. Cette évolution des combustibles conduit toutefois à des modifications de la composition des gaz de combustion. Les gaz brûlés issus de combustibles partiellement ou fortement décarbonés sont principalement constitués de mélanges de CO_2 et de H_2O , avec des rapports de fractions molaires variables entre CO_2 et H_2O .

Ces gaz sont produits à des températures très élevées, typiques des fours, chaudières et chambres de combustion industrielles, où le transfert radiatif constitue le mode dominant d'échange thermique. Dans ces conditions, une modélisation précise du rayonnement thermique des mélanges $\text{CO}_2\text{--H}_2\text{O}$ est nécessaire pour prédire correctement les flux thermiques, les températures des parois et les performances globales des systèmes. Cependant, le calcul du rayonnement thermique dans les gaz de combustion est complexe en raison du caractère fortement spectral de l'absorption du CO_2 et de H_2O , ainsi que de leur dépendance aux conditions de pression, de température et de composition du mélange. Cette complexité impose un compromis délicat entre précision et coût de calcul du modèle radiatif, en particulier pour les simulations 3D de combustion turbulente.

Compte tenu de l'importance industrielle et de la complexité du phénomène de transfert radiatif, ce travail propose un nouveau modèle permettant de calculer de manière à la fois rapide et précise les échanges radiatifs dans des mélanges $\text{CO}_2\text{--H}_2\text{O}$ non isothermes et non homogènes.

2. Modèles de transfert radiatif

2.1. Modèle WSGG (Weighted-Sum-of-Gray-Gases)

Afin de réduire significativement le coût de calcul tout en conservant une précision acceptable du transfert radiatif, le modèle WSGG est l'un des plus utilisés dans les simulations de combustion industrielle [1]. Le principe de ce modèle consiste à représenter un gaz réel participant au rayonnement par une somme pondérée de gaz gris, chacun caractérisé par un coefficient d'absorption de pression constant et une fenêtre de transparence. Les poids d'émission associés à chaque gaz gris traduisent leur contribution relative à l'émission totale.

La version standard du modèle WSGG utilise généralement 4 gaz gris [2]. Les poids d'émission a_k sont exprimés le plus souvent sous forme de polynômes en T de degré 4 ($300 \text{ K} \leq T \leq 2500 \text{ K}$), tandis que les coefficients d'absorption de pression $\kappa_{p,k}$ sont des constantes. Le terme a_0 est associé à la fenêtre de transparence avec $\kappa_{p,0} = 0$.

2.2. Nouveau modèle WSGG à bandes larges

Le modèle WSGG a l'avantage d'être très rapide et simple d'utilisation. Bien qu'il génère des erreurs importantes sur le calcul du terme source radiatif S_r et du flux radiatif Q_r , dans

certaines situations allant au-delà de 30% (modèle avec 4 gaz gris) et même 100% d'erreurs (modèle avec 1 gaz gris), WSGG reste un des modèles les plus utilisés dans la littérature et par les industriels. Le présent travail se propose de revisiter le modèle WSGG afin de proposer une nouvelle formulation visant à améliorer grandement sa précision. Le principe de la méthode repose sur une nouvelle stratégie de détermination des coefficients a_k et $\kappa_{p,k}$.

Dans ce nouveau modèle, le spectre total est décomposé en N bandes spectrales (notées bande k , k variant de 1 à N), chacune étant représentée par un gaz gris. La bande k désigne alors l'intervalle spectral associé au k -ième gaz gris. Nous définissons pour la première fois le poids d'émission a_k par la relation suivante :

$$a_k(T) = \frac{\int_{\text{bande } k} I_{b,\eta}(T) d\eta}{\int_0^{+\infty} I_{b,\eta}(T) d\eta} = \frac{1}{I_b(T)} \int_{\text{bande } k} I_{b,\eta}(T) d\eta, \quad (1)$$

où I_b est la luminance totale du corps noir et $I_{b,\eta}$ est la luminance spectrale du corps noir, calculée par la fonction de Planck. Le poids d'émission a_k reflète ainsi la fraction d'émission du corps noir de la bande k dans l'émission totale. Un avantage de la formulation (1) est qu'elle fournit aux coefficients a_k un sens physique, sans nécessiter de définir pour le modèle une fenêtre de transparence puisque $\sum_{k=1}^N a_k(T) = 1$ pour tout T .

