

Détermination de la fonction de densité de probabilité de pulvérisation d'une buse à cône creux en utilisant le critère d'information d'Akaike (AIC)

Ilyas SELLAMI^{1,2*}, Antonin ROBINET¹, Nicolas RIMBERT³,
Khaled CHETEHOUNA¹, Ludovic LAMOOT¹

¹ PRISME UR 4229, INSA Centre-Val de Loire, 88 boulevard Lahitolle, 18000 Bourges, France

² Institut de Technologie, Université Kasdi Merbah Ouargla, 30000 Ouargla, Algérie

³ LEMTA UMR 7563, Université de Lorraine, 2 avenue de la Forêt de Haye, 54000 Nancy, France

*(Auteur correspondant : ilyas.sellami@insa-cvl.fr)

Résumé - Cette étude vise à évaluer systématiquement diverses lois d'ajustement pour déterminer la fonction de densité de probabilité (PDF) de pulvérisation d'un brouillard d'eau généré par une buse mono-fluide à cône creux. L'anémométrie à phase Doppler (PDA) est utilisée conjointement avec l'imagerie à haute vitesse afin de caractériser finement la dynamique du spray.

1. Introduction

La compréhension de la distribution des tailles de gouttelettes dans un jet d'eau pulvérisée est essentielle dans de nombreux domaines, notamment l'agriculture, la lutte contre l'incendie, les technologies de refroidissement et le revêtement par pulvérisation [1, 2, 3, 4, 5]. Pour obtenir les caractéristiques du spray, il est nécessaire de recourir à des méthodes de mesure non intrusives, généralement fondées sur des techniques optiques. L'ombroscopie (Shadowgraphy) exploite l'hétérogénéité optique entre les gouttelettes et le milieu dans lequel elles se propagent, associée à l'utilisation d'une caméra rapide, pour déterminer la taille et la vitesse des gouttelettes. Cette méthode représente un coût important en matière de traitement d'images, mais les développements récents permettent désormais des mesures volumiques [6, 7]. L'ombroscopie est généralement effectuée dans le domaine du visible pour des raisons de simplicité. Cependant, elle peut également être mise en œuvre dans d'autres domaines spectraux pour des applications spécifiques. Les applications thermiques et les transferts de chaleur peuvent recourir au rayonnement infrarouge, configuration plus couramment désignée sous le terme de thermographie infrarouge [8]. Une autre technique couramment utilisée est l'anémométrie à effet Doppler de phase (PDA, Phase Doppler Anemometry) [9, 10, 11]. Cette technique constitue une extension de l'anémométrie laser Doppler qui exploite la différence de phase entre différents points de la gouttelette pour en déterminer la taille. Dans cette méthode, l'acquisition se limite à un petit volume de mesure (l'intersection des deux faisceaux laser), mais un nombre quelconque de gouttelettes peut être mesuré, tant en taille qu'en vitesse. À la connaissance des auteurs, il n'existe actuellement aucune étude systématique sur les diverses représentations de la distribution de taille de gouttelettes dans un spray, qu'elles soient exprimées en termes de nombre ou de volume. De plus, les études existantes qui abordent ces représentations ne tiennent pas compte de la convergence de la distribution vers une loi mathématique spécifique en fonction du point d'acquisition. Cet article vise à aborder ces défis et à proposer des solutions pour améliorer la caractérisation des sprays. À cet effet, une buse mono-fluide de type Delavan WDA à cône creux est utilisée pour atomiser l'eau, et un système PDA est employé en conjonction avec une caméra rapide afin d'analyser l'évolution du spray le long de ses axes de pulvérisation.

2. Présentation du dispositif expérimental

Les expériences ont été menées sur le banc d'essai de spray dans des conditions ambiantes au laboratoire Greensprink de l'INSA Centre-Val de Loire à Bourges (France). La configura-

tion du système est présentée à la figure 1. Le banc d'essai comprend le système de spray et le système d'anémométrie Doppler de phase fourni par Dantec. Le système de pulvérisation se compose d'un réservoir d'eau, d'une pompe d'eau, d'un manomètre et d'un atomiseur type Delavan WDA à cône creux. Les mesures ont été conduites à quatre distances axiales en aval de la buse ($z = 5, 10, 20$ et 30 mm). La position $z = 5$ mm correspond à la région d'atomisation, tandis que celles de $z = 10$ mm, 20 mm et 30 mm caractérisent le spray en phase développée. Un atomiseur de type Delavan WDA a été utilisé comme buse de pulvérisation dans cette étude expérimentale. Il s'agit d'un produit commercial largement déployé dans les applications industrielles. Cette buse assure un débit de 3 gallons par heure (variable en fonction de la pression) avec un angle de spray de 70° , générant un spray en cône creux. La buse Delavan WDA est montée sur un support réglable permettant des déplacements dans les directions horizontale et verticale. Plusieurs niveaux de pression ont été examinés, bien que la majorité des mesures aient été réalisées à 2 bars avec un débit de spray moyen d'environ $1,2$ mL/s. Une caméra haute vitesse (FASTCAM Nova S16, modèle 1100K-M-64GB) a été employée pour enregistrer les structures du spray selon différentes positions. La fréquence de la caméra est réglée sur 16 000 images par seconde. Un système PDA monocomposante sur fibre optique fourni par Dantec Dynamics a été mobilisé pour mesurer la vitesse et la taille des gouttelettes. Le système comprend un laser de 120 mW, un émetteur, une optique d'émission 1D et un translateur de faisceau. Cette unité émet une paire de faisceaux laser de longueur d'onde 660 nm (rouge) utilisés pour la mesure de vitesse. Le critère limitant pour l'acquisition à chaque point de mesure était l'enregistrement de 200 000 échantillons.

