

Méthode inverse de conduction de la chaleur instationnaire non linéaire sur pièce complexe

Philippe Reulet^{1*}, Nicolas Dellinger¹

¹ Onera/DMPE, Université de Toulouse, 31055 Toulouse, France

* (auteur correspondant : philippe.reulet@onera.fr)

Résumé – Une méthode de conduction de la chaleur dans une pièce de forme complexe est développée sur la base d'un code tridimensionnel instationnaire existant (MoDeTheC). La résolution s'appuie sur la méthode séquentielle de Beck et traite des mesures de température surfaciques ou ponctuelles. Du point de vue résolution spatiale du flux, elle utilise soit une régularisation spatiale, soit une décomposition sur une base de fonctions spatiales définies par l'utilisateur. L'implantation de l'algorithme a été validé par comparaison à un logiciel existant pour des géométries cartésiennes. Puis elle a été appliquée au post-traitement d'essais de chauffage laser sur des plaques métalliques avec raidisseur masquant une partie de la surface mesurée. Les résultats obtenus sont très proches des courbes de flux théoriques excepté lorsque le raidisseur masque la zone du maximum au centre de la plaque.

Nomenclature

C_p	capacité calorifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	dt	pas de temps, s
e	épaisseur de la plaque, m	T	température, K
Fo	nombre de Fourier	Y	température mesurée, K
k	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
l	longueur, m	κ	coefficient de régularisation, $K^2.W^{-2}$
m	numéro du mode spatial	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
n_{fut}	nombre de pas de temps futurs	φ	densité de flux, $W.m^{-2}$
N_m	nombre de modes spatiaux	<i>Indices et exposants</i>	
r	rayon, m	x,y,z	directions de l'espace
R	écart quadratique mesure/calcul, K^2		

1. Introduction

L'identification des flux de chaleur sur une surface non accessible par la mesure nécessite la résolution du problème de conduction de la chaleur par méthode inverse. Ces problèmes ont fait l'objet de développements depuis de très nombreuses années [1]. Le développement des méthodes de résolution de tels problèmes reste encore d'actualité en ce qui concerne des problèmes non linéaires, instationnaires en géométrie tridimensionnelle (par exemple [2] [3]).

2. Développement de la méthode inverse

Depuis de nombreuses années, l'Onera développe une méthode de caractérisation des flux de chaleur instationnaires pour des configurations où la surface impactée n'est pas directement accessible à la mesure. Cette méthodologie s'appuie sur une méthode inverse de conduction de la chaleur qui combine un modèle thermique de la paroi et une équation d'observation constituée de mesures de température.

Les premiers développements ont été réalisés dans le cadre de la thèse de D. Nortershauser (voir [4] et [5]) pour une paroi plane rectangulaire. Ces développements ont conduit à la création d'un code de calcul dédié nommé THIDES (THERmal Inverse DESign). Ce code intègre un solveur direct de l'équation de la chaleur dans la paroi, avec un maillage cartésien régulier. La méthode inverse de conduction de la chaleur qui fait appel à ce solveur direct, est basée sur la méthode séquentielle de Beck avec utilisation de pas de temps futurs [6]. Le principe de la

méthode consiste à minimiser la fonctionnelle représentant la différence quadratique entre les températures calculées T et les températures mesurées Y :

$$R(\varphi^{n+1}) = \sum_{ix=1}^{N_x} \sum_{iy=1}^{N_y} \sum_{it=1}^{N_{fut}} \left(Y_{ix,iy}^{n+it} - T_{ix,iy}^{n+it}(\varphi^{n+1}) \right)^2$$

Le code THIDES est dédié au post-traitement de mesures de températures surfaciques instationnaires par thermographie infrarouge sur la face non impactée de la paroi (dite face arrière) alors que le flux de chaleur inconnu est appliqué sur la face impactée (dite face avant) : Figure 1. Il est à noter que toutes les conditions aux limites, exceptée celle sur la face avant, doivent être connues. La grande force de THIDES est la décomposition du flux de chaleur inconnu sur une base de fonctions cosinus par la transformée en cosinus discrète (DCT en anglais). Ainsi le flux de chaleur identifié à l'instant $n + 1$ s'écrit :

$$\varphi(i_x, i_y)^{n+1} = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} a_{i,j}^{n+1} \cdot \cos\left(\frac{(2i_x - 1)(i - 1)\pi}{2N_x}\right) \cdot \cos\left(\frac{(2i_y - 1)(j - 1)\pi}{2N_y}\right)$$