Le coefficient $\kappa_{p,k}$ est, quant à lui, exprimé sous la forme d'un polynôme en température normalisée de degré n :

$$\kappa_{p,k}(T) = \sum_{i=0}^n b_{k,i} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^i. \quad (2)$$

Nous avons introduit une température normalisée ($T_{ref} = 10^4$ K) dans l'expression de $\kappa_{p,k}$, afin d'éviter les problèmes numériques liés aux puissances élevées de T dans un développement polynomial. En effet, une large plage de températures (300 K à 3 000 K) peut conduire à des termes T^i très grands, nécessitant des coefficients $b_{k,i}$ très petits, ce qui crée des écarts d'ordre de grandeur importants entre les coefficients.

3. Méthode numérique

Nos simulations ont été effectuées dans une configuration unidimensionnelle avec des parois noires, en considérant un mélange de CO_2 et de H_2O représentatif des principales espèces radiatives des gaz de combustion issus de combustibles décarbonés, notamment dans le cas de mélanges gaz naturel-hydrogène [3]. Les coefficients spectraux d'absorption de la méthode LBL (Line-By-Line) [4] ont été calculées à partir de la base de données HITEMP 2010, sur un domaine spectral allant de 0 à 25 000 cm^{-1} . Un pas spectral uniforme $\Delta\eta = 0,067 \text{ cm}^{-1}$ a été retenu, conduisant à un total de 373 142 éléments sur l'ensemble du spectre.

Le nombre de gaz gris du nouveau modèle WSGG a été fixé à $N = 6$. Le spectre total a ainsi été subdivisé en 6 bandes spectrales. Bien que le modèle soit développé dans une géométrie 1D, celui-ci est directement applicable à des configurations bidimensionnelles ou tridimensionnelles, car les coefficients a_k et $\kappa_{p,k}$ varient avec la température.

La version actuelle du modèle développé s'applique à une plage de températures comprise entre 300 K et 3 000 K, à pression atmosphérique et avec des rapports de fraction molaire R variant de 0,125 à 5, permettant ainsi de représenter une large variété de situations industrielles. Ces valeurs de R correspondent bien aux gaz de combustion issus de combustibles hydrocarbonés conventionnels, ainsi que de combustibles partiellement ou fortement décarbonés, par

exemple des mélanges gaz naturel-hydrogène. À titre d'exemple, une valeur de $R = 0,5$ est typiquement associée à la combustion de carburants tels que l'acétylène ou le benzène, $R = 1$ à celle des oléfines et de nombreux carburants pétroliers, tandis que $R = 2$ correspond à la combustion du méthane ou du méthanol. Des valeurs plus élevées de R sont représentatives des gaz de combustion issus de mélanges hydrogène–hydrocarbures, caractérisés par une augmentation de H_2O .

3.1. Différentes approches étudiées

La détermination des coefficients $\kappa_{p,k}$ donnés par la relation (2) nécessite de fixer le degré n du polynôme. Trois différentes approches résumées dans le tableau 1 ont été proposées et étudiées dans ce travail.