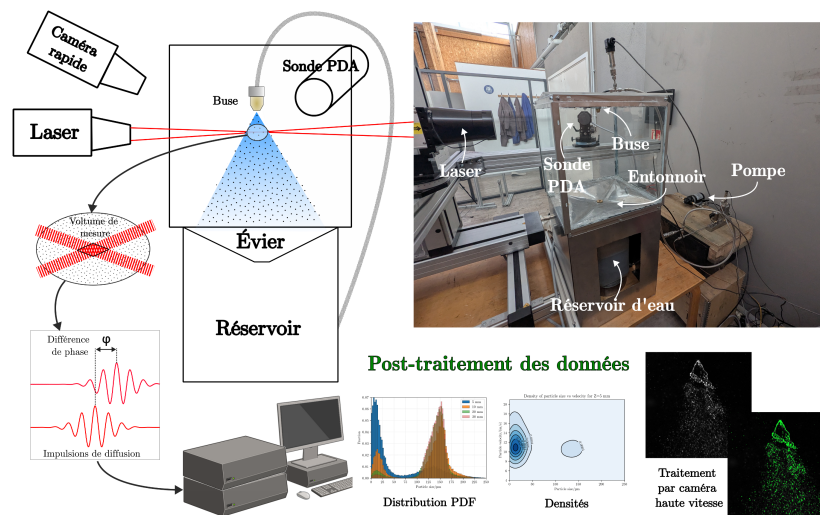


Figure 1 : Représentation schématique du banc d'essai.

3. Résultats et discussion

3.1. PDF par imagerie haute vitesse et ses limites

Comme l'illustre la figure 2, une PDF typique a été construite à partir des images acquises par la caméra haute vitesse. La majorité des gouttelettes présente un diamètre inférieur à $200 \mu\text{m}$, ce qui correspond aux données expérimentales issues de la PDA. Toutefois, la configuration de caméra ne permet de capturer que les grosses gouttelettes, formant une seconde distribution à partir de $100 \mu\text{m}$. Les gouttelettes de dimension inférieure à $50 \mu\text{m}$ ne peuvent pas être capturées en raison de leur taille sous-pixel. Naturellement, cette distribution ne peut être comparée aux distributions résultant de mesures ponctuelles, car elle représente une moyenne spatiale. Elle fournit des informations relatives à l'évolution générale des grosses gouttelettes, depuis leur fragmentation initiale près de la buse jusqu'à leur trajectoire vers les bords externes du spray.

Néanmoins, les mesures par caméra rapide demeurent utiles en fournissant une limite supérieure pour les diamètres des gouttelettes. Elles aident également à localiser le point d'acquisition d'intérêt avant de procéder aux mesures PDA.

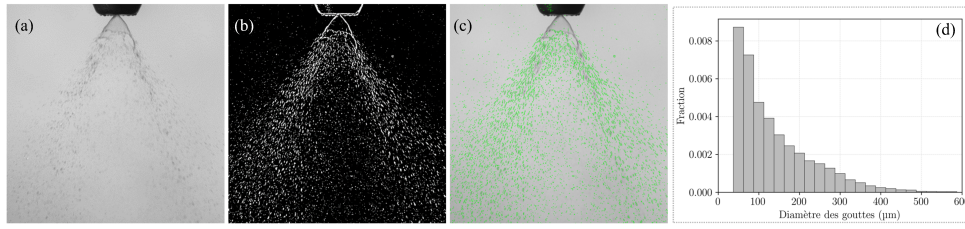


Figure 2 : *Imagerie par caméra rapide et segmentation par seuillage : (a) Image prise par caméra rapide, (b) Image binarisée, (c) Mise en évidence par algorithme de seuillage, (d) PDF en nombre.*

