

Analyse de l'écoulement à l'aval d'un générateur de tourbillons longitudinaux par simulations LES

Rémi GAUTIER¹, Eliane YOUNES¹, Souria HAMIDOUCHE^{1*}, Serge RUSSEIL¹

¹IMT Nord Europe, Institut Mines Télécom, Université de Lille, CERI Énergie Environnement, F-59000 Lille, France

*(auteur correspondant : souria.hamidouche@imt-nord-europe.fr)

Résumé – Les phénomènes instationnaires se produisant à l'aval d'une paire de promoteurs de tourbillons « delta » au sein d'un canal rectangulaire sont étudiés dans le régime transitionnel à l'aide de simulations numériques LES (Large-Eddy Simulation) pour trois nombres de Reynolds : 400, 800 et 1500. Les résultats numériques sont confrontés à des analyses issues de mesures expérimentales (LDA et SPIV). Un regard critique est apporté sur l'approche LES à travers une étude comparative des champs de vitesse moyens et spectres turbulents obtenus numériquement et expérimentalement. À $Re_{DH}=800$, la génération de structures cohérentes permettent une intensification des contraintes de cisaillement pariétales en aval des promoteurs de tourbillons qui n'est plus observée pour $Re_{DH}=1500$.

Nomenclature

C_f	coefficient de frottement pariétal	U_0	vitesse débitante, m/s
f	fréquence, Hz	<i>Symboles grecs</i>	
H	hauteur du canal, m	τ	tenseur des contraintes visqueuses, Pa
L_x, L_y, L_z	dimensions du domaine de calcul, m	ρ	masse volumique, kg/m ³
Re_{DH}	nombre de Reynolds	<i>Indices et exposants</i>	
St	nombre de Strouhal	D_H	diamètre hydraulique

1. Introduction

Les promoteurs ou générateurs de tourbillons (GT) longitudinaux ont été massivement étudiés dans différentes applications. En aéronautique, ils peuvent être utilisés pour retarder les phénomènes de décollement [1, 2]. Dans le domaine de la thermique, ces techniques sont connues pour intensifier les échanges proche paroi, avec des gains le plus souvent observés dans le régime laminaire que dans le régime turbulent [3, 4, 5, 6].

Dans les régimes transitionnels et turbulents, les tourbillons longitudinaux générés sont la plupart du temps étudiés expérimentalement ou numériquement en moyennant temporellement les champs de vitesse et de température. Les simulations numériques de type RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes), adoptant une approche statistique de la turbulence, peuvent prédire avec plus ou moins de précision les performances globales de l'intensification (transferts de chaleur vs. pertes de charge). Cette approche ne pouvant en revanche décrire le développement de structures turbulentes instationnaires, des écarts peuvent être observés sur les quantités locales telles que l'énergie cinétique turbulente k ou le Nombre de Nusselt local. La DNS (Direct Numerical Simulation) ou la LES (Large-Eddy Simulation) permet d'accéder à une physique plus complexe mais nécessite des ressources de calcul plus importantes. Les instationnarités à l'aval de GT n'ont pas été clairement étudiées dans la littérature. Récemment, Younes et al., [7] ont étudié les phénomènes instationnaires à l'aval d'une paire de GT (de type « delta-winglet ») dans des régimes allant du régime laminaire ($Re_{DH}=400$) au régime turbulent ($Re_{DH}=12000$) à l'aide d'une analyse spectrale détaillée des fluctuations de vitesse.

L'objectif de cette étude est de compléter ce travail en initiant des pistes de compréhension sur les phénomènes induits par ces GT à l'aide de simulations LES dans le régime laminaire et

transitionnel pour trois valeurs du nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique $Re_{DH}=400, 800$ et 1500 . La partie introduction s'achève en décrivant les méthodes expérimentales et numériques utilisées respectivement pour les mesures LDA et les simulations LES. La deuxième partie a pour objet de comparer les simulations par analyse des champs de vitesse et spectrale. La troisième partie présente et discute les structures turbulentes induites par les GT et leurs impacts sur le coefficient de frottement pariétal.