A chaque pas de temps, le nombre d'inconnues $a_{i,j}^{n+1}$ à identifier peut être fortement réduit en mettant à profit la compression des données et la suppression des hautes fréquences spatiales dans le signal de température mesurée. En effet le calcul des termes de la DCT à partir des cartographies de température permet de sélectionner uniquement ceux dont le niveau est supérieur au bruit de mesure. Seuls ces termes sont utilisés pour la décomposition du flux de chaleur.

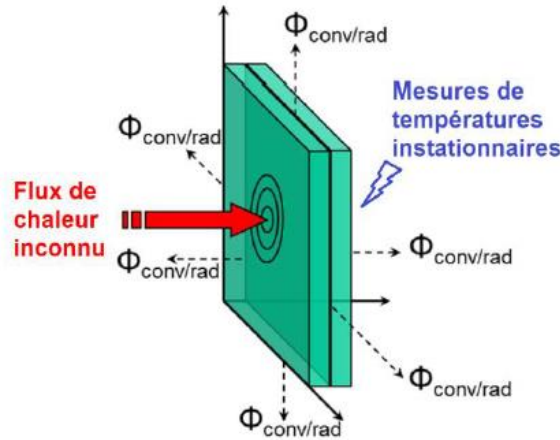


Figure 1 – Configuration géométrique méthode inverse version THIDES

A partir des années 2010, l'application de cette méthode à des parois de géométrie plus complexe et/ou à des mesures ponctuelles a été étudiée. Cela a abouti à l'interfaçage de l'algorithme de méthode inverse de THIDES avec un solveur capable de traiter n'importe quelle géométrie et utilisant des maillages non structurés : le solveur ACACIA de la plateforme CEDRE [7]. Ces développements ont été mis en œuvre dans le cadre de l'étude du PIC SITTELLE en collaboration avec le CNES [8] ainsi que les travaux de thèse pour l'identification du flux de chaleur sur le volet de la navette IXV lors d'une rentrée atmosphérique [9]. Le principal défaut de cette méthode est le temps de calcul qui peut devenir rapidement prohibitif à cause des multiples appels externes au solveur ACACIA induisant une répétition de la mise en données du calcul à chaque pas de temps et des échanges entre le solveur direct et l'algorithme inverse par lecture/écriture de fichiers.

Compte tenu de la forme quelconque de la paroi, le maillage de la surface sur laquelle est appliqué le flux inconnu n'est pas cartésien donc l'utilisation de la DCT n'est plus possible. Dans cette configuration, deux options de calcul ont été développées. La première consiste à définir le flux de chaleur recherché comme la combinaison d'une base de N_m fonctions spatiales (modes) définies par l'utilisateur :

$$\varphi(r)^{n+1} = \sum_{m=1}^{N_m} a_m^{n+1} \cdot F_m(r)$$

La fonctionnelle s'écrit alors :

$$R^{n+1} = \sum_{m=1}^{N_m} \sum_{it=1}^{N_{fut}} \left(Y_m^{n+it} - T_m^{n+it}(a_1^{n+1}, \dots, a_M^{n+1}) \right)^2$$

Cette méthode est donc une généralisation de THIDES à une paroi de forme quelconque et qui peut également prendre en compte des mesures ponctuelles. Dans ce dernier cas, il convient de définir les modes et leur nombre en fonction de la position et du nombre de mesures disponibles.