3.2. Caractéristiques des gouttelettes du spray obtenues par PDA

La figure 3 présente la distribution conjointe de la taille et de la vitesse des gouttelettes. À courte distance ($z = 5$ mm), une proportion importante de fines gouttelettes (diamètre inférieur à $50 \mu\text{m}$) est observée, associée à une plage de vitesses relativement étendue ($\approx 6\text{--}20$ m/s), reflétant l'atomisation initiale intense et l'influence prépondérante de l'énergie cinétique transmise par le jet. Des gouttelettes de dimensions plus importantes, tant rapides que lentes, sont également présentes, bien que moins représentées. En revanche, aux positions $z = 10, 20$ et 30 mm, la distribution se modifie significativement : la proportion de fines gouttelettes décroît, tandis qu'un second pic de distribution, correspondant à des gouttelettes de plus grand diamètre ($\approx 110\text{--}190 \mu\text{m}$) caractérisées par une plage de vitesses moins importante ($\approx 7\text{--}16$ m/s), devient prédominant. Cette évolution témoigne à la fois de la décélération progressive des petites gouttelettes soumises à la traînée aérodynamique et de la persistance des grosses gouttelettes, qui sont moins sensibles aux pertes d'énergie cinétique.

3.3. Distributions de taille des gouttelettes : analyse par critère AIC

Les données de distribution de vitesse et de taille des gouttelettes peuvent être ajustées à plusieurs fonctions de distribution standard numériquement ou graphiquement [12]. Dans cette étude, les distributions empiriques sont modélisées au moyen de différentes lois de probabilité (normale, log-normale, Weibull, gamma et stable), dont les paramètres d'ajustement sont indiqués pour chaque configuration. La qualité de ces ajustements est évaluée par le critère d'information d'Akaike (AIC), défini par :

$$\text{AIC} = 2k - 2\log(L) \quad (1)$$

où k représente le nombre de paramètres indépendamment ajustés au sein du modèle et L désigne la valeur maximisée de la fonction de vraisemblance [13]. Un critère AIC plus faible indique un meilleur ajustement du modèle aux données empiriques.

3.3.1. Distributions en nombre : analyse des petites gouttelettes

La figure 4 présente les distributions en nombre des gouttelettes de petite taille pour un spray de brouillard d'eau, mesurées à différentes positions en aval de la buse. L'analyse par critère AIC révèle une transition physique entre le champ proche et le champ lointain du spray (cf. tableau 1). Dans la région proximale à la buse ($z = 5$ et 10 mm), les valeurs d'AIC les plus faibles sont fréquemment associées à la distribution gamma. Ces observations expérimentales concordent avec les résultats de Villiermaux et al. [14], qui ont démontré que la distribution granulométrique issue de la fragmentation de ligaments peut être modélisée efficacement par des