1.1. Méthode expérimentale

Un dispositif expérimental contenant une veine aéraulique (Figure 2a) a été mis œuvre afin d'effectuer des mesures locales de vitesse en utilisant la technique Anémométrie Laser à effet Doppler (Laser Doppler Anemometry : LDA), le détail de ce dispositif est décrit dans [6, 7]. Les mesures LDA ont été réalisées à différents points à l'aval d'une paire de générateurs de tourbillons Delta (de type « delta-winglet ») (Tableau 1 et Figure 1) afin d'avoir accès à des valeurs instantanées de vitesse.

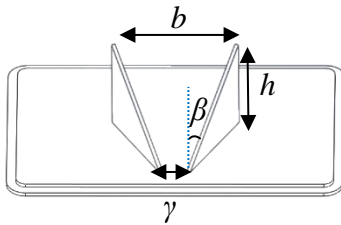


Figure 1 : Géométrie des générateurs de tourbillons

Géométrie du générateur de tourbillons	
Angle d'attaque, β	30°
Hauteur, h	$0.998 H$
Envergure, b	$1.24 H$
Largeur entre bords d'attaque, γ	$0.26 H$

Tableau 1 : Dimensions du modèle

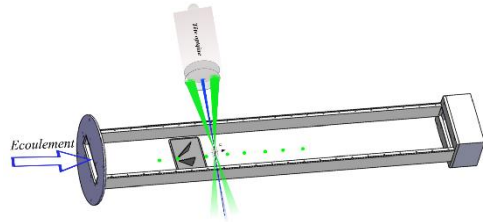
La LDA est une technique optique quasi non-intrusive permettant de déduire la vitesse de l'écoulement ensemencé par des traceurs (particules) suivant le fluide. Cette technique d'interférométrie consiste à focaliser une forte intensité lumineuse dans un petit volume d'espace (*volume de mesure*) issu de l'intersection (avec un angle : θ) de deux faisceaux lasers de longueur d'onde λ . La Figure 2b illustre l'intersection des deux faisceaux laser dans le volume de mesure. Ce volume de mesure est donc formé de l'addition de deux ondes constituant un réseau de franges Doppler. La distance entre deux franges, d_f , est estimée par la formule ci-dessous :

$$d_f = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \quad (1)$$

Le déphasage Doppler, F_D , traduit la diffusion de la lumière (selon la théorie de Mie) de la particule/traceur traversant le volume de mesure. Cette diffusion (signal lumineux émis ou bouffée Doppler : Figure 2b) est collectée par un photomultiplicateur et convertie ainsi en une fréquence (F_D). Le déphasage Doppler dépend de la vitesse et l'orientation des particules traversant le volume de mesure, de λ et l'angle θ . Lorsqu'une particule traverse les franges, l'intensité de la lumière réfléchi varie en fonction de l'intensité de la frange. Par conséquent, l'amplitude du signal détecté (*burst*) varié avec le temps (d_f/U). La vitesse de déplacement des particules est ainsi calculée, en suivant l'équation ci-dessous :

$$U_{particules} = d_f F_D \quad (2)$$

a)



Veine d'essai

Hauteur, H	50 mm
Largeur, L	$3.5 H$
Longueur, L_e	$25.6 H$
Diamètre	
Hydraulique, D_H	$0.077 H$

b)

