

# Identification de la transmittance thermique transitoire d'un mur par déconvolution anisochrone

Denis MAILLET<sup>1\*</sup>, Benjamin REMY<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Energies et Mécanique Théorique et Appliquée, Université de Lorraine et CNRS  
ENSEM – 2, avenue de la Forêt de Haye - 54505 Vandoeuvre cedex

\*(auteur correspondant : [denis.maillet@univ-lorraine.fr](mailto:denis.maillet@univ-lorraine.fr))

**Résumé** - Si certaines conditions sont respectées, le modèle le plus simple reliant une excitation thermique à sa réponse en température en un point d'un système matériel, soumis à de la conduction transitoire de la chaleur en 3D est un modèle convolutif. Le problème de l'estimation de la réponse impulsionnelle, ici une transmittance, à partir de mesures bruitées, de l'entrée et de la sortie, est un problème inverse mal-posé, du fait de la présence d'un bruit sur chacun de ces deux signaux. Une nouvelle méthode, basée sur une paramétrisation non isochrone de l'entrée et de la transmittance, est testée ici pour un mur homogène en 1D, la sortie étant la température en face arrière et l'entrée la température en face avant.

## 1. Introduction

Les modèles convolutifs permettent d'exprimer l'évolution dynamique d'un signal de sortie, une température locale par exemple, en fonction d'une entrée, une puissance thermique par exemple, et d'une réponse impulsionnelle lorsque certaines conditions sont réunies : i) le système thermique est régi par une équation de la chaleur et à des conditions associées qui sont Linéaires avec des coefficients Invariants en Temps (système mathématique LIT), ii) la source transitoire est unique et séparable, c'est-à-dire qu'elle peut s'écrire comme le produit d'une fonction de l'espace (son support) par une fonction du temps (son intensité) et iii) le régime préexistant, avant imposition de la source, est permanent, mais non nécessairement uniforme. En thermique ceci est le cas en diffusion pure, si les propriétés thermophysiques du système, ainsi que les coefficients d'échange, n'évoluent pas en temps, même s'ils peuvent varier dans l'espace. C'est encore le cas en advection-diffusion, par exemple dans un milieu poreux ou un échangeur, si le champ des vitesses du ou des fluides est permanent. Ces modèles convolutifs sont alors des modèles réduits aussi exacts que les modèles numériques permettant de résoudre les équations aux dérivées partielles correspondantes, c'est-à-dire l'équation de la chaleur associée éventuellement à celles de Navier Stokes. Si l'on dispose d'une telle solution numérique pour une forme temporelle donnée de la source, une déconvolution, c'est-à-dire la résolution par moindres carrés d'un système linéaire basé sur une matrice de sensibilité exacte, permet d'identifier la réponse impulsionnelle du système, qui présente alors l'avantage d'être indépendante de l'excitation [1]. Par contre, si entrée et sortie sont mesurées, ce qui est le cas en identification expérimentale, le problème inverse est alors mal-posé, du fait de la présence d'un bruit sur chacun de ces deux signaux. Une régularisation, par exemple par pénalisation de Tikhonov, ou par troncature des valeurs singulières, devient alors obligatoire pour obtenir une estimation stable de la réponse, estimation qui peut être plus ou moins biaisée. Une des origines du mauvais conditionnement de la matrice de sensibilité provient de la méconnaissance du support temporel de la réponse impulsionnelle, ce qui conduit à rechercher sa valeur en des instants où elle est nulle. L'étude est effectuée ici en diffusion pure 1D, sur des réponses exactes en température en face arrière d'une plaque homogène, à des excitations données en face avant et ce, sans ou avec bruit de mesure.

## 2. Problème direct

On considère une plaque plane homogène (épaisseur  $e$ , conductivité  $\lambda$ , chaleur volumique  $\rho c$ ), la diffusivité thermique étant  $a = \lambda / (\rho c)$ . Sa face avant est soumise à un flux thermique (puissance surfacique thermalisée) en créneau temporel  $\phi(t) = \phi_{\max} (H(t) - H(t - t_{door}))$ , où  $H(\cdot)$  est la fonction de Heaviside, et  $t_{door}$  sa durée. La face arrière est soumise à des pertes linéaires, caractérisées par un coefficient d'échange  $h_r$ , avec la température de l'environnement égale à  $T_\infty$ . Le champ de température initial est supposé uniforme au même niveau  $T_\infty$ . L'équation de la chaleur, ainsi que les conditions initiale et limite s'écrivent alors :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t} ; -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = \phi(t) \text{ pour } x = 0 ; -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_r \theta \text{ pour } x = e ; \theta = 0 \text{ pour } t = 0 \quad (1)$$