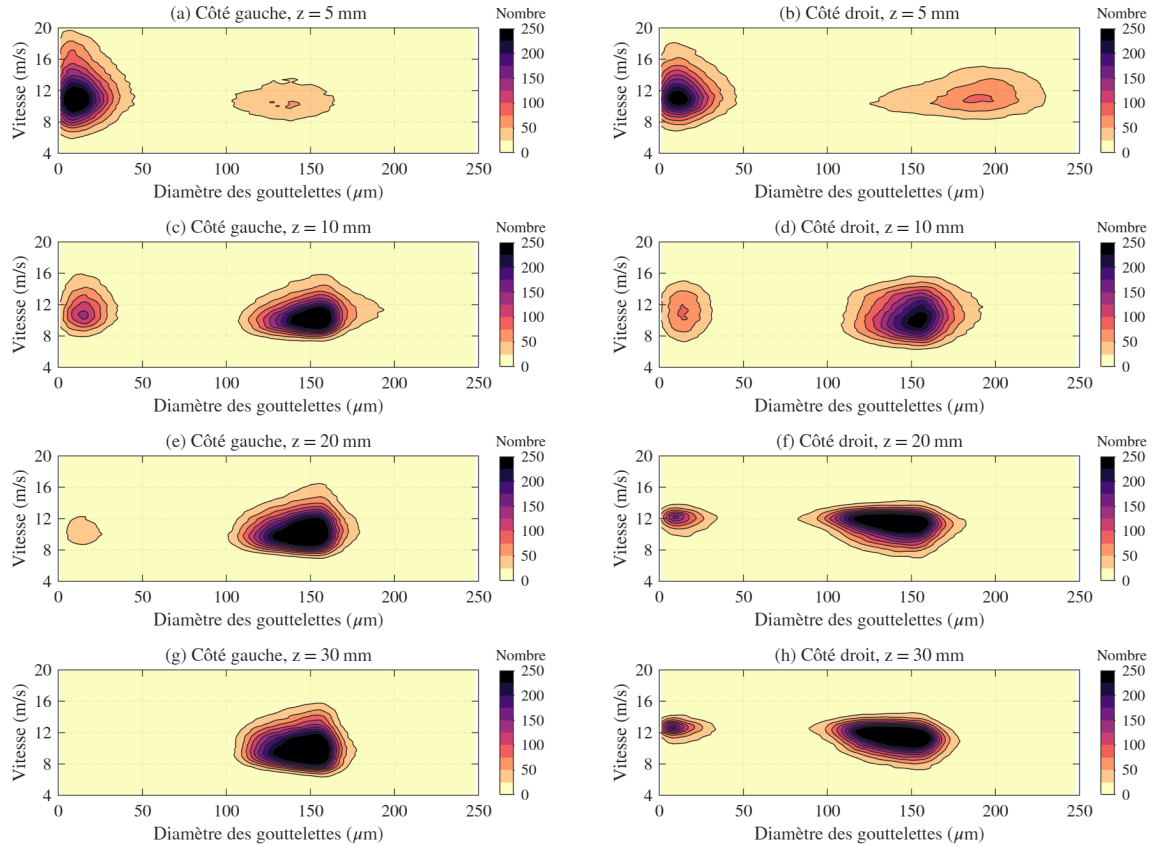


Figure 3 : *Distribution conjointe taille-vitesse des gouttelettes du spray d'eau.*

distributions gamma. Plus en aval ($z = 20$ et 30 mm), la distribution log-normale devient compétitive, voire prédominante sur certains côtés (par exemple, sur la droite à $z = 30$ mm). Cette transition de modélisation reflète le comportement autosimilaire des phases liquide et gazeuse dans la région pleinement développée du spray, tel que l'ont établi Hinterbichler et al. [15].

Tableau 1 : *Qualité d'ajustement des distributions en nombre des petites gouttelettes.*

Distance z (mm)	Côté	AIC des distributions de probabilité			
		Log-Normale	Weibull	Gamma	Stable
5	Droit	8.18E+05	8.12E+05	8.11E+05	8.27E+05
5	Gauche	1.04E+06	1.04E+06	1.03E+06	1.05E+06
10	Droit	2.61E+05	2.59E+05	2.58E+05	2.60E+05
10	Gauche	3.47E+05	3.44E+05	3.43E+05	3.45E+05
20	Droit	2.10E+05	2.11E+05	2.10E+05	2.13E+05
20	Gauche	1.09E+05	1.09E+05	1.09E+05	1.10E+05
30	Droit	1.90E+05	1.91E+05	1.90E+05	1.93E+05
30	Gauche	5.58E+04	5.56E+04	5.55E+04	5.62E+04

3.3.2. Distributions en nombre : analyse des grosses gouttelettes

La figure 5 présente les distributions en nombre des grosses gouttelettes à différentes positions d'investigation ($z = 5, 10, 20$ et 30 mm) en comparaison avec les ajustements établis selon plusieurs lois de probabilité. Les résultats de l'analyse montrent que les diamètres mesurés sont principalement concentrés entre 120 et 160 μm avec une forme unimodale et une légère asymétrie vers les plus grandes tailles, à l'exception de la position $z = 5$ mm, où les tailles de gouttelettes sont plus dispersées. Plus on s'éloigne de la buse, plus les tailles de gouttelettes deviennent homogènes, avec une dispersion moins importante. Cette évolution physique est probablement liée à l'évaporation rapide des fines gouttelettes et aux mécanismes de ségrégation granulométrique du jet, tandis que les grosses gouttelettes chutent plus rapidement, réduisant