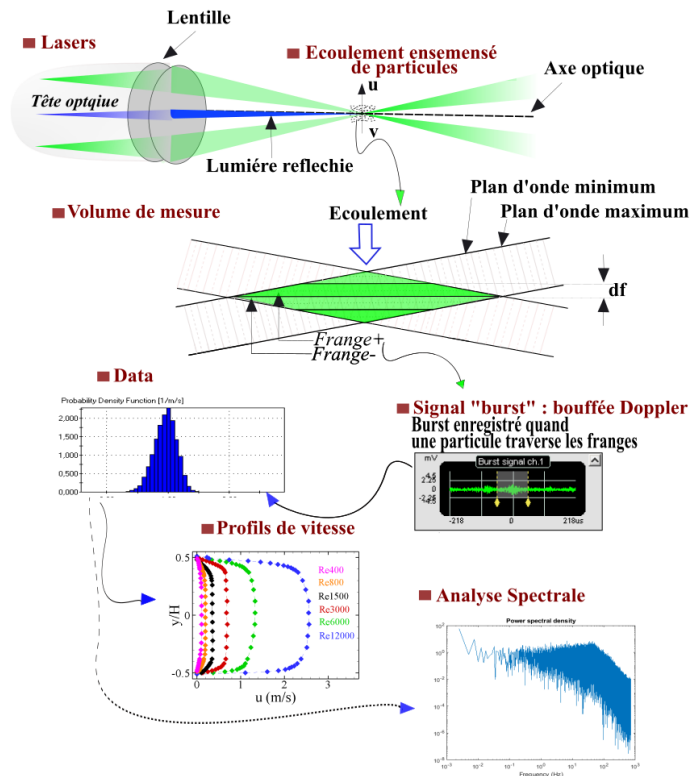


Figure 2 : a) Veine d'essai et GT, b) Principe du système de mesure LDA

Pour cette présente étude, un système Dantec LDA (1D, 90 mW, BSA F80) a été utilisé. Le faisceau laser ND:YAG a une longueur d'onde 660 nm avec une distance focale de 500 mm. Les dimensions du volume de mesure sont : $dx=0.16$ mm, $dy=0.16$ mm et $dz=2.69$ mm et la distance entre deux franges est $d_f=0.0021$ mm. Un système de déplacement ISEL est utilisé pour piloter le déplacement automatique du laser et effectuer différents points de mesure tout au long de la veine d'essai. Un nombre important d'échantillonnages a été réalisé afin d'assurer une convergence statistique des vitesses et des fluctuations. Au total, l'acquisition de 200 000 échantillons a été effectuée pour chaque point de mesure.

1.2. Méthodes numériques

Des simulations LES sont réalisées pour les trois nombres de Reynolds d'intérêt (400, 800 et 1500). Le domaine de calcul utilisé pour cette étude, décrit dans la Figure 3, se focalise sur le champ proche du perturbateur où son influence sur les quantités moyennes et fluctuantes est prépondérante en $x/H < 6$. Le domaine est de dimensions $(L_x, L_y, L_z)=(500$ mm, 50 mm, 175 mm). La taille de référence étant la hauteur $H=L_y=50$ mm du canal, les tailles adimensionnées du domaine de calcul sont donc (10, 1, 3.5). Le repère du domaine est fixé par convention à l'amont du promoteur situé à $2H$ de l'entrée. Les conditions aux limites d'entrée sont un profil de vitesse uniforme et constant non perturbé, tandis que la pression est contrôlée à la sortie du domaine. Des conditions d'adhérence (vitesse nulle) sont imposées aux parois (en $y/H=0$ et $y/H=1$). Des conditions de glissement libre (symétrie) sont imposées sur les surfaces latérales (en $z/H=\pm 1.75$) garantissant un effet de confinement et un nombre de mailles réduit par rapport à une condition de paroi. Les équations résolues sont les équations de Navier-Stokes filtrées (eq. 3, 4). Le tenseur des contraintes sous-mailles est déterminé à l'aide de l'approximation de Boussinesq (eq. 5) où un modèle de turbulence de type WALE a été adopté [8] pour déterminer la viscosité turbulente.

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot (\rho \tilde{\mathbf{u}} \otimes \tilde{\mathbf{u}}) = -\nabla \cdot \tilde{p} \mathbf{I} + \nabla \cdot (\tilde{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{\tau}_{SGS}) \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{SGS} = 2\mu_t \mathbf{S} - \frac{2}{3}(\mu_t \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}) \mathbf{I} \quad (5)$$

Le maillage compte 0.6 millions de mailles pour $Re_{DH}=400$ tandis que 1.32 millions de mailles ont été imposées pour $Re_{DH}=800$ et 1500. Ces maillages garantissent une première maille au niveau des parois située à y^+ strictement inférieur à 0.2, 0.2 et 0.4 respectivement pour $Re_{DH}=400$, 800 et 1500. Un pas de temps de 0.001s a été choisi pour $Re_{DH}=400$, et de $6 \cdot 10^{-4}$ s pour $Re_{DH}=800$ et 1500. Le logiciel Star-CCM+ a été utilisé adoptant la méthode des volumes finis et utilisant des schémas numériques d'ordre deux spatialement et temporellement, l'avancement temporel étant assuré à travers l'algorithme de correction pression-vitesse « PISO ». Le cas $Re_{DH}=400$ est un cas laminaire et purement stationnaire. Les simulations à $Re_{DH}=800$ et 1500 peuvent être considérées comme des simulations LES hautement résolues spatialement et temporellement.