où  $\theta(x, t) = T(x, t) - T(x, 0)$  est l'élévation de température par rapport à l'état initial. La solution de ce problème de diffusion 1D est calculée dans l'espace de Laplace, pour l'échauffement en face avant, en appelant  $p$  la variable de Laplace :

$$\bar{u}(p) = \bar{z}_f(p) \bar{\phi}(p) \quad \text{où } u(t) = \theta(0, t) \quad \text{et } \bar{\phi}(p) = \phi_{\max} \frac{1}{p} (1 - \exp(-pt_{door})) \quad (2)$$

où  $\bar{z}_f(p)$  est l'impédance d'entrée, qui s'écrit, en utilisant la méthode des quadripôles [1] :

$$\bar{z}_f(p) = \frac{A + h_r B}{C + h_r A} \quad \text{avec } A = \cosh(es) ; B = \frac{1}{\lambda s} \sinh(es) ; C = \lambda s \sinh(es) ; s = \sqrt{p/a} \quad (3)$$

Ici, nous recherchons l'échauffement en face arrière  $y(t) = \theta(e, t)$ . Dans l'espace de Laplace, ce dernier s'écrit à l'aide de l'impédance opérationnelle en face arrière  $\bar{z}_r(p)$  :

$$\bar{y}(p) = \bar{z}_r(p) \bar{\phi}(p) \quad \text{où } \bar{z}_r(p) = \frac{1}{C + h_r A} \quad (4)$$

Nous travaillons ici à partir du modèle convolutif où l'entrée est l'échauffement  $u(t)$  en face avant

(une « pseudo source », car la vraie source est la puissance surfacique imposée  $\phi(t)$ ) et la sortie celui en face arrière, la réponse impulsionnelle étant alors la transmittance thermique en température  $w(t)$  de la plaque [2]. Dans l'espace de Laplace, ce modèle s'écrit:

$$\bar{y}(p) = \bar{w}(p) \bar{u}(p) \quad \text{où } \bar{w}(p) = \frac{\bar{z}_r(p)}{\bar{z}_f(p)} = \frac{1}{A + h_r B} \quad (5)$$

Le retour dans l'espace temporel est effectué en utilisant l'algorithme de den Iseger [3]. Les quatre fonctions sont tracées en figure 1, pour des données figurant en Table 1 et pour un horizon  $[0, t_f]$ .

grandeur	$\lambda$	$\rho c$	$e$	$\phi_{\max}$	$h_r$	$t_f$	$t_{door}$	$m$
valeur	0,2	$5,0 \cdot 10^5$	5	400	1500	300	60	1000
unité	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$\text{J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$	mm	$\text{W.m}^{-2}$	$\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$	s	s	-