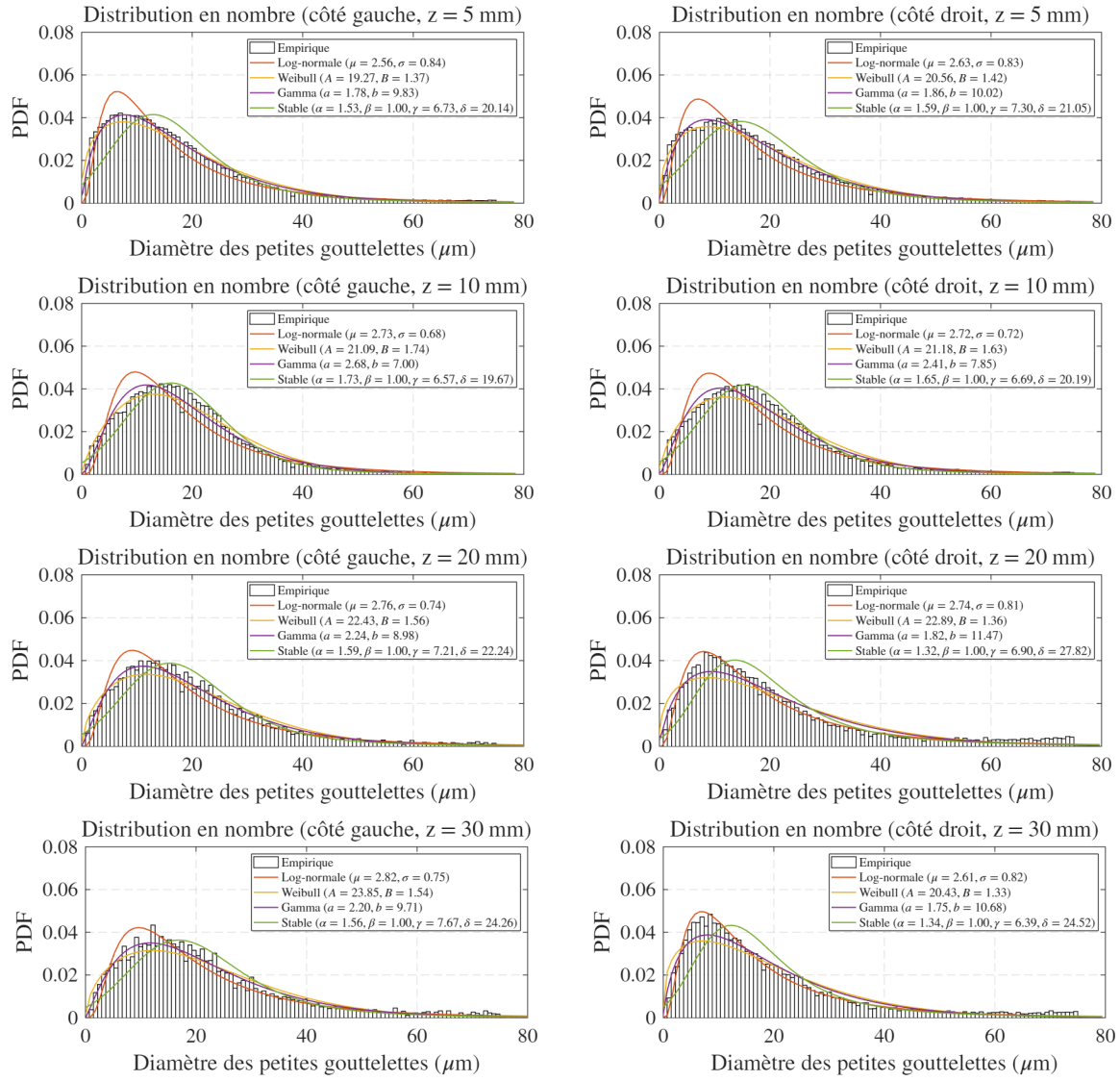


Figure 4 : Distributions en nombre des petites gouttelettes aux différents points de mesure.

ainsi la diversité des diamètres au fur et à mesure du développement du brouillard d'eau. De plus, les similarités croissantes observées entre les distributions des côtés gauche et droit soulignent l'homogénéité quasi-spatiale du brouillard d'eau en champ lointain. Comme le montre le tableau 2, l'évaluation de la qualité de l'ajustement par le critère d'information d'Akaike révèle que la loi stable (loi à 4 paramètres) fournit généralement un meilleur ajustement à la fonction de densité de probabilité expérimentale, surpassant les autres distributions (lois à 2 paramètres). Près de la buse ($z = 5$ mm), de légères différences subsistent, la distribution de Weibull (ou Rosin-Rammler) pouvant mieux décrire la variabilité initiale liée à la rupture de ligaments, mais plus en aval ($z = 20$ – 30 mm), les distributions tendent vers une forme où la loi stable reste dominante. Cette observation met en évidence que la dynamique de fragmentation et d'agglomération des gouttelettes n'est pas seulement le résultat de simples processus multiplicatifs, mais peut impliquer des fluctuations aléatoires plus complexes.

3.3.3. Analyse des distributions en masse

La figure 6 illustre les distributions en masse des diamètres de gouttelettes obtenues par des mesures PDA à différentes positions d'investigation. Les résultats montrent une légère asymétrie positive avec une queue de distribution s'étendant vers les grands diamètres, indiquant que la proportion de grosses gouttelettes contribue significativement à la masse totale du spray.

