

Caractérisation des propriétés thermiques du massif de Lascaux par méthodes inverses

Habiba LHARTI^{*}, Fabien SALMON¹, Colette SIRIEIX¹, Joëlle RISS¹, Delphine LACANETTE¹

¹Université de Bordeaux, CNRS, Bordeaux INP, I2M, Bât A11, 351 cours de la Libération, 33400 Talence, France

^{*}(auteur correspondant : Habiba.Lharti@u-bordeaux.fr)

Résumé -La préservation de la grotte de Lascaux et de ses peintures datant de 20 000 ans nécessite une étude approfondie de son comportement thermique, la stabilité climatique étant la clé de la conservation exceptionnelle de ses peintures. Pour ce faire, nous avons basé notre étude sur des mesures de résistivités électriques par tomographie 2D. Conscient du lien existant avec les conductivités thermiques, nous avons spatialement divisé le milieu environnant la grotte en sept classes de résistivité électrique les plus homogènes possibles. Un krigeage a ensuite été effectué pour interpoler les mesures 2D à l'espace entier. La segmentation du massif 3D ainsi que les mesures de température dans la grotte nous ont ensuite permis d'estimer les diffusivités thermiques de chaque classe considérée comme homogène à partir de la méthode de Nelder-Mead.

Nomenclature

T température, °C

c_p capacité thermique massique J.K⁻¹.kg⁻¹

Symboles grecs

λ diffusivité massique, m².s⁻¹

ρ masse volumique, kg/ m³

ΔT amplitude de l'onde thermique, °C

ρ_e résistivité électrique, $\Omega \cdot m$

$\delta\phi$ déphasage, mois

Indices et exposants

exp mesures expérimentales

sim résultats de simulation

1. Introduction

La conservation des grottes ornées est un enjeu majeur pour l'histoire de l'humanité. Les mécanismes déclencheurs des altérations des parois, principalement basés sur les cycles condensation-évaporation, doivent donc être compris. Ces phénomènes résultent indirectement des variations saisonnières de la température extérieure. L'énergie provenant de la surface se propage par conduction thermique dans la roche jusqu'à la grotte. Pilotée par la différence de température entre les parois, une convection thermique peut ainsi se mettre en place et influencer sur les zones susceptibles d'être le siège de condensation [1], [2].

Dans la littérature, l'équation de la chaleur dans les massifs rocheux est résolue en 1D en considérant le milieu homogène [3-4]. Dominguez-Villar *et al.* [5] ont étudié le transfert thermique supposé homogène dans une grotte de Slovénie. La grotte de Lascaux a également été analysée par un modèle homogène [6]. Néanmoins, de par la nature hétérogène d'un milieu karstique, une modélisation thermique du massif reposant sur des propriétés homogènes aboutit à des imprécisions trop importantes pour une étude rigoureuse de la condensation.

C'est dans ce contexte qu'une estimation des propriétés thermiques du massif entourant la grotte a été conduite, afin d'être en mesure de modéliser finement la propagation de la chaleur. La première étape fut de diviser virtuellement le massif en plusieurs zones dont les propriétés de résistivité électrique pouvaient être supposées homogènes. Pour ce faire, des campagnes de mesures de résistivité électrique à la surface du massif furent menées. Une classification a ensuite été effectuée à partir de ces données [7], permettant de regrouper les zones de résistivités proches entre elles. Le lien existant entre les conductivités électriques et thermiques pour les roches étudiées (calcaire, calcaire altéré, sable ou argile) permet de faire l'hypothèse que les zones regroupées selon la résistivité électrique représentent aussi la réalité thermique du massif [16]. La seconde étape consista en un krigeage basé sur ces données. Cette méthode a permis d'obtenir une représentation 3D du massif segmenté en sept zones supposées thermiquement homogènes. La dernière étape consiste à déterminer les sept diffusivités thermiques inconnues à partir des mesures de température dans la roche, effectuées en plusieurs points à l'intérieur de la grotte depuis des dizaines d'années. Il est important de noter que la faible vitesse de propagation des ondes thermiques dans la roche induit des déphasages de l'ordre du semestre voire de l'année dans les parties profondes (20 mètres). De plus, l'amortissement des ondes conduit à des variations thermiques de l'ordre de quelques dixièmes ou de centièmes de degrés dans la cavité. Il s'agit donc de résoudre un problème d'optimisation, qui décrit une physique dont le temps caractéristique est de plusieurs années, avec des données variant faiblement.