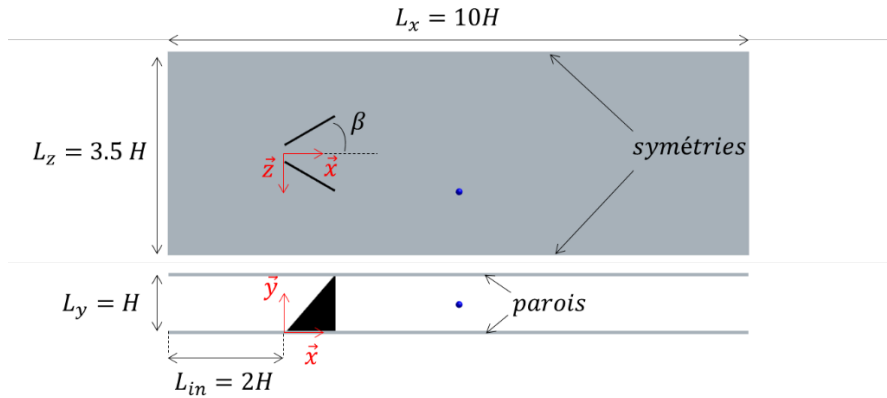


Figure 3 : Vues du dessus et latérale du domaine de calcul. Le point bleu indique la position locale dans l'écoulement où les spectres de turbulence sont réalisés.

2. Comparaison des simulations LES

2.1. Champs de vitesse moyens

La figure 4 compare les champs de vitesse moyens (cartographie de la vitesse longitudinale et lignes de courant de la vitesse transversale) ainsi que les profils de vitesse longitudinaux issus d'une étude expérimentale antérieure [6] et des simulations numériques LES en $x/H=3$. Les champs moyens mettent en évidence la présence d'une paire de tourbillons principaux contrarotatifs. Globalement, un bon accord est trouvé sur l'amplitude des vitesses longitudinales pour les trois nombres de Reynolds. Par ailleurs, on note également une bonne prédiction de la position des centres moyens des tourbillons longitudinaux excepté pour le $Re_{DH}=400$. En revanche, les profils de vitesse tracés transversalement en milieu de canal à $y/H=0.5$ montrent systématiquement un déficit dans la zone de sillage des perturbateurs pour la LES par rapport à la mesure. Pour $Re_{DH}=800$ et 1500, on note respectivement un écart inférieur à 15% sur la vitesse minimale de ces profils. Pour $Re_{DH}=400$, ces écarts atteignent en moyenne 30%. Au centre du canal, l'accord entre les profils est globalement assez bon, on notera toutefois une sous-estimation pour $Re_{DH}=1500$ de l'ordre de 10%.

En conclusion, les champs de vitesse moyens prédits par simulation LES sont en bon accord avec les mesures SPIV réalisées par [6]. Par ailleurs, on observe clairement la zone d'influence

des parois latérales en $z/H=\pm 1.75$ sur l'allure des lignes de courant dans le plan transversal. On peut conclure que les conditions aux limites de glissement libre ont un impact relativement faible sur la topologie moyenne interne au canal, pour approximativement $-1.2 < z/H < 1.2$. On peut noter que la condition d'entrée synthétique (vitesse uniforme) imposée en entrée de domaine, alors que le profil expérimental présente des déficits en parois, impacte l'amplitude des vitesses essentiellement dans les sillages proches des deux perturbateurs.