Approche	Degré du polynôme pour $\kappa_{p,k}$	Découpage spectral	Nombre de paramètres
1	0 ($\kappa_{p,k}$ constant)	initial	6
2	2	initial	18
3 (modèle final)	2	initial affiné	23

Tableau 1 : Différentes approches testées

L'algorithme d'optimisation permettant de construire le modèle est le suivant. Pour chaque valeur de R , une première optimisation des coefficients $\kappa_{p,k}$ est réalisée à l'aide de l'Approche 1, dans laquelle les coefficients sont supposés constants. Les résultats issus de l'Approche 1 servent de données d'entrée pour l'Approche 2, qui introduit une dépendance polynomiale de degré 2 en température normalisée. Enfin, l'Approche 3 (modèle final) consiste à lancer une nouvelle recherche simultanée du découpage spectral et des coefficients $\kappa_{p,k}$ obtenus par l'Approche 2. L'objectif est de faire évoluer l'ensemble des paramètres du modèle dans leur voisinage afin d'essayer d'améliorer la précision du modèle sans s'éloigner des valeurs déjà identifiées.

3.2. Découpage spectral initial

Le découpage spectral doit être bien choisi car il a une grande influence sur la précision du modèle. En effet, la manière dont le spectre total est subdivisé en bandes conditionne la capacité du modèle à reproduire précisément le comportement radiatif des mélanges CO_2-H_2O . De plus, le découpage spectral retenu influence directement le calcul des a_k d'après la relation (1).

Nous avons proposé un découpage spectral (nommé découpage spectral initial dans le tableau 1) en représentant la fonction de Planck normalisée ($I_{b,\eta}(T)/I_b(T)$) en fonction du nombre d'onde et pour 5 températures différentes. Ces températures ont été choisies dans la plage de température d'étude comprise entre 300 K et 3 000 K et de manière un peu arbitraire afin de réduire le plus possible l'erreur du modèle avec l'Approche 1 (approche la plus simple).

Les abscisses correspondant aux maxima de ces émissions (noté η_{max}) peuvent constituer des points naturels de séparation des bandes spectrales. Le nombre d'éléments dans chaque bande spectrale correspondant au découpage spectral initial est donné à la dernière ligne du tableau 2. Notons qu'il n'est pas nécessaire de préciser la sixième bande puisque celle-ci est obtenue en faisant la différence entre le nombre total d'éléments, soit 373 142 et la somme des éléments des 5 premières bandes. Le découpage spectral initial obtenu n'est pas nécessairement optimal, et l'Approche 3 permet de l'affiner grâce à une optimisation simultanée du découpage spectral

Bande k	1	2	3	4	5
Température (K)	786	888.5	1127.5	1879	2340
Nombre d'onde max η_{max} (cm ⁻¹)	1541	1742	2211	3685	4589.5
Découpage initial	23 000	3 000	7 000	22 000	13 500

Tableau 2 : Découpage spectral initial

initial et des coefficients $\kappa_{p,k}$, conduisant ainsi à une amélioration de la précision du modèle.

3.3. Fonction objectif et Algorithme génétique

Les paramètres du modèle suivant les approches (coefficients $b_{k,i}$ et découpage spectral initial) ont été déterminés à l'aide d'un algorithme génétique basée sur une évolution différentielle (DE), une méthode d'optimisation inspirée des mécanismes de l'évolution naturelle [6]. Cet algorithme permet de chercher les valeurs optimales des paramètres en minimisant la fonction objectif (4) définie plus loin comme la somme des erreurs relatives maximales associées aux grandeurs S_r et Q_r , calculées entre le modèle proposé et les résultats de référence obtenus par la méthode LBL. Cette minimisation a été effectuée sur une centaine de cas tests présentés dans [5]. Chaque cas test est défini suivant un profil de température, une distribution de concentration en CO₂ et, une épaisseur du milieu.