Tableau 1 : Données de la simulation directe

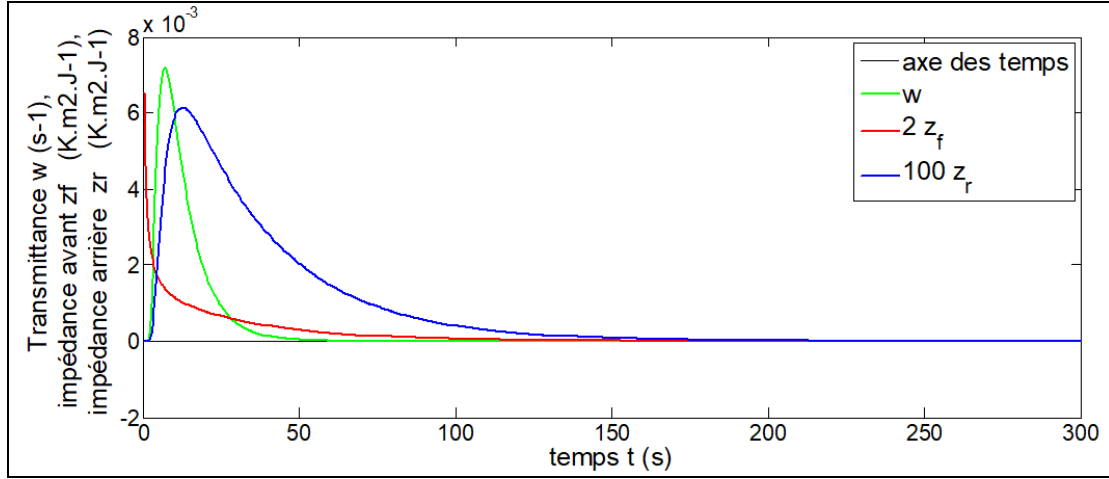


Figure 1 : Réponses impulsionnelles des faces avant et arrière de la plaque

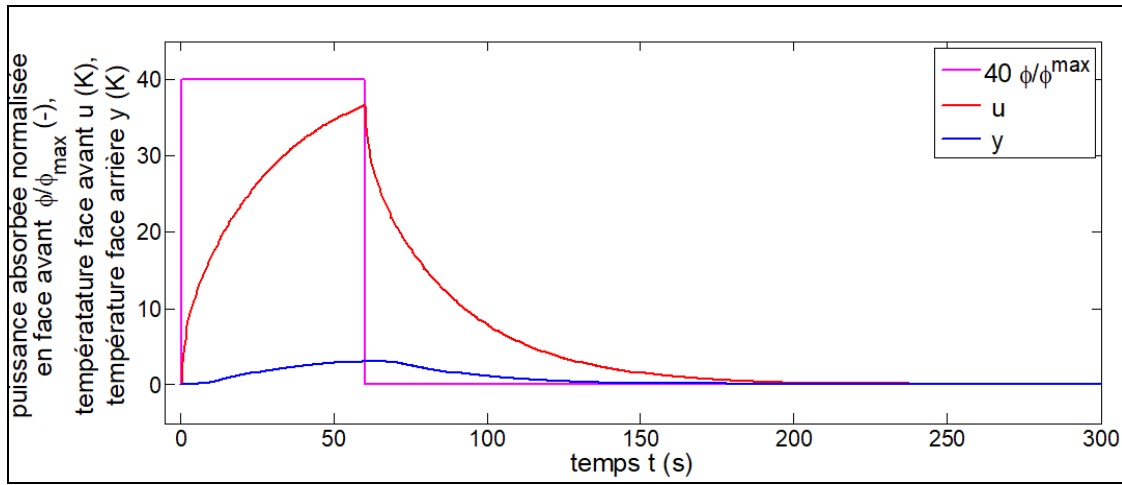


Figure 2 : Puissance absorbée en face avant et réponses en température avant et arrière

### 3. Echantillonnage ou paramétrisation isochrone des trois fonctions du produit convolutif

Dans l'espace temporel, le modèle (4) s'écrit comme un produit de convolution :

$$y(t) = \int_0^t h(t') u(t-t') dt' \quad (6)$$

En temps discret, après une quadrature, celui-ci devient, à l'instant  $t_k = k \Delta t$ ,  $\Delta t = t_f / m$  étant le pas et l'indice  $k$  variant de 1 à  $m$ :

$$y_k = y(t_k) \approx \Delta t \sum_{j=1}^k \tilde{h}_j \tilde{u}_{k-j+1} \quad \text{où} \quad \tilde{x}_{\leq j} = \frac{1}{\Delta t} \hat{x}_j \quad \text{pour} \quad x = h \quad \text{ou} \quad u \quad (7)$$

$$\text{et} \quad \hat{x}_j = \int_{t_{j-1}}^{t_j} x(t) dt \approx \frac{\Delta t}{2} (x_j + x_{j-1}) \quad \text{où} \quad x_j = x(t_j)$$

Dans cette notation  $\hat{x}_j$  est la dose de toute fonction  $x(t)$  sur l'intervalle  $]t_{j-1}, t_j]$ , tandis que  $\tilde{x}_j$  est sa moyenne arithmétique sur le même intervalle. On donne ici une forme vectorielle à ce produit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}(\mathbf{u}) \quad \mathbf{w} = \mathbf{M}(\mathbf{w}) \quad \mathbf{u} \quad \text{où} \quad \mathbf{y} = [y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad \cdots \quad y_k]^T \quad \text{avec} \quad \mathbf{M}(\mathbf{x}) \equiv \Delta t \mathbf{N}^2(f) \mathbf{N}(\mathbf{x}) \quad (8a)$$

où  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_k]^T$  pour  $x = u$  ou  $w$  et  $\mathbf{f} = \frac{1}{2} [1 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$