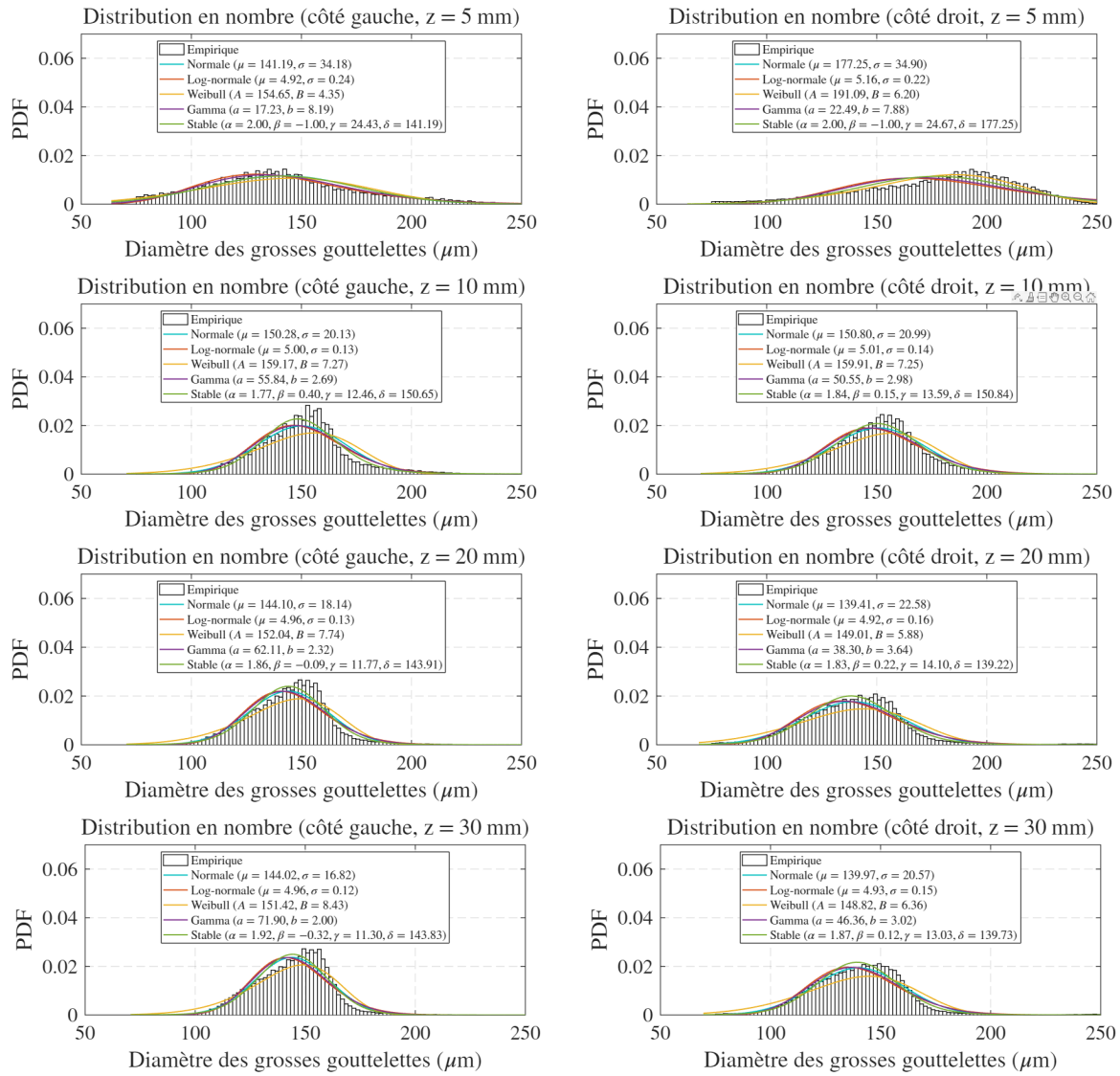


Figure 5 : Distributions en nombre des grosses gouttelettes aux différents points de mesure.

Tableau 2 : Qualité d'ajustement des distributions en nombre des grosses gouttelettes.

Distance z (mm)	Côté	AIC des distributions de probabilité				
		Normale	Log-Normale	Weibull	Gamma	Stable
5	Droit	9.08E+05	9.25E+05	9.02E+05	9.18E+05	9.08E+05
5	Gauche	5.84E+05	5.81E+05	5.87E+05	5.81E+05	5.84E+05
10	Droit	1.48E+06	1.48E+06	1.50E+06	1.48E+06	1.47E+06
10	Gauche	1.36E+06	1.35E+06	1.38E+06	1.35E+06	1.35E+06
20	Droit	1.57E+06	1.57E+06	1.60E+06	1.57E+06	1.56E+06
20	Gauche	1.60E+06	1.61E+06	1.63E+06	1.60E+06	1.60E+06
30	Droit	1.55E+06	1.55E+06	1.59E+06	1.55E+06	1.54E+06
30	Gauche	1.64E+06	1.64E+06	1.66E+06	1.64E+06	1.63E+06

L'évaluation quantitative par AIC confirme que le modèle stable (α -lévy) fournit l'ajustement optimal pour la majorité des configurations (par exemple, AIC = 1,83E+06 à $z = 20$ mm, comparé à 1,92E+06 pour la loi de Weibull), démontrant sa capacité à capturer la nature leptokurtique des distributions massiques où les gouttelettes de grand diamètre portent l'essentiel de la masse liquide (cf. tableau 3). La performance supérieure de ce modèle, paramétrée par un indice de stabilité $\alpha < 2$, exhibe le caractère non-gaussien de la distribution en masse pour la plupart des positions étudiées. L'évolution spatiale des paramètres de distribution fournit des informations pertinentes sur les processus physiques. Les résultats indiquent une diminution progressive et simultanée du diamètre moyen en masse (μ : de 164 μm à $z = 5$ mm gauche à

150 μm à $z = 30$ mm gauche) et de l'écart-type (σ : de 38 μm à 17 μm selon la même trajectoire), suggérant une homogénéisation progressive du spray. En effet, la convergence des paramètres de la loi stable ($\alpha \rightarrow 1.7$, $\beta \rightarrow 0$) et la réduction du paramètre d'échelle (γ : de 27 à 10) avec la distance (z) reflètent une atténuation de l'hétérogénéité initiale et une tendance vers une distribution plus symétrique, bien qu'elle reste toujours leptokurtique. Cette évolution peut être attribuée principalement à l'effet des forces aérodynamiques, à la différence de vitesse entre les petites et les grosses gouttelettes, ainsi qu'aux collisions coalescentes ou disruptives, et, dans une moindre mesure, à l'évaporation et la centrifugation, qui affectent préférentiellement les petites gouttelettes.