En considérant un domaine spatial adimensionné entre [0,1], nous évaluons la précision d'un modèle WSGG à l'aide des erreurs relatives (en %) sur S_r :

$$\varepsilon_{S_r}(x) = \frac{|S_{r,\text{modèle}}(x) - S_{r,\text{LBL}}(x)|}{\max_{x \in [0,1]} |S_{r,\text{LBL}}(x)|} \times 100\% \quad \text{et} \quad \varepsilon_{S_r}^{\max} = \max_{x \in [0,1]} \varepsilon_{S_r}(x). \quad (3)$$

L'erreur relative (en %) sur Q_r se calcule de façon similaire. La fonction objectif est alors définie comme suit :

$$\varepsilon^{\max} = \varepsilon_{S_r}^{\max} + \varepsilon_{Q_r}^{\max}. \quad (4)$$

L'erreur finale du modèle correspond à l'erreur maximale sur l'ensemble des cas tests.

4. Résultats

La performance du modèle a été évaluée au travers des erreurs (3) et (4) indiquées dans le tableau 3. Le modèle a été développé pour différentes valeurs de R , couvrant des compositions de gaz de combustion conventionnels et décarbonés. Le tableau 3 permet d'apprécier la capacité du modèle à maintenir un niveau de précision stable sur une large plage de conditions, qui est essentiel pour son intégration dans des outils de simulation et de conception industrielle.

Le tableau 3 montre que le modèle (basé sur l'Approche 3) permet d'obtenir un niveau de précision globalement stable pour l'ensemble des valeurs de R considérées. Les erreurs $\varepsilon_{S_r}^{\max}$ sont inférieures à 9%, tandis que celles basées sur $\varepsilon_{Q_r}^{\max}$ sont inférieures à 6%, malgré des variations significatives de la composition des gaz. Cette stabilité des erreurs souligne la capacité du modèle à s'adapter à des mélanges CO₂-H₂O couvrant aussi bien des combustibles conventionnels et des combustibles enrichis en hydrogène. Notons que le modèle de la littérature comme Shan *et al.* (2018) [7], qui est valable pour des températures entre 300 K à 2 500 K et

R	$\varepsilon_{S_r}^{\max}$	$\varepsilon_{Q_r}^{\max}$	Bande 1	Bande 2	Bande 3	Bande 4	Bande 5
0,125	8,80%	5,29%	21940	2570	2830	22030	5470
0,25	7,25%	5,45%	22750	2860	4020	23410	10600
0,50	7,44%	4,80%	21300	2710	4650	23940	10280
0,75	6,87%	4,51%	18500	2220	2910	18880	7490
1	6,90%	4,55%	21580	2930	5930	23110	12040
2	6,16%	4,97%	20750	3390	6330	20640	9630
3	6,38%	5,40%	18470	1800	4070	17450	11840
4	6,35%	5,71%	17710	2830	4710	18460	13630
5	6,93%	5,59%	17510	1790	6170	18350	14700

Tableau 3 : Erreurs maximales sur S_r et Q_r et découpage spectral final en fonction de R

des valeurs de R entre 0,125 et 4, peut conduire à des erreurs élevées sur S_r (par exemple $\varepsilon_{S_r}^{\max} = 27,06\%$ pour $R = 0,125$).

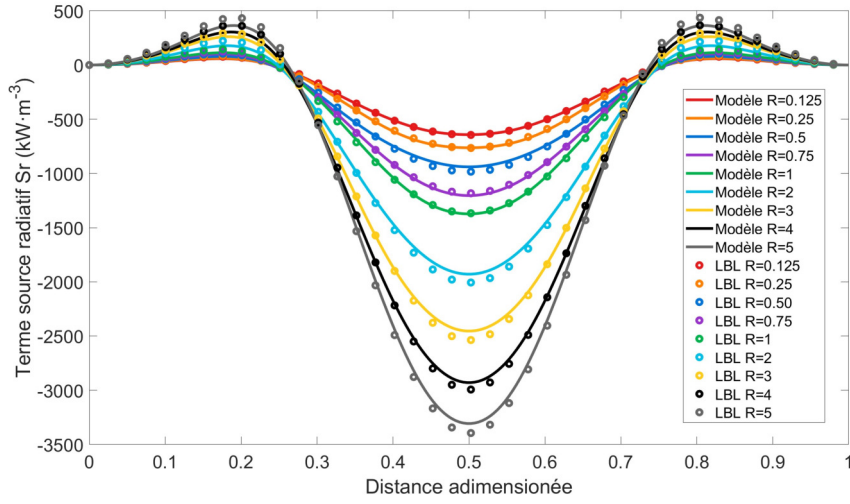
Il peut être noté que le découpage spectral initial affiné varie avec R . Les bornes des bandes spectrales s'ajustent progressivement afin de refléter les modifications de la contribution d'émission du CO_2 et de H_2O au rayonnement thermique.