La deuxième option de calcul consiste à définir le flux de chaleur indépendamment sur chaque maille de la surface impactée : le nombre d'inconnues est donc égal au nombre de mailles de la surface. Dans ces conditions, il est nécessaire d'ajouter un terme de régularisation à la fonctionnelle des résidus pour garantir la stabilité du calcul. Ce terme est basé sur la norme du Laplacien du flux de chaleur, à laquelle est appliqué un coefficient de régularisation κ choisi par l'utilisateur :

$$R'^{n+1} = \sum_{m=1}^{N_m} \sum_{it=1}^{N_{fut}} \left(Y_m^{n+it} - T_m^{n+it}(\varphi^{n+1}) \right)^2 + \kappa \|L(\varphi^{n+1})\|$$

L'avantage de cette solution est que le flux n'est pas contraint par le choix arbitraire des modes spatiaux. Néanmoins, le temps de calcul est nettement plus élevé que dans le cas de la première option basée sur les modes. D'autre part il reste une difficulté supplémentaire dans le choix du « bon » coefficient de régularisation : une valeur trop faible conduit à des résultats très bruités, voire à une divergence du calcul alors qu'une valeur trop grande génère un biais important entre températures calculées et mesurées.

Dans le cadre de la convention PHYFIRE 2, l'algorithme de la méthode inverse décrit ci-dessus a été intégré au solveur MoDeTheC [10] pour optimiser les temps de calcul par rapport à la version précédente interfacée avec ACACIA. L'avantage de cette intégration sera également de profiter des développements futurs du solveur direct MoDeTheC, sans modification majeure dans l'algorithme de la méthode inverse. A terme, il sera par exemple envisageable d'appliquer la méthode inverse pour identifier les flux de chaleur sur une paroi en présence de réactions de dégradation/pyrolyse/ablation.

L'interface graphique de MoDeTheC a été mise à jour pour ajouter tous les paramètres d'entrée de la méthode inverse. A ces paramètres d'entrée s'ajoutent le choix de la condition aux limites sur laquelle s'applique le flux inconnu et, dans le cas de mesures surfaciques, la condition aux limites sur laquelle sont prises les mesures. Un cas de validation a été créé : configuration de plaque plane rectangulaire en acier Inox d'épaisseur 3 mm, avec un maillage de faible résolution ($10 \times 8 \times 6$). Dans cette configuration géométrique cartésienne, les modes choisis sont identiques à ceux de THIDES (cosinus en 2D). Les résultats obtenus avec MoDeTheC sont très proches de ceux fournis par THIDES, ce qui valide l'implantation de la

méthode inverse dans MoDeTheC. A noter que les deux options de calcul décrites ci-dessus ont été vérifiées sur ce cas de validation et donnent des résultats très similaires.

3. Application à des essais sur plaque avec raidisseur dans le banc BLADE

La méthode est appliquée à des parois munies de raidisseurs qui masquent partiellement la face arrière de la paroi visée par thermographie infrarouge, afin de simuler une configuration similaire aux volets de la navette IXV [9]. Ces essais sont réalisés dans le banc BLADE (Banc Laser de Dégradation) afin de maîtriser le flux de chaleur imposé sur la face impactée et de vérifier la capacité de la méthode à retrouver ce flux. Les essais ont été effectués sur 5 échantillons : plaque lisse, plaque raidisseur I centré, plaque raidisseur I décentré, plaque raidisseur Y centré, plaque raidisseur Y décentré.

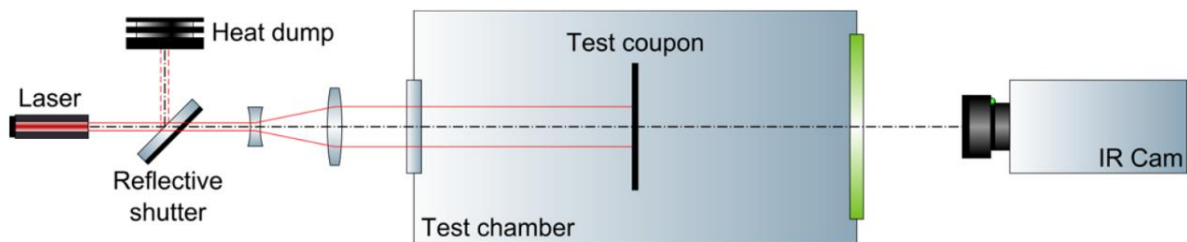


Figure 2 – Schéma de principe du banc BLADE

Le principe de la mesure est schématisé sur la Figure 2. L'échantillon est placé dans une cuve à vide pour supprimer les échanges par convection. Il est soumis sur une face à un créneau de flux gaussien généré par un laser, de durée contrôlée très précisément. La température de l'autre face est enregistrée par une caméra infrarouge pendant l'exposition et durant le début de la phase de refroidissement. Connaissant les conditions aux limites exceptée celle de la face avant impactée par le laser, il est possible d'identifier cette condition par la méthode inverse de conduction de la chaleur.