L'instrumentation du massif et de la grotte est tout d'abord présentée. Ensuite, les deux premières étapes de l'étude sont résumées avant de détailler l'estimation des diffusivités thermiques. Les résultats obtenus par méthode inverse sont ensuite précisés avant d'être finalement discutés.

2. Instrumentation du site de Lascaux

La grotte de Lascaux, située dans le sud-ouest de la France (Montignac, Dordogne), est classée au patrimoine mondial de l'UNESCO pour ses peintures préhistoriques. Ce site archéologique se développe dans un environnement karstique. Des études géologiques [8-10] ont montré que le massif rocheux à l'est et à l'ouest de la grotte est principalement composé de formations détritiques (argiles sableuses et sables), la partie centrale étant composée de calcaire coniacien dans la partie inférieure et de calcaire santonien dans la partie supérieure (Fig. 1).

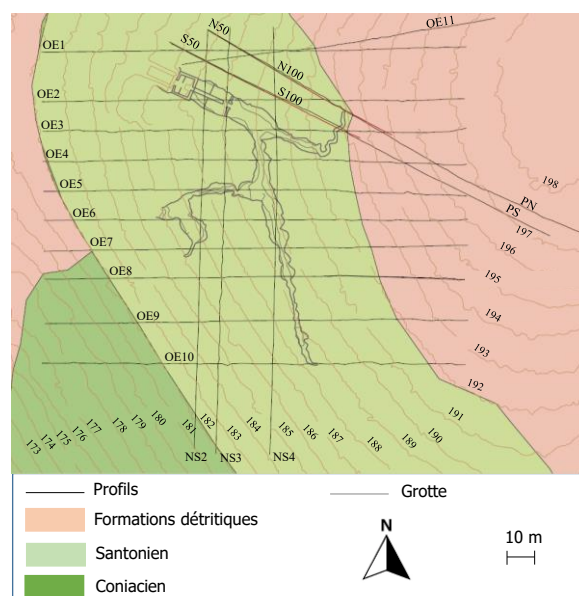


Figure 1 : Carte géologique et profils de résistivité autour de la grotte de Lascaux (Verdet et al.2020).

2.1. Mesures de résistivités

Les données géophysiques sont obtenues par tomographie de résistivité électrique (TRE). Cette méthode non-destructive, permet d'étudier le sol sur une faible profondeur sans intrusion, ce qui est une nécessité sur le site protégé de Lascaux.

Les mesures de TRE ont été réalisées par Xu *et al.* [11] entre le 21 et le 28 mars 2013 dans des conditions météorologiques stables. Les vingt profils sélectionnés pour nos travaux sont représentés sur la figure 1. Le nombre total de valeurs de résistivité s'élève à 57 760.

2.2. Mesures de températures

Des capteurs de température sont placés dans la roche à l'intérieur de la cavité. Les thermocouples sont situés à divers endroits de la grotte et à différentes profondeurs puisque la cavité s'enfonce dans le sol jusqu'à un peu plus de 20 mètres de profondeur. La figure 2 présente leurs localisations ainsi que leurs profondeurs. Les thermocouples se trouvent à 3 cm dans la roche des parois. L'incertitude sur leur profondeur est d'un millimètre et les trous ont été bouchés afin de mesurer au plus près la température de la roche. Nous utilisons des enregistreurs de données ALMEMO 2890 à 9 entrées et 36 canaux. Les thermocouples sont des capteurs PT-100 d'une sensibilité de 10^{-3} °C et présentent une précision relative entre eux de 10^{-2} °C.