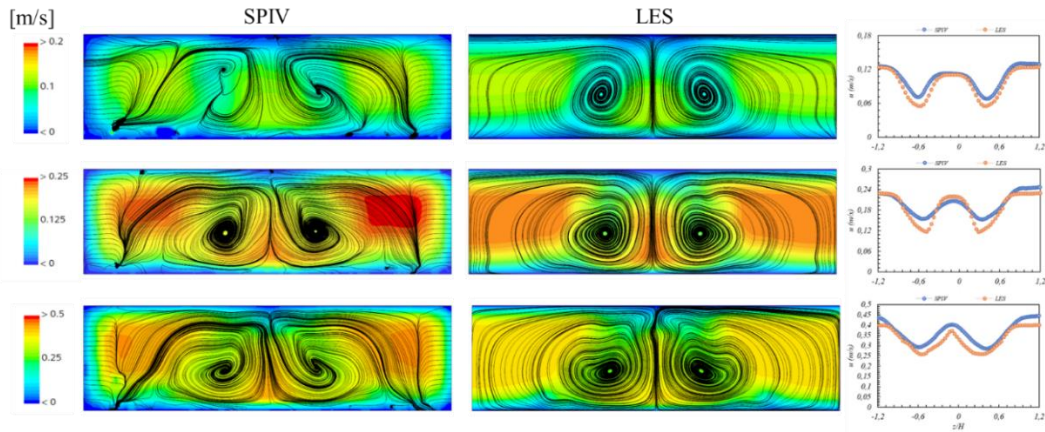


Figure 4 : Lignes de courants du champ de vitesse moyen dans le plan transversal à l'écoulement en $x/H=3$ et cartographie colorisée de la vitesse longitudinale pour $Re_{DH}=400, 800$ et 1500 (de haut en bas). À gauche, SIV [6] ; Au centre, LES. À droite : profils de vitesse longitudinale tracés au centre du canal en $y/H=0.5$ de $z/H=-1.2$ à $z/H=1.2$

2.2. Analyse spectrale

Des spectres sont réalisés à une position locale dans l'écoulement à $x/H=3$ située dans le prolongement du bord de fuite du promoteur de droite en $z/H=-0.81$ (voir le point bleu de la Figure 3). Les spectres sont présentés dans la Figure 5. Les fréquences fondamentales ainsi que le nombre de Strouhal correspondant, basé sur la longueur caractéristique du promoteur ($St=f.L/U_0$, avec $L=H=0.05$ m), sont présentés dans le Tableau 2.

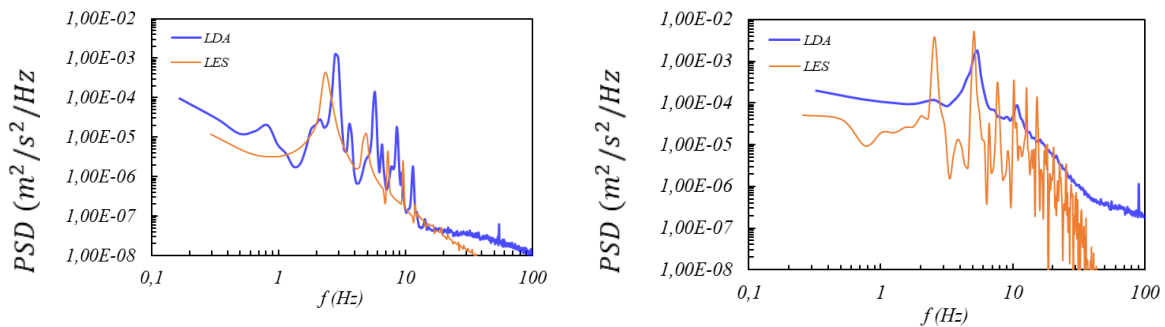


Figure 5 : Spectres obtenus par LES (orange) et LDA (bleu) en $x/H=3$ pour $Re_{DH}=800$ (gauche) et $Re_{DH}=1500$ (droite)

À $Re_{DH}=400$, aucun pic n'est observé sur le spectre par simulation (non présenté ici), les amplitudes détectées par LDA sont très faibles, montrant ainsi les caractères laminaire et stationnaire pour ce nombre de Reynolds. Pour $Re_{DH}=800$, on observe que la simulation reproduit fidèlement la fréquence fondamentale détectée à 2.3 Hz proche de celui obtenu expérimentalement à 2,8 Hz pour des nombres de Strouhal respectivement de 0.71 et 0.82 (Tableau 2). On observe que la LES arrive à reproduire également trois harmoniques détectées expérimentalement dont les fréquences sont décalées d'un même facteur que la fondamentale,