Tous les échantillons sont constitués d'une plaque en Inox 304L d'épaisseur 3 mm, avec un raidisseur de la même épaisseur : Figure 3.

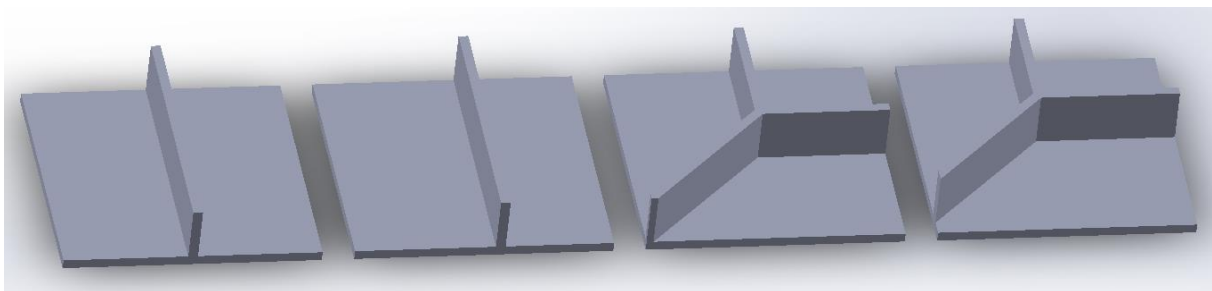


Figure 3 – Plaques avec raidisseur essais BLADE

Pour chacun des 5 échantillons, plusieurs essais ont été réalisés dans des conditions identiques : durée d'exposition 70 s, durée d'acquisition 100/120 s, courant du générateur laser 20/25 A. L'ensemble de ces essais a été traité par la méthode inverse. Dans toutes les configurations, la répétabilité des essais a pu être vérifiée aussi bien au niveau des températures mesurées qu'au niveau des résultats de la méthode inverse, en termes de température et flux de chaleur calculés. C'est pourquoi dans les paragraphes suivants, seul un essai pour chaque échantillon sera présenté.

Pour tous les échantillons, un maillage a été créé avec une résolution proche de 1 mm soit environ 80x80 mailles dans le plan et 3 mailles dans l'épaisseur des parois.

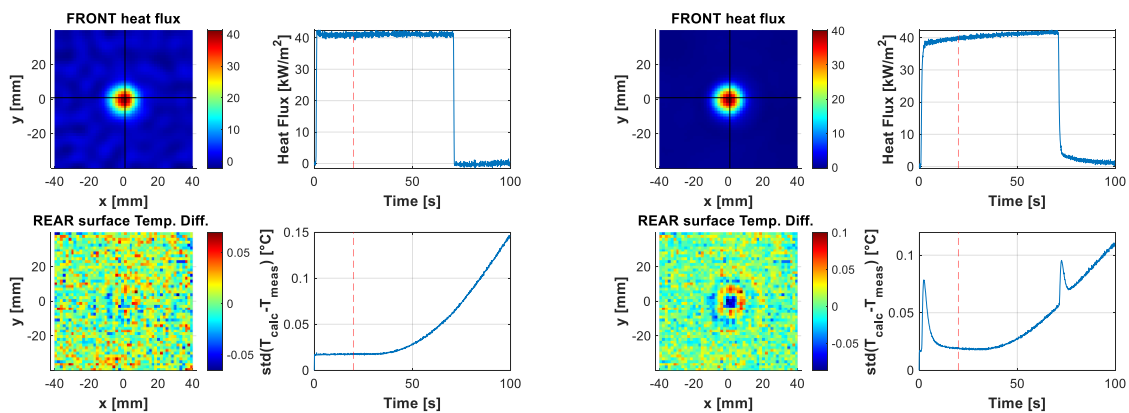
Tous les résultats sont présentés dans les figures suivantes sous la même forme avec 4 zones graphiques. En haut à gauche est représentée la cartographie du flux de chaleur à l'instant $t = 20s$. En bas à gauche est représentée la cartographie du résidu au même instant (pour rappel le résidu est la différence entre la température calculée et la température mesurée). Le graphe en haut à droite montre l'évolution temporelle du flux de chaleur au centre de la plaque. En bas à droite est tracée l'évolution temporelle de l'écart type spatial du résidu (fonctionnelle du paragraphe 2).