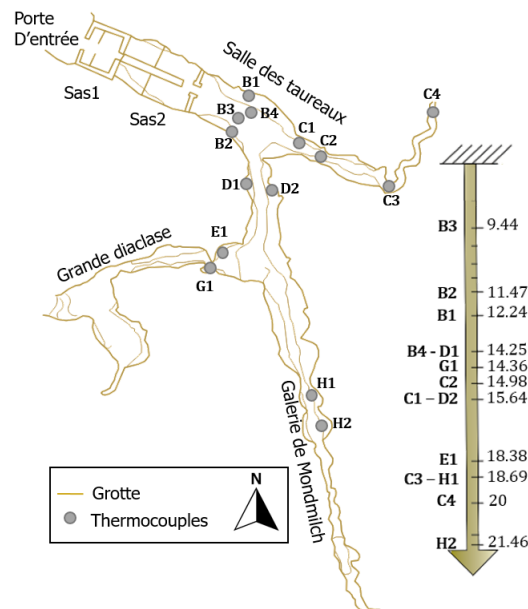


Figure 2 : Localisation des thermocouples dans la paroi de la grotte de Lascaux.

Il s'agit de 14 thermocouples. Chaque point correspond à un thermocouple dans la paroi de la cavité. La flèche descendante à droite présente les profondeurs de chaque capteur.

3. Méthodologie

3.1. Partition du massif rocheux

Le massif rocheux environnant la grotte de Lascaux a été considéré comme homogène du point de vue des caractéristiques thermo-physiques dans le modèle 3D de Lacanette *et* Malaurent [1], modèle qui est utilisé dans les simulations thermo-aérauliques de la grotte. Les études géophysiques [10-11] montrent cependant que le massif est très hétérogène. Une méthode de classification a été utilisée afin de partitionner le massif en domaines les plus homogènes possibles du point de vue des propriétés électriques. La méthode de clustering utilisée est la CHA (Classification Hiérarchique Ascendante), une méthode très utilisée [12], [13], [14] pour

classifier les données géophysiques. La classification en six classes, basée sur les données de résistivité desquelles ont été retirées celles correspondant au coniacien préalablement rassemblées en une classe spécifique, a permis de retrouver celles des formations géologiques du site déjà connues [7].

Cluster	1	2	3	4	5	6	7
ρ_e				$\Omega \cdot m$			
Min	4	64	92	113	155	Coniacien	410
Max	64	92	113	155	410	Coniacien	7979
CV(%)	40	10	6	8	24	-	84

Tableau 1 : Résultats de la classification CHA

En parallèle à leur classification, une interpolation géostatistique par krigeage de l'ensemble des données de résistivité a permis la construction d'un modèle 3D des résistivités. Les résistivités issues de ce modèle 3D ont ensuite été classées selon les sept classes. L'image suivante (Fig. 3) montre la représentation 3D du massif rocheux sur la base de sept classes. Dans la partie superficielle est, nous observons la classe 7 dont les valeurs de résistivité varient de 410 $\Omega \cdot m$ à 7979 $\Omega \cdot m$, ce qui correspond aux sables. Les classes 4 et 5 correspondent à la partie centrale supérieure constituée de calcaire Santonien et de zones altérées que nous supposons être sous forme fracturée ou sablo-graveleuse. Leurs résistivités sont respectivement comprises entre 113 et 155 $\Omega \cdot m$ et entre 155 et 410 $\Omega \cdot m$. Les zones moins résistives en bleu et bleu foncé (classes 1 et 2) appartiennent aux formations sablo-argileuses détritiques qui sont dominantes dans la partie ouest du massif, une partie de la classe 1 se trouve aussi dans le calcaire Santonien et nous faisons l'hypothèse qu'elle correspond à des conduits karstiques sableux pouvant être en partie saturé en eau à certaines périodes de l'année. La partie profonde, la classe 6, correspond au calcaire coniacien.