mais d'amplitudes plus faibles globalement. Ce léger décalage « à gauche » du spectre obtenu par CFD (computantla Fluid Dynamic) peut s'expliquer par les valeurs plus faibles observées en moyenne sur la position locale en $z/H=-0.81$ (voir Figure 4). Pour $Re_{DH}=1500$, la fondamentale est détectée par CFD à 5,1Hz avec $St=0.82$ proche de la mesure avec $f=5,4$ Hz pour $St=0.9$. En revanche, on observe quatre pics secondaires sur le spectre alors que la LDA n'en détecte qu'un seul. De plus, un pic d'amplitude importante est détecté par simulation à une fréquence deux fois plus faibles que la fondamentale. On notera que cette fréquence est également détectée expérimentalement pour d'autres nombres de Reynolds dans le régime transitionnel mais à des amplitudes beaucoup plus faibles [7]. Cette fréquence pourrait être générée par un effet de « sway » des deux sillages interagissant entre eux, mais ce point doit être éclairci par des analyses plus approfondies. Par ailleurs, l'intégrale du spectre nous montre que l'énergie cinétique est sous-estimée par la CFD en cet endroit local de l'écoulement alors que les profils de la Figure 4 montre une très bonne concordance de la vitesse longitudinale moyenne en $z/H=-0.81$.

	$Re_{DH}=800$		$Re_{DH}=1500$	
	LES	LDA	LES	LDA
Fréquence fondamentale (Hz)	3.2	2.8	5.1	5.4
Nombre de Strouhal	0.71	0.82	0.82	0.90

Tableau 2 : Fréquences fondamentales et nombres de Strouhal détectés par simulation LES et mesures LDA

Globalement, les fréquences fondamentales des instationnarités sont prédites correctement par la simulation LES pour $Re_{DH}=800$ et 1500, mais la prédiction des fréquences secondaires est, selon les cas, de qualité très variable. Il semble que le décalage des fréquences fondamentales, principalement observé pour $Re_{DH}=800$, est lié à la qualité de la prédiction des vitesses du champ moyen : une prédiction correcte des vitesses peut mener à une bonne prédiction des fréquences. En revanche, une prédiction correcte de la vitesse moyenne locale ne garantit pas une bonne prédiction de la distribution des fréquences secondaires ou de l'énergie cinétique fluctuante, de même qu'une description fidèle de l'allure du spectre de vitesse peut être obtenue malgré une sous-estimation de la vitesse moyenne locale.

3. Structures tourbillonnaires et frottement pariétal

Dans la littérature, on peut noter un manque crucial sur la description des structures cohérentes générées à l'aval des GT. Cette étude préliminaire, nous permet d'analyser qualitativement les structures tourbillonnaires dans le régime transitionnel et d'apporter des éléments de compréhension de l'influence de ces structures sur le frottement pariétal local induit à l'aval de ce GT (Delta Winglet).

La Figure 6 présente les structures tourbillonnaires détectées par critère Q à l'aval des GT. À $Re_{DH}=400$, comme indiqué dans l'analyse spectrale, aucune fréquence n'est repérée, ce qui correspond à la formation de deux tourbillons longitudinaux parfaitement stationnaires. À $Re_{DH}=800$, la structure longitudinale principale est toujours existante mais est accompagnée de structures tourbillonnaires cohérentes dont certaines proviennent des instationnarités générées par les contraintes de cisaillement induites au niveau des arêtes de décollement obliques et verticales de la paire de Delta Winglet. D'autres structures sont ensuite induites par ces structures primaires interagissant entre elles plus en aval du perturbateur. On note une symétrie quasi parfaite de l'ensemble des structures le long du domaine de calcul considéré. Ces structures tourbillonnaires sont donc générées de manière parfaitement synchrone pour $Re_{DH}=800$. Par ailleurs, ces tourbillons sont générés de manière périodique, la fréquence de

périodicité correspondant à la fondamentale détectée à 2.3 Hz : la distribution spatiale de ces structures est ainsi identique tous les 0.435 s. À $Re_{DH}=1500$, on observe une perte de symétrie des structures turbulentes générées dans les deux sillages du GT, où le tourbillon longitudinal instantané a totalement disparu pour laisser place à des structures tourbillonnaires turbulentes plus désordonnées. Les deux sillages fonctionnent ainsi de manière indépendante pour $x/H < 1.5$, leur interaction s'opère en aval vers $x/H = 1.5$ à 2 environ. Ces structures n'étant pas symétriques et de nature plus aléatoire, elles ne peuvent pas donner naissance à des structures cohérentes qui peuvent s'auto-entretenir plus en aval, comme cela a été observé pour $Re_{DH}=800$. Les spectres discutés précédemment indiquent qu'un nombre important de fréquences sont sollicitées en $x/H=3$, caractérisant donc un écoulement plus turbulent et chaotique.