Comme expliqué dans le paragraphe précédent, deux options de calcul peuvent être appliquées :

- Option 1 : définition du flux de chaleur sur une base de modes cosinus 2D, sans l'hypothèse d'axisymétrie. Dans ce cas 203 modes sont utilisés, ce qui permet théoriquement de représenter avec une bonne précision (erreur inférieure à 1 %) n'importe quelle gaussienne même si elle est légèrement décalée par rapport au centre de la plaque.
- Option 2 : pas de contrainte sur la répartition spatiale du flux de chaleur mais utilisation de la régularisation spatiale. Le maillage étant proche d'un maillage cartésien, 8 voisins sont pris en compte pour le calcul du Laplacien.

Afin de déterminer le coefficient de régularisation optimal, un cas de calcul sur la plaque lisse avec une résolution réduite à 50×50 dans le plan a été réalisé. Plusieurs valeurs ont été testées : le calcul inverse s'avère très sensible à ce paramètre. Une valeur plus faible que 1×10^{-4} conduit à la divergence du calcul car les variations spatiales du flux ne sont pas assez contraintes. A l'inverse, si on augmente trop ce paramètre, les résidus s'accroissent rapidement car un fort biais apparaît dans la solution. La valeur optimale obtenue est $\kappa = 5 \times 10^{-4}$, qui correspond à une minimisation du résidu. Les résultats obtenus avec cette valeur sont comparés au calcul option 1 sur la Figure 4. Les deux résultats sont très satisfaisants puisqu'ils conduisent à des résidus dont le niveau est proche du niveau du bruit de mesure. Par contre on peut constater une légère dérive du flux maximal dans le cas du calcul option 2 ce qui n'est pas correct.

Le choix du nombre de pas de temps futurs n_{fut} est basé sur un critère empirique sur le nombre de Fourier inverse $Fo_{inv} = \frac{k}{\rho C_p} \frac{n_{fut} \Delta t}{e^2} > 0.07$ qui garantit la stabilité de l'inversion. Ce nombre optimal peut être augmenté pour atténuer les fluctuations du flux identifié, dues au bruit de mesure. Pour les calculs suivants, il a été fixé à $n_{fut} = 5$.



203 modes cos

régularisation spatiale 5×10^{-4}

Figure 4 – Méthode inverse – ESSAI 001 – plaque lisse résolution réduite 50x50

La Figure 5 montre les résultats obtenus pour la plaque lisse avec le maillage de référence. Les résultats du calcul option 1 sont très proches de ceux obtenus précédemment avec une résolution réduite : le flux de chaleur présente une allure gaussienne et une évolution temporelle en créneau dont le niveau est proche de la valeur théorique du flux généré par le laser. Dans le calcul option 2, pour le même coefficient de régularisation que le calcul à résolution réduite, le calcul fonctionne correctement et fournit un résultat très satisfaisant. On constate également une dérive temporelle lente du flux maximal.

La courbe du résidu obtenue avec l'option 2 sur la Figure 4 présente des pics aux instants correspondant à la discontinuité du flux. La méthode présente une réponse temporelle plus lente dans le cas de la résolution spatiale réduite. C'est ce phénomène qui induit un résidu temporairement plus élevé. Nous n'avons pas réussi à identifier l'origine de cette différence de comportement, alors que tous les paramètres de la méthode inverse sont identiques.