Comme plusieurs valeurs de R ont été considérées, nous avons alors proposé une formulation unifiée de $\kappa_{p,k}$ valable pour l'ensemble des valeurs de R . Il a été nécessaire de réécrire l'expression de $\kappa_{p,k}$ afin de tenir compte de la dépendance en R , soit :

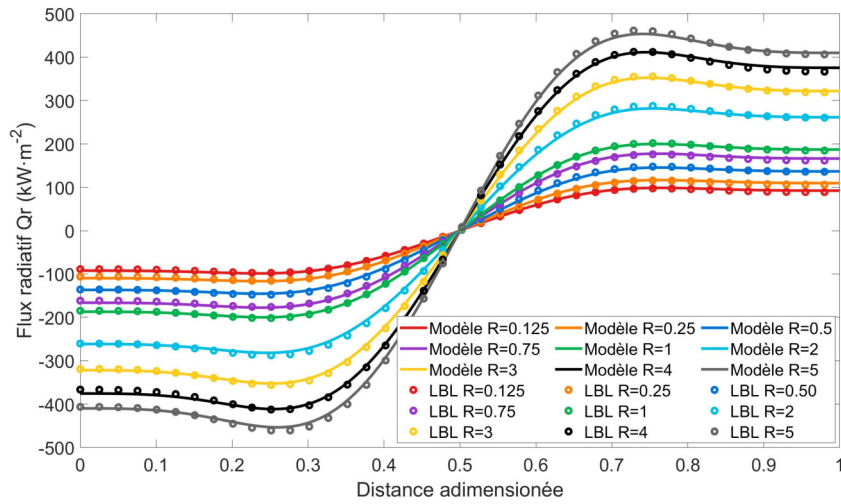
$$\kappa_{p,k}^{\text{unifié}} = \sum_{i=0}^2 \left(\sum_{j=0}^8 d_{k,i,j} R^j \right) \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^i. \quad (5)$$

$\kappa_{p,k}^{\text{unifié}}$ s'écrit comme un polynôme de degré 2 en T et de degré 8 en R . Pour l'ensemble des 6 bandes, cela conduit à 162 coefficients. Les valeurs de $d_{k,i,j}$ sont reportées dans les tableaux 4 et 5 de l'Annexe. Dans ces tableaux, les coefficients ont été reportés avec dix décimales afin de garantir la précision du modèle à 0,1% près. Par exemple, une réduction à huit décimales peut conduire à des différences de 0,5%.