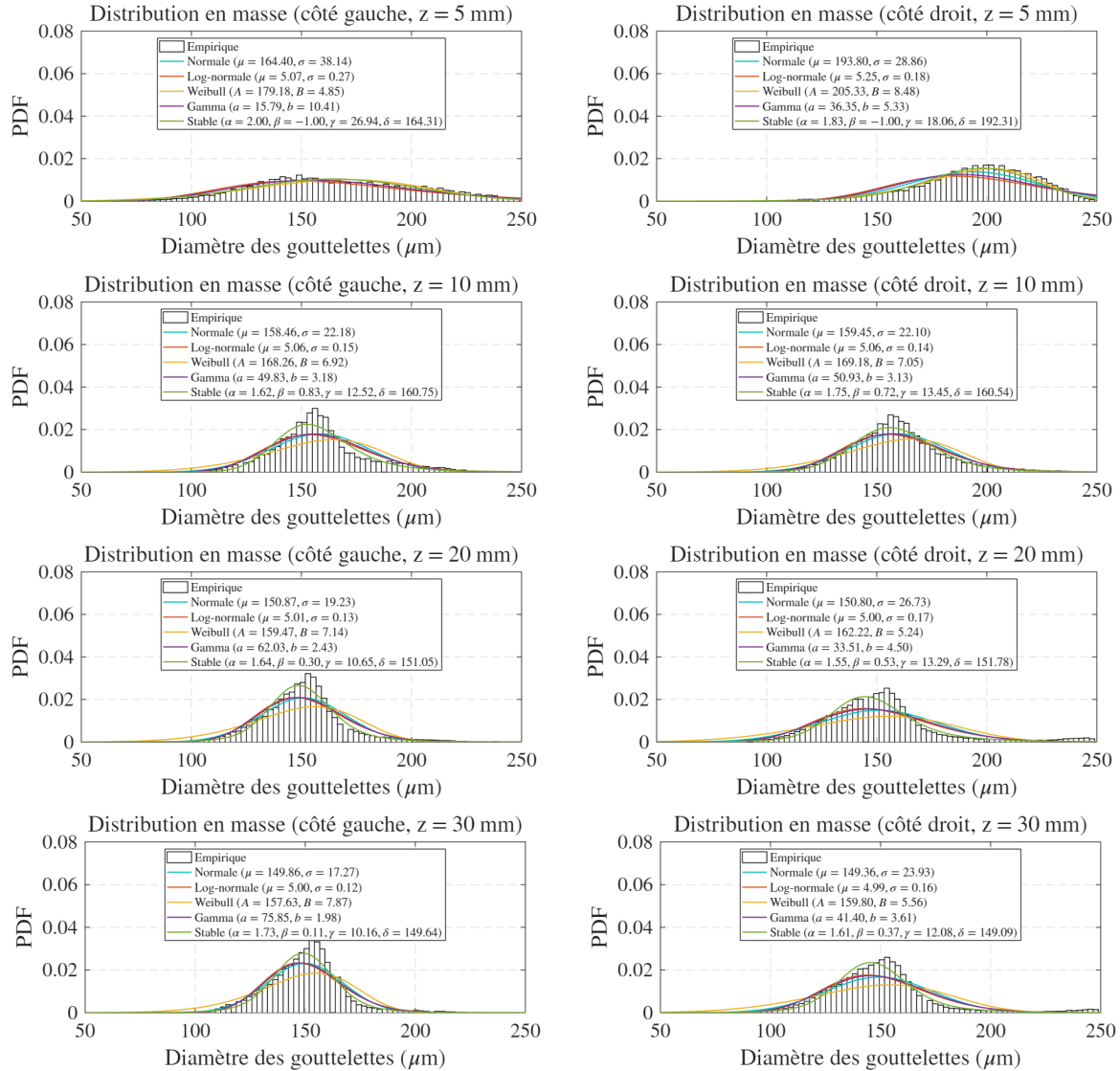


Figure 6 : Distributions en masse des tailles de gouttelettes à différentes positions d'investigation.

Tableau 3 : Qualité d'ajustement des distributions en masse des gouttelettes.