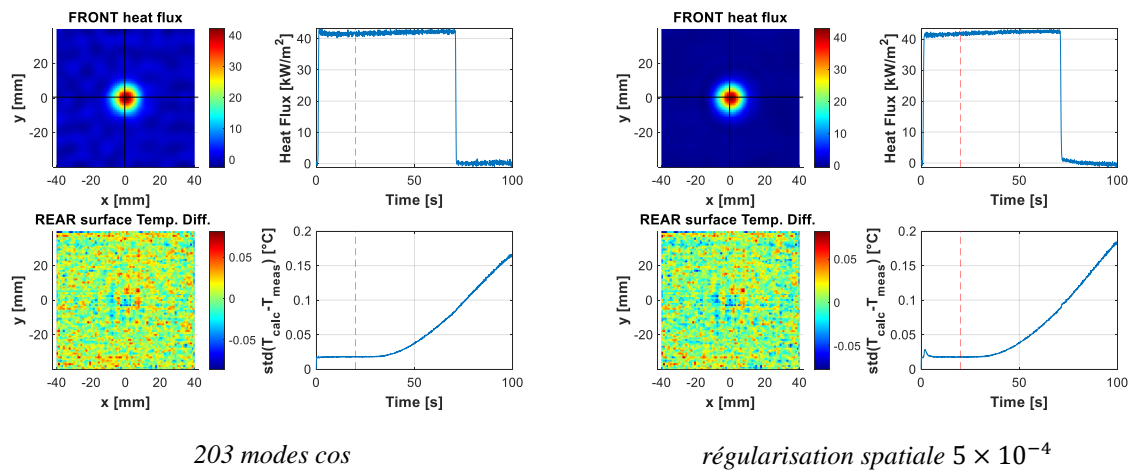


Figure 5 – Méthode inverse – ESSAI 001 – plaque lisse

Dans le cas des plaques avec raidisseur, la mesure par thermographie infrarouge n'est prise en compte que sur la partie plane de la plaque, hors raidisseur. Par rapport à la face avant, la zone masquée par le raidisseur couvre partiellement la zone où le flux est maximal. Plusieurs calculs option 2 ont été tentés en faisant varier le coefficient de régularisation mais aucun résultat satisfaisant n'a pu être obtenu.

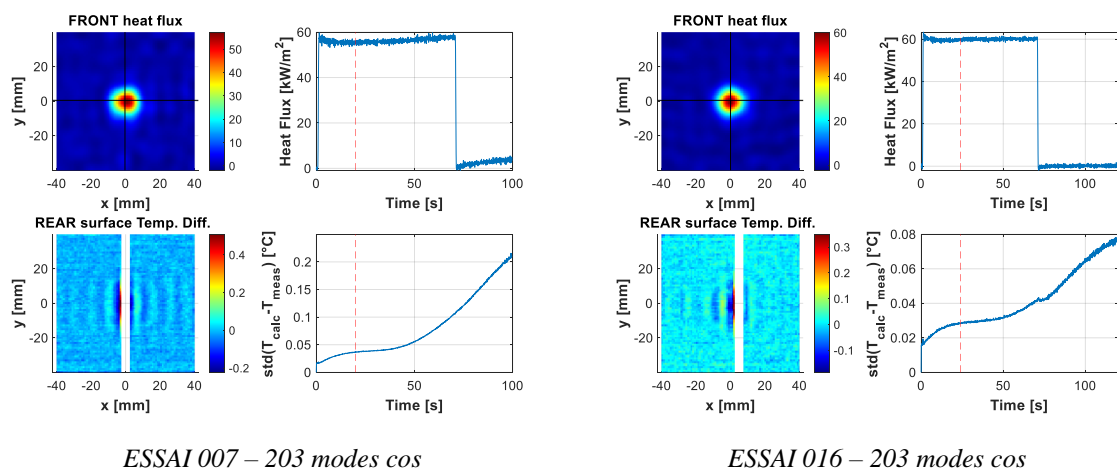


Figure 6 – Méthode inverse appliquée à un essai sur BLADE – plaque avec raidisseur I centré/décentré

C'est pourquoi tous ces essais ont été traités uniquement avec l'option 1. Les résultats sont présentés sur les figures suivantes : raidisseur I centré (Figure 6 gauche), raidisseur I décentré (Figure 6 droite), raidisseur Y centré (Figure 7 gauche), raidisseur Y décentré (Figure 7 droite).