Ici l'indice supérieur  $T$  désigne la transposée d'un vecteur et  $\mathbf{N}(\cdot)$  est une fonction matricielle d'un vecteur colonne de même taille :

$$\mathbf{N}(\mathbf{x}) \equiv \begin{bmatrix} x_1 & & & & \\ x_2 & x_1 & & & \mathbf{0} \\ x_3 & x_2 & x_1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ x_k & x_{k-1} & x_{k-2} & \dots & x_1 \end{bmatrix} \quad \text{où } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} \quad (8b)$$

Remarquons que, quel que soit le vecteur  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{N}(\mathbf{x})$  est une matrice de Toeplitz triangulaire inférieure et que l'ensemble de ces matrices constitue un anneau commutatif vis-à-vis de la multiplication matricielle sur  $\mathbb{R}$  [4].

#### 4. Identification de la transmittance temporelle par TSVD

L'identification de la transmittance temporelle paramétrée par le vecteur  $w$  de l'équation (8a), nécessite l'inversion de la matrice  $\mathbf{A} = \mathbf{M}(u)$  de l'équation (8a), lorsque l'on dispose des échantillonnages  $u$  et  $y$  de l'entrée et de la sortie. Dans le cas de l'exemple présenté en section 2, son nombre de conditionnement est supérieur à  $10^{23}$ . Ceci signifie que le problème d'identification est très mal posé et donc très sensible au bruit de mesure. Si on ajoute à la sortie  $y$  un bruit indépendant et identiquement distribué (i.i.d.) d'écart type  $\sigma_y = 0,05$  K et, éventuellement un bruit d'écart type  $\sigma_u = 0,20$  K sur la sortie, une régularisation est nécessaire. On a utilisé ici une régularisation par troncature de la décomposition en valeurs singulières (TSVD) de  $\mathbf{A}$  en ne gardant qu'un nombre limité  $n < m$  de valeurs singulières, afin d'avoir une moyenne quadratique des résidus  $res^{RMS}$  la plus petite possible, en restant strictement supérieure à  $\sigma_y$ . Les résultats de cette estimation sont présentés en figure 3, avec des résidus relatifs  $res^{RMS} / \sigma_y$  de 1,00121 sans bruit sur l'entrée et de 1,00048 avec bruit.

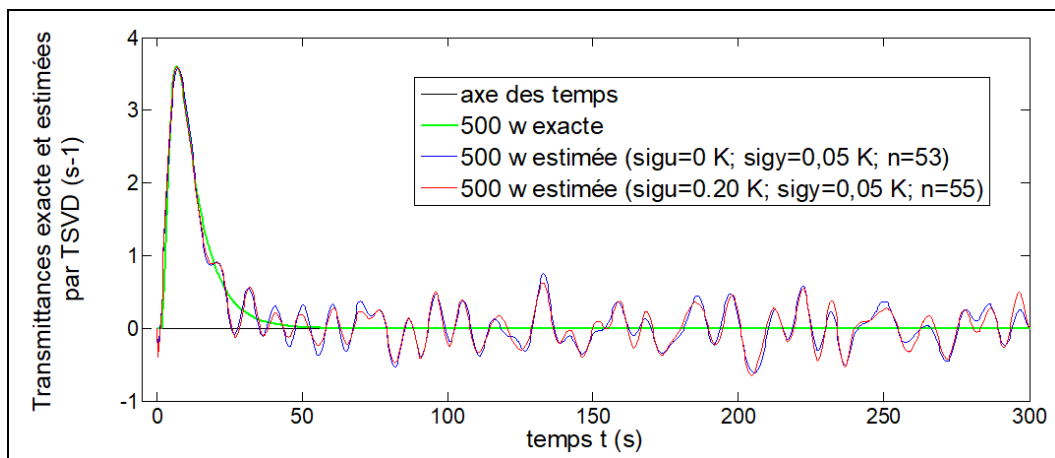


Figure 3 : Transmittances estimées par TSVD avec bruit sur sortie et avec, ou sans bruit sur entrée

On remarque que l'ajout d'un bruit sur l'entrée n'a que peu d'influence sur le résultat. De même, si la partie initiale de la transmittance est relativement bien estimée, avec toutefois

quelques valeurs négatives aux temps très courts, ce n'est plus le cas après son maximum, où des oscillations importantes apparaissent. Comme l'estimation de la transmittance est globale du fait d'une paramétrisation non locale, il n'existe aucun critère objectif pour reconstituer la partie monotone décroissante de cette fonction, avec une asymptote nulle aux temps longs.