Distance z (mm)	Côté	AIC des distributions de probabilité				
		Normale	Log-Normale	Weibull	Gamma	Stable
5	Droit	1.89E+06	1.96E+06	1.86E+06	1.93E+06	1.86E+06
5	Gauche	1.98E+06	2.03E+06	1.98E+06	2.01E+06	1.98E+06
10	Droit	1.80E+06	1.81E+06	1.83E+06	1.80E+06	1.79E+06
10	Gauche	1.80E+06	1.82E+06	1.84E+06	1.81E+06	1.79E+06
20	Droit	1.88E+06	1.86E+06	1.92E+06	1.86E+06	1.83E+06
20	Gauche	1.75E+06	1.75E+06	1.80E+06	1.74E+06	1.73E+06
30	Droit	1.84E+06	1.82E+06	1.89E+06	1.82E+06	1.79E+06
30	Gauche	1.71E+06	1.71E+06	1.76E+06	1.71E+06	1.69E+06

4. Conclusion

À l'issue des différentes mesures PDA réalisées, la distribution en nombre des gouttelettes s'est avérée être bimodale, présentant un premier pic pour celles inférieures à 70 μm et un second pour les grosses gouttelettes. L'examen de diverses distributions de taille des gouttelettes a en outre démontré qu'aucun modèle de probabilité unique ne peut précisément représenter l'ensemble des points de données expérimentales. Il a été établi que la loi gamma pourrait être le modèle le plus approprié pour la distribution en nombre des petites gouttelettes en région proche de la buse, tandis que la loi stable fournit le meilleur ajustement pour la distribution en masse des grosses gouttelettes. D'un point de vue pratique, ces résultats ont des implications directes pour la modélisation numérique des sprays. L'utilisation courante de distributions de type log-normale et Weibull dans les codes de simulation CFD peut apparaître comme une simplification potentiellement invalide. De plus, l'adoption de distributions à nombre de paramètres élevés, telles que les lois stables, ou, à défaut, de modèles plus flexibles capables de capturer fidèlement la kurtosis et l'asymétrie serait nécessaire pour améliorer la prédiction des caractéristiques des gouttelettes. Enfin, la méthode de comparaison basée sur l'AIC se distingue comme un outil objectif pour calibrer et valider les modèles de distribution dans les simulations, garantissant que la physique statistique complexe du spray soit correctement reproduite.

Références

- [1] N. Ashgriz, *Handbook of Atomization and Sprays : Theory and Applications*, Springer US (2011).
- [2] P. Santangelo, Characterization of high-pressure water-mist sprays : Experimental analysis of droplet size and dispersion, *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 34 (2010) 1353–1366.
- [3] A. Urbán, V. Józsa, Investigation of Fuel Atomization with Density Functions, *Period. Polytech. Mech. Eng.*, 62 (2017) 33.
- [4] S. Privitera, G. Manetto, S. Pascuzzi, D. Pessina, E. Cerruto, Drop Size Measurement Techniques for Agricultural Sprays : A State-of-The-Art Review, *Agronomy*. 13 (2023) 678.
- [5] A. Lefebvre, *Atomization and Sprays*, CRC Press, (1988).
- [6] M. Legrand, J. Nogueira, A. Lecuona, A. Hernando, Single camera volumetric shadowgraphy system for simultaneous droplet sizing and depth location, including empirical determination of the effective optical aperture, *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 76 (2016) 135–145.
- [7] Z. Wang, F. He, H. Zhang, P. Hao, X. Zhang, X. Li, Three-dimensional measurement of the droplets out of focus in shadowgraphy systems via deep learning-based image-processing method, *Phys. Fluids*, 34 (2022) 073301.
- [8] N. Akafuah, A. Salazar, K. Saito, Infrared thermography-based visualization of droplet transport in liquid sprays, *Infrared Phys. Technol.*, 53 (2010) 218–226.
- [9] S. Soid, Z. Zainal, Spray and combustion characterization for internal combustion engines using optical measuring techniques—A review, *Energy*, 36 (2011) 724–741.
- [10] Y. Liu, Y. Pei, Z. Peng, J. Qin, Y. Zhang, Y. Ren, M. Zhang, Spray development and droplet characteristics of high temperature single-hole gasoline spray, *Fuel*, 191 (2017) 97–105.
- [11] S. Abdullah, V. Bhadrán, A. Goharzadeh, H. Ait Abderrahmane, D. Kyritsis, L. Khezzar, C. Rakopoulos, D. Rakopoulos, Experimental investigation of surface tension and viscosity on hollow cone spray atomization due to ethanol blending, *Energy*, 328 (2025) 136507.
- [12] N. Rimbart, O. Séro-Guillaume, Log-stable laws as asymptotic solutions to a fragmentation equation : Application to the distribution of droplets in a high Weber-number spray, *Phys. Rev. E*, 69 (2004) 056316.
- [13] H. Akaike, A new look at the statistical model identification, *IEEE Trans. Autom. Control*, 19 (1974) 716–723.
- [14] E. Villiermaux, P. Marmottant, J. Duplat, Ligament-Mediated Spray Formation, *Phys. Rev. Lett.*, 92 (2004).
- [15] H. Hinterbichler, H. Steiner, G. Brenn, Self-similar pressure-atomized sprays, *J. Fluid Mech.*, 889 (2020).