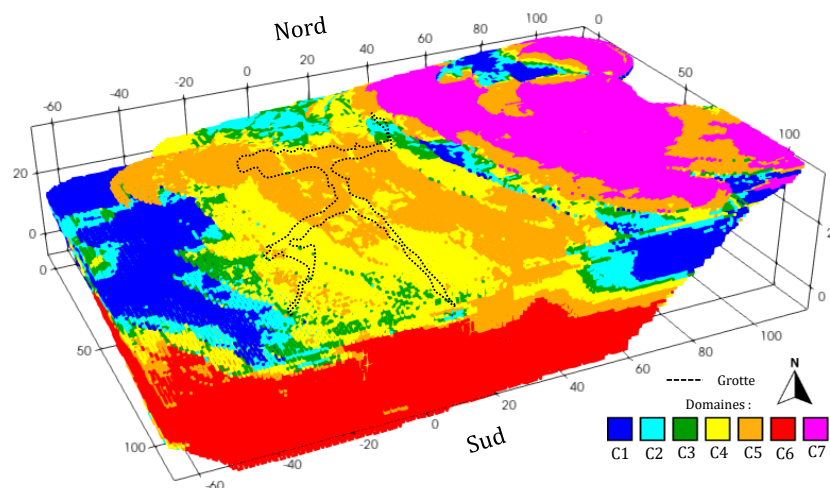


Figure 3 : Représentation 3D du massif rocheux entourant la grotte de Lascaux partitionné en 7 classes.

Les domaines représentés par la classe 5 au-dessus de la grotte ont un impact direct sur les transferts thermiques entre les parois ornées et le massif. Il existe en effet des zones très conductrices (électriquement) susceptibles de transporter de l'eau dans la grotte et des zones très altérées qui peuvent présenter des fractures. Cette étude permet de positionner spatialement chacune des classes ainsi identifiées.

3.2. Détermination des diffusivités thermiques par méthode inverse

Disposant d'une division de la géométrie du massif 3D en 7 zones supposées homogènes. Nous attribuons une seule diffusivité thermique pour chacune de ces zones. Nous recherchons les diffusivités thermiques qui reflètent le mieux le transfert thermique réel s'opérant dans le massif rocheux. Pour ce faire, nous allons déterminer les 7 diffusivités thermiques de sorte que la simulation de la conduction thermique dans le massif fournisse les résultats les plus proches possibles des mesures effectuées dans la cavité (§2.2). La simulation de la conduction thermique est effectuée par le logiciel Notus CFD [15] qui résout l'équation de la chaleur suivante (1).

$$\frac{\partial \rho c_p T}{\partial t} = \nabla \cdot \lambda \nabla T \quad (1)$$

avec ρ la masse volumique, c_p la capacité thermique massique, λ la conductivité thermique et T la température.

Déterminer les diffusivités thermiques optimales à partir de mesures expérimentales est un problème non linéaire inverse. Parmi les nombreux algorithmes d'optimisation [17], nous choisissons l'algorithme de Nelder-Mead [18] qui a été appliqué à plusieurs études thermiques. Cet algorithme a, par exemple, été utilisé pour estimer la conductivité thermique et la capacité thermique volumétrique d'un sol stratifié [19]. Il l'a également été utilisé dans le domaine du bâtiment [20], et a montré son efficacité dans la détermination des résistances et de la capacité thermique des murs soumis à des conditions climatiques. Finalement, cet algorithme a été utilisé pour déterminer les propriétés thermiques dans des matériaux à changement de phase [21]. Les auteurs concluent que l'algorithme de Nelder Mead est un des algorithmes d'optimisation le plus robuste et le plus rapide.

La procédure de résolution de cet algorithme est la suivante :

1. Initialisation des diffusivités thermiques
2. Simulation de la conduction thermique
3. Comparaison des résultats avec les mesures et application de l'algorithme de Nelder-Mead pour le calcul des nouvelles diffusivités thermiques. Retour à l'étape 2
4. Arrêt de la procédure quand la convergence intervient

Cette procédure revient à minimiser une fonction objectif J qui caractérise l'erreur entre les mesures et les résultats théoriques. La plupart du temps, les auteurs cherchent à minimiser une fonction objectif de la forme $\sum |T_{\text{exp}}^i - T_{\text{sim}}^i|$. Cependant, contrairement aux cas traités dans la littérature, notre configuration est très complexe. La température des parois de la grotte résulte d'un processus long de conduction thermique dans le massif rocheux dont l'inertie se mesure en années. Pour nos simulations de la conduction, partant d'une condition initiale en température éloignée du champ réel qui nous est inconnu, plusieurs dizaines d'années sont nécessaires pour effacer cette erreur initiale. Ainsi, utiliser la même fonction objectif que dans la littérature apparaît difficile.