## 5. Paramétrisation de l'entrée et de la transmittance sur une base de fonctions constantes par morceaux non isochrones

En partant du constat précédent, nous avons cherché à changer la paramétrisation de  $u$  et  $w$ , en utilisant leurs projections sur une base non plus globale, mais au contraire locale, de fonctions. Nous introduisons alors les cumulés  $U$  et  $W$  de ces deux signaux, qui s'écrivent vectoriellement, en utilisant des lettres capitales pour  $x = u$  ou  $w$  et en considérant tout le domaine temporel ( $k = m$  dans 8a et 8b) :

$$X(t) = \int_0^t x(t) dt \Rightarrow X = \Delta t \mathbf{N}(g) \mathbf{N}(f) x \Leftrightarrow x = \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N}(f^+) \mathbf{N}(g^+) X \quad (9)$$

$$\text{où } g = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T \text{ et } f^+ = 2 [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ \dots \ (-1)^{m-1}]^T; g^+ = [1 \ -1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

La relation (8b) s'écrit alors :

$$y = \mathbf{B} W \quad \text{où } \mathbf{B} = \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N}^2(g^+) \mathbf{N}(U) = \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N}(\Delta^2 U) \quad \text{avec } \Delta^2 U = \mathbf{N}^2(g^+) U \quad (10)$$

Le vecteur  $W$ , c'est-à-dire l'intégrale de la réponse impulsionnelle  $w$ , est ici la réponse indicielle, tandis que la matrice de Toeplitz  $\mathbf{B}$  est la matrice de sensibilité de la sortie  $y$  à cette dernière. L'équation (10) montre que les vecteurs des sensibilités, c'est-à-dire les colonnes de  $\mathbf{B}$  sont, au décalage temporel près, les composantes du Laplacien temporel discret  $\Delta^2 U$  de la réponse indicielle. Ceci signifie que les coefficients de sensibilité aux différentes composantes de  $W$  sont nuls si la fonction  $U(t)$  est linéaire. Donc les intervalles temporels où  $U(t)$  est localement linéaire, c'est-à-dire où  $u(t)$  est localement constante, n'apportent aucune information sur  $W(t)$  et donc sur  $w(t)$ .

Partant de ce constat, nous utilisons une paramétrisation de  $u$  et  $w$  en des fonctions constantes par morceaux non isochrones, chacun des  $n$  morceaux, défini par ses points de collocation  $P_j^c = (t_{c(j)}, U_j^c = U(t_{c(j)}))$  sur leurs graphes, ont donc une durée spécifique. Chaque point de collocation  $P_j^c$  est défini par son indice  $c(j)$ . Nous voulons que dans le  $j^{\text{ème}}$  morceau, c'est-à-dire sur l'intervalle  $\left] t_{c(j-1)}, t_{c(j)} \right]$ , l'entrée  $u_i$  (bruitée ou non) à chaque instant  $t_i$  soit remplacée par une valeur constante  $u_j^c$ , avec une erreur de paramétrisation  $e_{ui} = u_j^c - u_i$  qui reste inférieure ou égale, en valeur absolue, à un seuil donné  $th$ . Pour conserver la dose  $\hat{u}_j^c = U_{c(j)} - U_{c(j-1)}$  de l'entrée sur cet intervalle nous travaillons sur son cumul. On remplace alors localement,  $U(t)$  par une fonction localement linéaire  $U^{\text{lin}}(t)$  entre les points du graphe initial.

Par construction, la moyenne arithmétique des  $e_{ui}$ , notée ici  $e_{uj}^{\text{ave}}$ , est nulle sur le  $j^{\text{ème}}$  morceau et nous voulons que la moyenne quadratique de ces erreurs  $e_{uj}^{\text{RMS}}$ , notée ici  $s_j^{\text{eu}}$  comme un écart type statistique, soit la même sur chaque morceau, c'est-à-dire  $s_j^{\text{eu}} = s_{eu}$ . Comme les erreurs  $e_{ui}$  sont construites à partir d'entrées différentes sur chaque morceau, leur matrice de variance-covariance statistique est alors diagonale. On montre alors que la moyenne quadratique  $s_i^{\text{eU}}$  de l'erreur sur ce cumul  $e_{Ui} = U_j^{\text{lin}} - U_i$  ne doit plus être constante sur chaque intervalle mais être égale à  $s_{eu} \Delta t \sqrt{i-3/4}$ . On impose donc que cette erreur  $e_{Ui}$  reste inférieure ou égale, en valeur absolue, sur le  $j^{\text{ème}}$  intervalle, à un seuil  $Th_j = th \Delta t \sqrt{i-3/4}$  en tout instant  $t_i$  de celui-ci. Comme