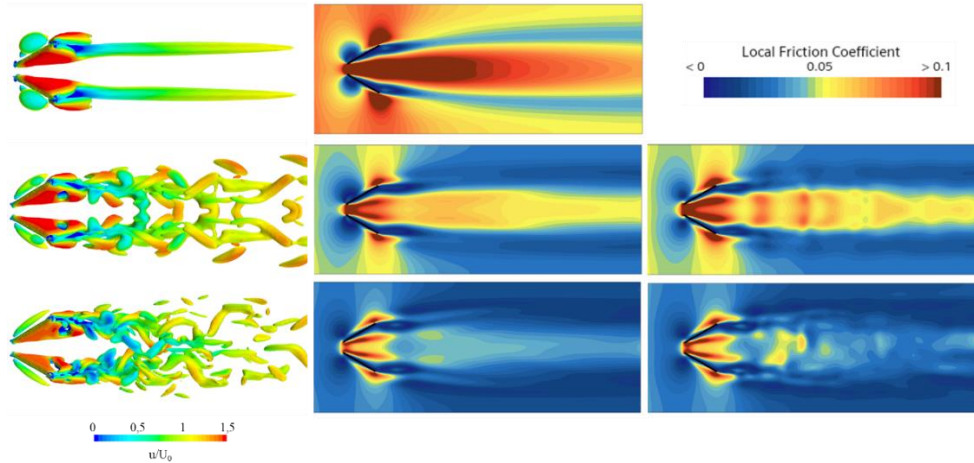


Figure 6 : À gauche : structures tourbillonnaires à l'aval des promoteurs avec de haut en bas $Re_{DH}=400, 800$ et 1500 colorées par la vitesse longitudinale (le rouge correspond à une vitesse égale ou supérieure à 1.5 fois la vitesse débitante). Au centre et à droite : distributions pariétales des coefficients de frottement local moyen et instantané, respectivement.

Nos simulations montrent que l'impact de ces structures est assez notable sur le frottement pariétal induit. La figure 6 montre les distributions pariétales du coefficient de frottement local C_f moyen et instantané, défini par l'équation suivante :

$$C_f = \frac{|\bar{\tau} \cdot \vec{n}|}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (6)$$

Où $\bar{\tau}$ est le tenseur des contraintes visqueuses locales (instantanées ou moyennes), \vec{n} la normale à la paroi avec, pour la paroi du bas, $\vec{n} = -\vec{y}$. Pour le cas laminaire, la zone de fortes valeurs du coefficient de frottement occupe une zone assez importante à l'aval du perturbateur avec des niveaux élevés attendus en régime laminaire par rapport au régime transitionnel ou turbulent. Pour $Re_{DH}=1500$, on remarque que le coefficient de frottement est prépondérant uniquement dans les zones d'accélération à proximité du GT. Plus en aval, la zone d'intensification moyenne est très peu étendue en aval et de faible amplitude. Une cartographie instantanée à $Re_{DH}=1500$ nous montre que les tourbillons induits par le GT ont un impact très faible sur l'augmentation des contraintes de cisaillement pariétal. Pour $Re_{DH}=800$, on observe en revanche que la zone d'intensification couvre une surface s'étendant jusqu'à la sortie du domaine avec un coefficient de frottement pariétal plus élevé dans l'intervalle $1 < x/H < 3$. Une cartographie instantanée montre que des zones particulièrement intenses se produisent régulièrement à l'aval du GT. La figure 7 montre que ces zones d'intensification instantanées sont associées aux structures turbulentes observées précédemment à $Re_{DH}=800$. On identifie en particulier une structure cohérente qui est générée par l'arête oblique et transportée par

convection dans la partie inférieure du canal augmentant sensiblement les frottements pariétaux. Les structures induites par les deux Delta Winglet sont contrarotatives et générées en même temps. Cette caractéristique garantit une durée de vie assez longue et explique l'étendue de la zone d'intensification plus en aval.