Nous allons plutôt tirer parti de la propriété périodique du signal de la température mesurée. En effet, les températures mesurées oscillent au gré des variations saisonnières de la température extérieure. Après diffusion thermique dans le massif de l'énergie provenant de l'extérieur, les signaux de température s'apparentent à des ondes amorties et déphasées par rapport à la température extérieure. Nous allons ainsi nous appuyer sur l'amortissement et le déphasage de l'onde thermique dans le massif. Ces deux paramètres sont directement reliés aux diffusivités thermiques et sont supposés rester constants au cours du temps dans cette étude.

Ainsi, cette méthode évite la contrainte imposée par la grande inertie thermique du massif puisque le long établissement du champ de température dans le massif n'est plus nécessaire.

Nous utilisons donc la fonction objectif suivante dans notre approche : $\sum \frac{|\delta\phi_{\text{exp}}^i - \delta\phi_{\text{sim}}^i|^2}{\delta\phi_{\text{exp}}^i{}^2} + \frac{|\Delta T_{\text{exp}}^i - \Delta T_{\text{sim}}^i|^2}{\Delta T_{\text{exp}}^i{}^2}$ où $\delta\phi$ est le déphasage de l'onde par rapport à la température extérieure, ΔT est la différence entre les températures minimum et maximum de l'onde, l'indice exp se réfère aux mesures expérimentales et l'indice sim se réfère aux résultats de simulation.

4. Résultats

La résolution du problème inverse nous conduit à une diffusivité thermique pour chaque classe du massif entre 3×10^{-7} et $2 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, confirmant la grande hétérogénéité du massif. En moyenne, sur les 14 thermocouples, l'erreur relative commise sur le déphasage de l'onde thermique est de 14% tandis que celle sur l'amortissement est de 18%.

La figure 4 montre le champ de température estimé après 8 années de conduction thermique dans le massif rocheux, ce qui correspond à la date du 15 mai 2021. A cette date, la partie superficielle du massif est plus froide (entre 11 et 12°C) que les zones intermédiaires (supérieures à 12,5°C). La température redevient plus faible dans la partie plus profonde du massif. Cette situation peut ainsi déclencher une convection thermique dans la partie haute de la grotte puisque le gradient thermique y est orienté vers le bas. Ce gradient thermique est particulièrement visible dans la galerie nord de la grotte (figure 4b).

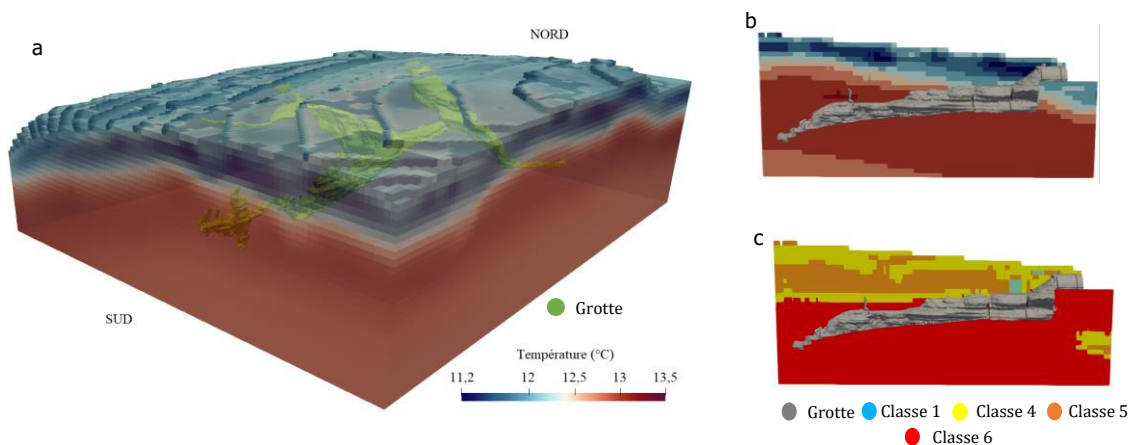


Figure 4 : a) Champ de température simulé dans le massif de la grotte de Lascaux après 8 années de conduction thermique. La cavité est représentée en vert. b) Coupe du massif passant par la galerie nord de la grotte de Lascaux. c) Partition du massif en différentes zones.