$s_{e_{U_i}} \leq \max \left( \left| e_{U_i} \right| \right)$ , ceci garantit l'inégalité  $s_{e_{U_i}} \leq Th_j$ . Le seuil  $th = \nu s_u$  est déterminé par le choix d'une fraction constante  $\nu$  de l'écart type statistique  $s_u$  des  $m$  valeurs  $u_i$  de l'entrée sur tout l'horizon temporel. On a donc construit un code qui, pour un vecteur seuil  $Th$  et un cumul d'entrée  $U$  donnés, calcule les 5 grandeurs suivantes: le vecteur  $c$  des indices des temps de collocation, le nombre  $n$  d'intervalles, le vecteur des nombres  $n^{mult}$  de pas de temps initiaux dans chaque intervalle, la matrice rectangulaire  $Q$  (taille  $m \times n$ ) permettant une interpolation linéaire du vecteur des  $n$  entrées cumulées aux temps de collocation  $U^c$  sur la grille isochrone ( $U^{lin} = Q U^c$ ) et, enfin, une matrice de duplication  $D$  (taille  $m \times n$ ) permettant de répartir les  $n$  entrées non cumulées sur la grille isochrone ( $u^{pc} = D u^c$ ). La figure 4 montre la paramétrisation du cumul de l'entrée en une fonction  $U_{lin}(t)$  linéaire par morceaux, pour  $\nu = 0,3$ , tandis que la figure 5 montre la paramétrisation de l'entrée en la fonction constante par morceaux correspondante  $u^{pc}(t)$ . Ici, ce choix pour  $\nu$  implique l'existence de  $n = 15$  morceaux pour ces deux graphes.

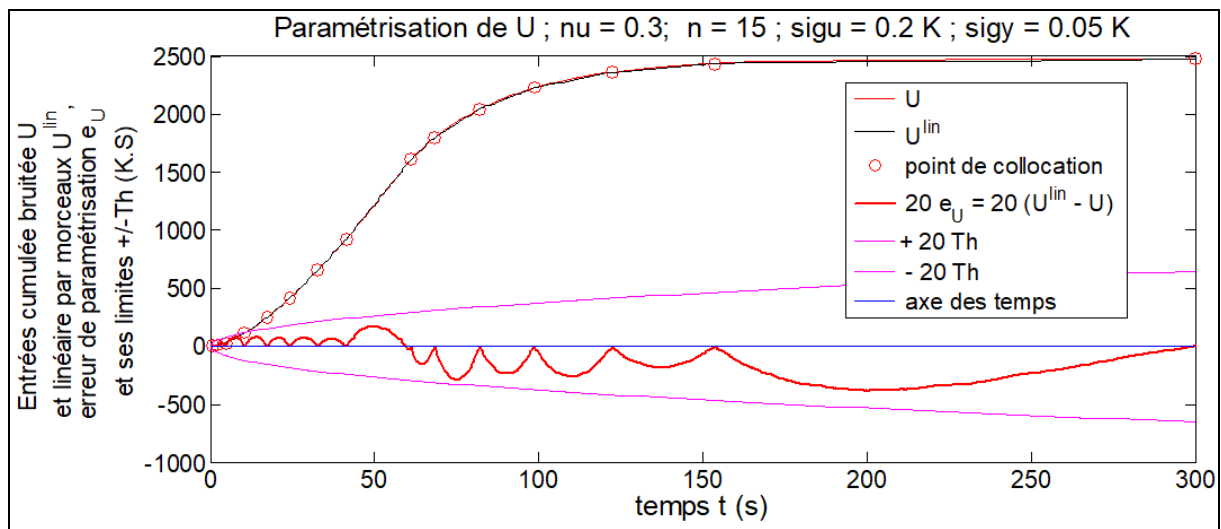


Figure 4 : Paramétrisation du cumul de l'entrée en fonction linéaire par morceaux