La figure 1 présente les profils de S_r et Q_r pour différentes valeurs de R , obtenus pour un cas test spécifique : $T(\hat{x}) = 300 + 2700 \sin(\pi\hat{x})$, $Y_{\text{CO}_2}(\hat{x}) = 0,2 \sin^2(\pi\hat{x})$ ($\hat{x}$ est adimensionnée et varie entre 0 et 1), et à pression atmosphérique. Ce cas correspond à un profil de température symétrique, non uniforme variant entre 300 et 3 000 K, avec un maximum au centre du domaine, et à un profil symétrique de fraction molaire de CO_2 , également maximal au centre. Les figures 1a et 1b montrent un très bon accord entre les profils calculés par le modèle proposé et ceux obtenus avec la méthode LBL. Des écarts plus marqués apparaissent localement, notamment à proximité des zones d'inflexion des courbes de S_r et Q_r . Les niveaux d'amplitude de S_r et Q_r augmentent nettement avec R , ce qui s'accompagne d'une intensification des échanges radiatifs. En particulier, les valeurs de S_r au centre du domaine sont plus marquées, tandis que les deux maxima situés près des bords s'accroissent, sans modification notable de la forme globale des profils. De même, le profil de Q_r augmente de façon monotone entre deux plateaux, avec un passage par zéro localisé au milieu du domaine, alors que les valeurs de plateau aux extrémités augmentent en valeur absolue. Cette tendance traduit une contribution radiative plus importante du mélange lorsque R augmente.



(a) S_r



(b) Q_r

Figure 1 : Comparaison des profils de S_r et Q_r entre le nouveau modèle et la méthode LBL pour un cas test représentatif et pour différentes valeur de R

5. Conclusion et perspectives

Nous avons proposé un nouveau modèle de rayonnement thermique à la fois précis et rapide pour des rapports R compris entre 0,125 et 5, des températures comprises entre 300 K et 3 000 K et à pression atmosphérique. Le modèle s'applique ainsi aux gaz de combustion issus de combustibles hydrocarbonés conventionnels et de combustibles enrichis en hydrogène. Les erreurs globales du modèle sont bien contrôlées et sont inférieures à 9% et à 6% pour S_r et Q_r .

Les résultats obtenus indiquent que le modèle développé ne nécessite pas de recalibration spécifique pour chaque composition de gaz. Cette propriété est beaucoup intéressante pour les applications industrielles, où les conditions de fonctionnement et la composition des gaz de combustion peuvent varier de manière significative, notamment dans le cadre de procédés utilisant des combustibles partiellement ou fortement décarbonés. En perspective, nous envisageons d'étendre le modèle à des pressions élevées, afin d'élargir davantage son domaine de validité.

6. Annexe

k	i	$d_{k,i,0}$	$d_{k,i,1}$	$d_{k,i,2}$	$d_{k,i,3}$	$d_{k,i,4}$
1	1	-1,1222469113	28,7585333908	-161,7288478718	393,3949285463	-468,7408744249
	2	17,6543402576	-300,8199205161	1476,6098666445	-3119,1608463375	3373,0620443137
	3	-248,4672823540	3604,8091973939	-15009,9045383723	28914,6282695872	-29529,0096276006
2	1	224,6246582438	8036,0422716219	-26607,5453817914	37325,5761806583	-28471,2570694562
	2	5288,7229626302	-93545,5493545488	294762,6086539814	-462473,4688995872	422912,2546441953
	3	-18470,1122064674	206490,7988003951	-627470,1583886185	1036765,1958493522	-1028021,2818820367
3	1	-29,7711047139	409,3480042335	-1672,4303265772	3360,2742273912	-3592,1714510315
	2	622,0170640324	-2453,8970769649	-2046,6134489330	23887,0848001304	-39953,1833306159
	3	-2034,8887042453	35671,4308175649	-199287,8112086401	486210,3600719271	-581193,5193882711
4	1	0,1557083592	-3,3421398537	23,6310220806	-62,9622280084	77,8973463683
	2	0,7538610020	37,1719112240	-383,9965425921	1137,9070981960	-1470,3411576432
	3	2,2991846470	-129,0755443146	1075,1936143818	-2864,0928769915	3488,1740340737
5	1	-0,9580898579	79,6273029594	-536,0650777794	1399,4983572684	-1715,2538384027
	2	135,7813680626	-1206,5371690598	4025,8907642740	-5798,1747773699	4094,4562210392
	3	-354,0613286053	3166,7467661015	-11173,9900611933	17142,1207691032	-13142,4813418967
6	1	1,2503990670	-15,3381916077	81,7468189740	-184,2218481955	205,7998395259
	2	-10,6478788683	146,2253560392	-800,4106709460	1843,7355082988	-2092,2621571226
	3	21,0710263667	-305,7741799070	1699,4034344256	-3952,8809014266	4512,9472195896