La figure 4c montre le partitionnement du massif dans la coupe traversant la galerie nord. La zone rouge correspond au calcaire coniacien tandis que la partie superficielle, qui influence davantage la conduction thermique, est composée de calcaire Santonien en jaune et d'hétérogénéités du Santonien en orange et bleu. Cette zone bleue (Fig. 4.c) juste au-dessus de la Salle des Taureaux est un conduit karstique drainant l'eau des pluies qui pénètrent dans la roche jusqu'à l'émergence. Il est donc clair qu'une simulation basée sur un domaine homogène ne pourrait approcher la réalité. Le champ de température de la figure 4b révèle les hétérogénéités géologiques. Un massif homogène aurait fourni un champ stratifié parallèle à la surface du sol. Comme attendu, les hétérogénéités thermiques sont surtout localisées dans la

partie superficielle du massif où l'on observe une altération des formations géologiques. Dans le calcaire coniacien, la température est relativement homogène. L'homogénéité géologique (massif calcaire plus compact mais fracturé) influence cette propriété mais l'amortissement important de l'onde thermique en profondeur empêche également les fortes variations en température.

5. Conclusion

La préservation de la grotte de Lascaux nécessite dans un premier temps une compréhension fine des phénomènes thermiques se produisant dans le massif rocheux entourant la cavité. Alors que la plupart des études thermiques considère les milieux karstiques comme homogènes, cette hypothèse ne peut amener qu'à des imprécisions trop importantes pour notre étude. Nous avons ainsi mis en place une approche non intrusive inédite pour caractériser thermiquement le massif de Lascaux. Une campagne de mesures de résistivité électrique a donc été menée sur le site. Grâce à la méthode de la classification hiérarchique ascendante, les profils 2D de résistivité électrique ont été découpés virtuellement en sept zones présentant des résistivités électriques voisines. Cette division en zones les plus homogènes possibles a ensuite été extrapolée en 3D par une méthode de krigeage. Le lien entre conductivités électrique et thermique étant établi, ce découpage du massif 3D en zones homogènes a pu servir de base à une étude thermique.

La caractérisation des propriétés thermiques du massif est un problème que nous avons résolu par une méthode inverse, l'algorithme de Nelder-Mead. Compte tenu de la complexité du problème et de la grande inertie thermique du massif, nous avons choisi une fonction objectif qui minimise l'erreur caractérisant le déphasage et l'amortissement de l'onde thermique dans le massif (et non la température comme cela se fait habituellement). Cette méthode a fourni des diffusivités thermiques différentes pour chacune des zones découpant le massif rocheux. Une simulation de la conduction thermique dans le massif montre que le champ de température est fortement affecté par l'hétérogénéité géologique. Ainsi, cette étude ouvre la voie à une étude plus fine des processus physiques se produisant à l'intérieur de la grotte, et qui résultent du transfert thermique dans le massif. Plus précisément, des simulations thermo-aérauliques se basant sur cette approche vont permettre de modéliser la convection dans la cavité.

Références

- [1] D. Lacanette, S. Vincent, A. Sarthou et P. Malaurent, An Eulerian/Lagrangian method for the numerical simulation of incompressible convection flows interacting with complex obstacles: Application to the natural convection in the Lascaux cave, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52, 2528-2542 (2009).
- [2] P. Bérest, F. Louvet, Aspects of the thermodynamic behavior of salt caverns used for gas storage, *Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP Energies nouvelles*, 75, 157 (2020).
- [3] D. Domínguez-Villar, I. J. Fairchild, A. Baker, R. M. Carrasco, J. Pedraza, Reconstruction of cave air temperature based on surface atmosphere temperature and vegetation changes: Implications for speleothem palaeoclimate records, *Earth and Planetary Science Letters*, 369-370, 158-168 (2013).
- [4] D. Domínguez-Villar, K. Krklec, J. A. López-Sáez, F. J. Sierro, Thermal impact of Heinrich stadials in cave temperature and speleothem oxygen isotope records, *Quaternary Research*, 101, 37-50 (2021).
- [5] D. Domínguez-Villar, S. Lojen, K. Krklec, A. Baker, I. J. Fairchild, Is global warming affecting cave temperatures? Experimental and model data from a paradigmatic case study, *Climate Dynamics*, 45, 3, 569-581 (2015).