Dans ces conditions de calcul, les résidus restent faibles, ce qui montre que le processus d'inversion a été réalisé correctement. On remarque qu'il apparaît des valeurs plus élevées proche du centre de la plaque, aux abords du raidisseur. Le niveau du flux maximal au centre de la plaque est parfaitement retrouvé dans le cas des raidisseurs décentrés alors qu'il est légèrement plus faible pour les plaques avec raidisseur centré. Ce résultat est tout à fait normal, puisque le raidisseur cache la zone où le flux est maximal, la méthode inverse n'a alors pas de contrainte précise pour estimer le maximum du flux.

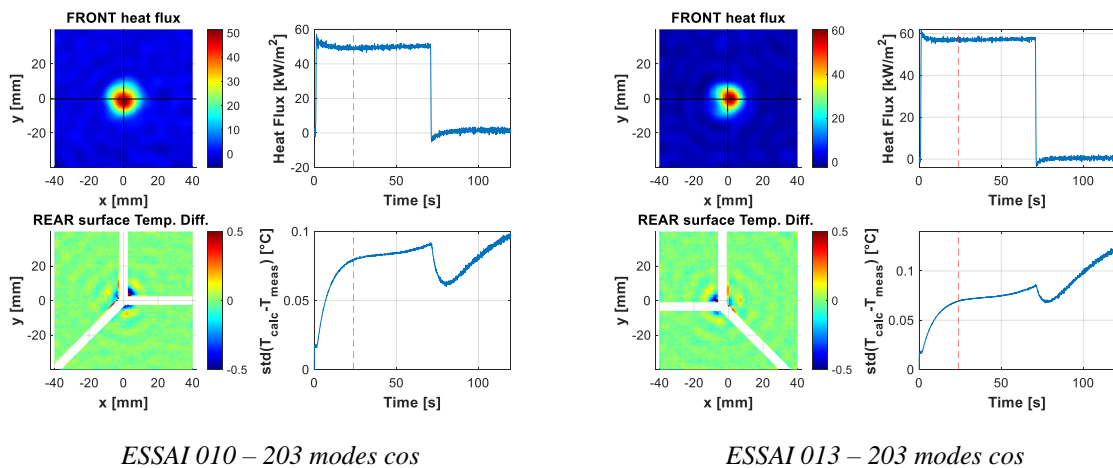


Figure 7 – Méthode inverse appliquée à un essai sur BLADE – plaque avec raidisseur Y centré/décentré

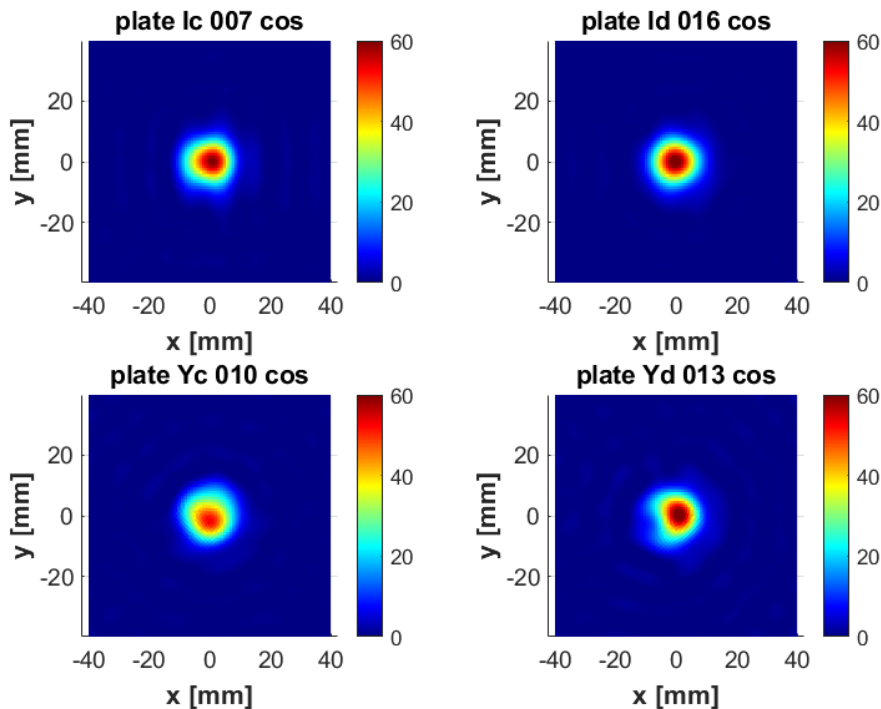


Figure 8 – Cartographies du flux de chaleur estimé par méthode inverse sur les plaques avec raidisseur