Tableau 4 : Coefficients $d_{k,i,j}$ (j variant de 0 à 4)

k	i	$d_{k,i,5}$	$d_{k,i,6}$	$d_{k,i,7}$	$d_{k,i,8}$
1	1	289,4077772593	-93,9684813814	15,1612019005	-0,9546804585
	2	-1960,6829382502	613,2734862161	-96,6200192576	5,9891535078
	3	16566,8009064261	-5066,2895716163	786,3793845397	-48,2500472425
2	1	12609,2828152298	-3214,7238259500	434,8864318441	-24,0523249988
	2	-225494,8562012565	67427,6519972242	-10361,5281782859	632,8080347142
	3	586998,7362750231	-184248,2640700038	29264,7166430602	-1828,3778174201
3	1	2084,8960897254	-652,1994004706	102,7472007880	-6,3665359189
	2	28449,9050357856	-9939,3597364093	1672,9034471353	-108,1632817913
	3	359642,2755874128	-116937,7326576712	18883,5703848050	-1189,7178486227
4	1	-48,9437040691	16,0382945409	-2,6015116920	0,1643623914
	2	943,2361153510	-312,5518707597	51,0297431496	-3,2372481109
	3	-2162,2220103198	701,6835782252	-113,0485556069	7,1084372570
5	1	1072,1387340077	-350,1813561437	56,6749737375	-3,5749851489
	2	-1507,5958689306	287,5002525738	-25,5562358808	0,7337665254
	3	5427,4323978531	-1224,6159219694	141,7650955009	-6,5699910448
6	1	-121,4450954238	38,2449257173	-6,0432870339	0,3750540957
	2	1247,7339479069	-395,6983495659	62,8250558477	-3,9119439605
	3	-2701,3789595484	858,7188789087	-136,5493564396	8,5114534277

Tableau 5 : Coefficients $d_{k,i,j}$ (j variant de 5 à 8)

Références

- [1] S. Mazumder, S. P. Roy, Modeling thermal radiation in combustion environments : progress and challenges, *Energies* 16 (10) (2023) 4250.
- [2] L. J. Dorigon, G. Duciak, R. Brittes, F. Cassol, M. Galarça, F. H. R. França, WSGG correlations based on HITEMP2010 for computation of thermal radiation in non-isothermal, non-homogeneous H_2O/CO_2 mixtures, *Int. J. Heat Mass Transf.* 64 (2013) 863–873.
- [3] L. Mu, S. Wang, J. Lu, et al. Effect of hydrogen-enriched natural gas on flue gas waste heat recovery potential and condensing heat exchanger performance, *Energy* 286 (2024) 129591
- [4] M. F. Modest, The treatment of nongray properties in radiative heat transfer : from past to present, *J. Heat Transf.* 135(6) (2013) 4023596.
- [5] F. Asllanaj, S. Contassot-Vivier, F. Pascale, R. J. C. da Fonseca, G. C. Fraga, F. H. R. França, Unified gas radiation model over the entire temperature range based on WSGG, *Int. J. Heat Mass Transf.* 241 (2025) 126713.
- [6] F. Asllanaj, S. Contassot-Vivier, G. C. Fraga, F. H. R. França, R. J. C. da Fonseca, New gas radiation model of high accuracy based on the principle of weighted sum of gray gases, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* 315 (2024) 108887.
- [7] S. Shan, B. Qian, Z. Zhou, Z. Wang, K. Cen, New pressurized WSGG model and the effect of pressure on the radiation heat transfer of H_2O/CO_2 gas mixtures, *Int. J. Heat Mass Transf.* 121 (2018) 999–1010.