- [6] B. Guerrier, F. Doumenc, A. Roux, S. Mergui, P.-Y. Jeannin, Climatology in shallow caves with negligible ventilation: Heat and mass transfer, *International Journal of Thermal Sciences*, 146, 106066 (2019).
- [7] H. Lharti, C. Sirieix, J. Riss, C. Verdet, D. Lacanette, Clustering Methods Applied to Electrical Resistivity Data, in: *NSG2022 28th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics, European Association of Geoscientists & Engineers*, Belgrade, Serbia, 1-5 (2022).
- [8] P.-L. Guillot, R. Feys, A. Lefavrais-Raymond, J.-P. Platel, M. Lefavrais-Henry, Notice de la carte géologique de la France à 1/50000 - Terrasson. Editions du BRGM (1977).
- [9] J.-P. Platel, Le Crétacé supérieur de la plateforme septentrionale du Bassin d'Aquitaine. Stratigraphie et évolution géodynamique. Document B.R.G.M 581 (1987).
- [10] C. Verdet, C. Sirieix, A. Marache, J. Riss, J.-C. Portais, Detection of undercover karst features by geophysics (ERT) Lascaux cave hill. *Geomorphology*, 360, 107177 (2020).
- [11] S. Xu, C. Sirieix, A. Marache, J. Riss, P. Malaurent, 3D geostatistical modeling of Lascaux hill from ERT data, *Engineering Geology*, 213, 169–178 (2016).
- [12] S. Xu, C. Sirieix, J. Riss, et P. Malaurent, « A clustering approach applied to time- lapse ERT interpretation — Case study of Lascaux cave », *Journal of Applied Geophysics*, vol. 144, p. 115-124, sept. 2017, doi: 10.1016/j.jappgeo.2017.07.006.
- [13] F. Genelle, C. Sirieix, J. Riss, et V. Naudet, « Monitoring landfill cover by electrical resistivity tomography on an experimental site », *Engineering Geology*, vol. 145-146, p. 18-29, sept. 2012, doi: 10.1016/j.enggeo.2012.06.002.
- [14] D. Delforge, « Time-series clustering approaches for subsurface zonation and hydrofacies detection using a real time-lapse electrical resistivity dataset », *Journal of Applied Geophysics*, p. 15, 2021.
- [15] Notus CFD, <https://notus-cfd.org>.
- [16] Popov, Y., Tertychnyi, V., Romushkevich, R., Korobkov, D., Pohl, J., 2003. Interrelations Between Thermal Conductivity and Other Physical Properties of Rocks: Experimental Data. *Pure appl. geophys.* 160, 1137–1161. <https://doi.org/10.1007/PL00012565>
- [17] Fletcher, R., 2000. *Practical Methods of Optimization*, Second Edition, Copyright © 1987 by John Wiley&Sons, Ltd. ed.
- [18] Nelder, J.A., Mead, R., 1965. A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal* 7, 308–313. <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>
- [19] Zhang, C., Song, W., Liu, Y., Kong, X., Wang, Q., 2019. Effect of vertical ground temperature distribution on parameter estimation of in-situ thermal response test with unstable heat rate. *Renewable Energy* 136, 264–274. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.12.112>
- [20] Rendu, M., Le Dréau, J., Salagnac, P., Doya, M., Colmet Daâge, M., n.d. Comparison Of Models To Identify Thermal Characteristics Of Multi-layer Building Walls Using Inverse Methods. Presented at the Building Simulation 2019, Rome, Italy, pp. 539–546.
- [21] Maréchal, W., 2014. Utilisation de méthodes inverses pour la caractérisation de matériaux à changement de phase 212.

Remerciements

Nous tenons à remercier l'Université de Bordeaux (France) pour son soutien financier et le ministère français de la Culture (DRAC Nouvelle-Aquitaine) pour l'accès à l'enceinte de la grotte et pour leur soutien financier.