La Figure 8 permet la comparaison du flux de chaleur moyen calculé sur la durée du créneau temporel d'application de l'impact du laser. On peut vérifier que lorsque le raidisseur ne masque pas le centre de la plaque, le flux théorique est bien estimé. Alors que pour un raidisseur centré, le niveau est plus faible. On peut aussi remarquer que le raidisseur Y décentré induit une forme de flux non axisymétrique.

4. Conclusion

L'algorithme de méthode inverse a été intégré dans le solveur MoDeTheC. Un cas de développement a été créé et il a permis de valider cette implantation par rapport aux résultats obtenus par le code cartésien THIDES. Plusieurs essais sur le banc BLADE avec un flux laser bien maîtrisé ont été traités. Par comparaison aux calculs réalisés précédemment avec le solveur ACACIA, les temps de calcul ont été très fortement réduits, ce qui permet d'envisager de traiter des applications avec une résolution spatiale élevée et/ou des configurations non linéaires avec des matériaux dont les propriétés dépendent de la température.

Des essais sur cinq plaques avec raidisseurs ont été réalisés sur le banc BLADE. Les résultats sont très encourageants puisque le flux généré par le laser a pu être estimé malgré les effets de masquage dus à la présence des raidisseurs. Toutefois ces configurations nécessitent la définition par l'utilisateur d'une base de fonctions spatiales pour représenter le flux de chaleur. Dans le cas de formes simples rectangulaires, les bases de cosinus sont tout à fait à même de représenter des formes de flux très variées. Par contre dans le cas d'une paroi de forme quelconque, le choix de la base reste arbitraire. Ce point pourra faire l'objet de travaux futurs.

Références

- [1] J. V. Beck, « Nonlinear estimation applied to the nonlinear inverse heat conduction problem », *International Journal of heat and mass transfer*, 13 (4), pp. 703–716, 1970.
- [2] P. Duda, « A general method for solving transient multidimensional inverse heat transfer problems », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 93, pp. 665–673, 2016.
- [3] M. Ciofalo, « Solution of an inverse heat conduction problem with third-type boundary conditions », *International Journal of Thermal Sciences*, 175, 2022.
- [4] D. Nortershauser, « Résolution de problèmes inverses tridimensionnels instationnaires de conduction de la chaleur », Thèse Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, 2000.
- [5] P. Reulet, D. Nortershauser, P. Millan, « Inverse Method Using Infrared Thermography for Surface Temperature and Heat Flux Measurements », *International Congress on Instrumentation in Aerospace Facilities*, Vol. 1, pp. 118-126, 2003.
- [6] J.V. Beck, B. Blackwell, C.R. St. Clair Jr., « Inverse Heat Conduction. Ill-Posed Problems », John Wiley & Sons, New York, 1985.
- [7] A. Refloch, B. Courbet, A. Murrone, P. Villedieu, C. Laurent, et al., « CEDRE Software. Aerospace Lab », pp. 1-10, 2011. (hal-01182463)
- [8] J. Pichillou, P. Grenard, L. Vingert, G. Leplat, P. Reulet, « Experimental analysis of heat transfer in cryogenic combustion chambers on Mascotte test bench », 7th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS), Milan Italie, 2017.
- [9] L. Van Ghele, « Analyse aérothermodynamique de la rentrée atmosphérique d'un véhicule réutilisable depuis une orbite basse terrestre », Thèse ISAE, Toulouse, 2020.
- [10] V. Biasi, « Modélisation thermique de la dégradation d'un matériau composite soumis au feu », Thèse ISAE, Toulouse, 2014.