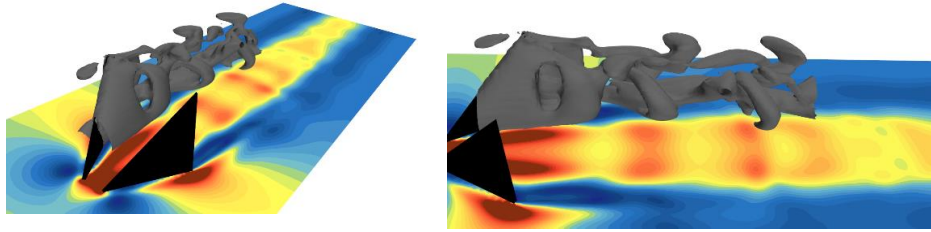


Figure 7 : Structures cohérentes à l'aval d'un GT identifiées par critère Q , associées aux coefficients de frottement pariétal (légende sur la Figure 6). Un seul sillage est affiché pour faciliter la visibilité.

4. Conclusion

Une analyse de l'écoulement à l'aval d'une paire de générateurs de tourbillons de type Delta Winglet à l'aide de simulations LES et d'une technique optique LDA dans le régime laminaire à transitionnel est présentée dans cette étude. Pour $Re_{DH}=800$, on observe une topologie d'écoulement symétrique instationnaire avec la génération de structures cohérentes périodiques. Pour $Re_{DH}=1500$, l'écoulement est turbulent et clairement non symétrique, alors que bon nombre d'auteurs considèrent ces régimes comme étant laminaires et stationnaires. Les simulations ont montré qu'on pouvait reproduire fidèlement les fréquences fondamentales, mais qu'une bonne définition qualitative du champ moyen ne garantit pas nécessairement une bonne représentativité des instationnarités à l'aval du perturbateur. Les structures tourbillonnaires ont été identifiées par simulation numérique et des comportements très différents sont observés selon les trois valeurs de nombre de Reynolds étudiés. La génération de structures tourbillonnaires pour $Re_{DH}=800$ permet une intensification particulière du coefficient de frottement pariétal. Des simulations complémentaires devront être menées en résolvant l'équation de conservation de l'énergie pour évaluer l'intensification sur le transfert thermique. Des études plus approfondies doivent être également menées pour mieux comprendre l'influence de la condition d'entrée des simulations LES sur les instationnarités générées.

Références

- [1] S. Shahinfar, S. Sattarzadeh, J. H. M. Fransson, A. Talamelli, Phys. Rev. Lett., (2012), 109,
- [2] L. Siconolf, S. Camarri, J. H. M. Fransson, J. Fluid Mech., (2015), 784, 596–618
- [3] S.T. Tiggelbeck, J.K. Mitra, M. Fiebig, Comparison of wing-type vortex generators for heat transfer enhancement in channel flows, Journal of Heat Transfer 116, 880-885, 1994
- [4] M. Fiebig, Vortices, generators and heat transfer, Chemical Engineering Research and Design, 76, 1998
- [5] M. Henze, J. Wolfersdorf, B. Weigand, C. Dietz, S. Neumann, Flow and heat transfer characteristics behind vortex generators: A benchmark dataset, International Journal of Heat and Fluid Flow, 32, 318-328, 2011
- [6] S. Hamidouche, J. V. Simo Tala, and S. Russeil, Analysis of flow characteristics downstream delta-winglet vortex generator using stereoscopic particle image velocimetry for laminar, transitional, and turbulent channel flow regimes, Phys. Fluids 32, (2020), 054105
- [7] E. Younes, S. Hamidouche, R. Gautier, and S. Russeil, Spectral analysis of the transition to turbulence downstream a delta winglet pair vortex generator in an airflow channel, Phys. Fluids 33, (2023), 014108
- [8] F. Nicoud, and F. Ducros, "Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor," Flow, Turbulence and Combustion, (2012), 62, pp. 183-200.