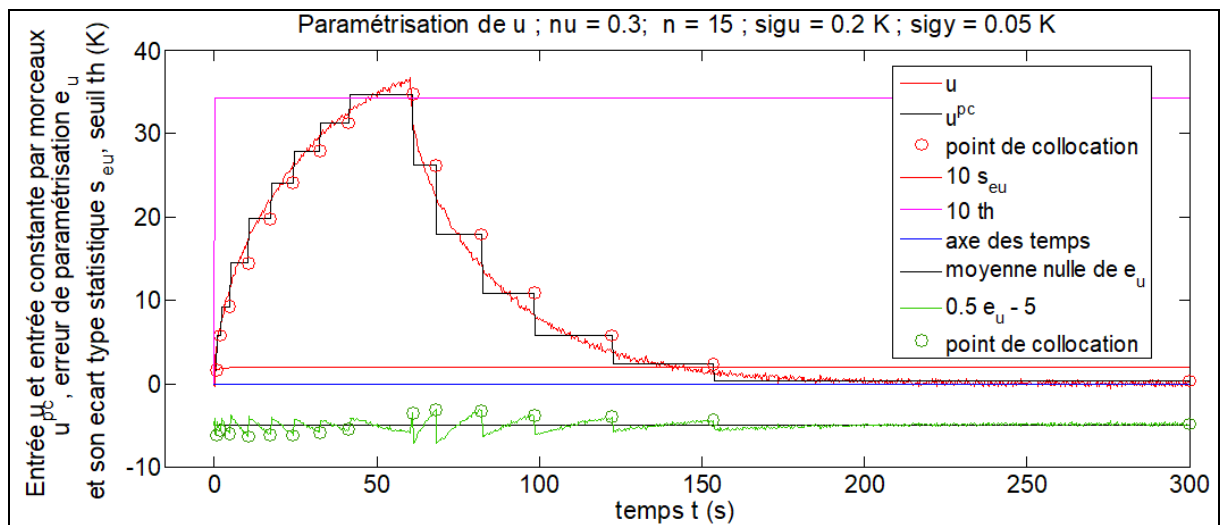


Figure 5 : Paramétrisation de l'entrée en fonction constante par morceaux

Le modèle réduit s'écrit alors, pour l'estimation de la transmittance cumulée linéaire par morceaux :

$$\mathbf{y}^{red} = \mathbf{B}^c \mathbf{W}^c \quad \text{où} \quad \mathbf{B}^c = \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N}^2(\mathbf{g}^+) \mathbf{N}(\mathbf{Q} \mathbf{U}^c) \mathbf{Q} \quad \text{et} \quad \mathbf{W}^c = \Delta t \mathbf{N}(\mathbf{g}_c) \text{diag}(\mathbf{n}^{mult}) \mathbf{w}^c \quad (11a)$$

On en déduit le modèle réduit exprimant le vecteur de sortie  $\mathbf{y}^{red}$  (longueur  $m$ ) en fonction du vecteur  $\mathbf{w}^c$  des  $n$  morceaux de la transmittance, où  $\mathbf{g}_c$  (longueur  $n$ ) est construit comme  $\mathbf{g}$ , voir (9):

$$\mathbf{y}^{red} = \mathbf{S}_{wc} \mathbf{w}^c \quad \text{où} \quad \mathbf{S}_{wc} = \mathbf{N}^2(\mathbf{g}^+) \mathbf{N}(\mathbf{Q} \mathbf{U}^c) \mathbf{Q} \mathbf{N}(\mathbf{g}_c) \text{diag}(\mathbf{n}^{mult}) \quad (11b)$$

## 6. Identification de la transmittance

L'inversion du modèle (11b) est faite par la méthode des moindres carrés ordinaires, avec une transmittance estimée  $\hat{\mathbf{w}}^c$  et un vecteur  $\sigma_{wc}$  des écarts types de ses composantes :

$$\hat{\mathbf{w}}^c = (\mathbf{S}_{wc}^T \mathbf{S}_{wc})^{-1} \mathbf{S}_{wc}^T \mathbf{y} ; \quad \sigma_{wc} = \sigma_y \left( \text{diag} \left( (\mathbf{S}_{wc}^T \mathbf{S}_{wc})^{-1} \right) \right)^{1/2} \quad (12)$$

Le résultat de cette identification est présenté en figure 6 :

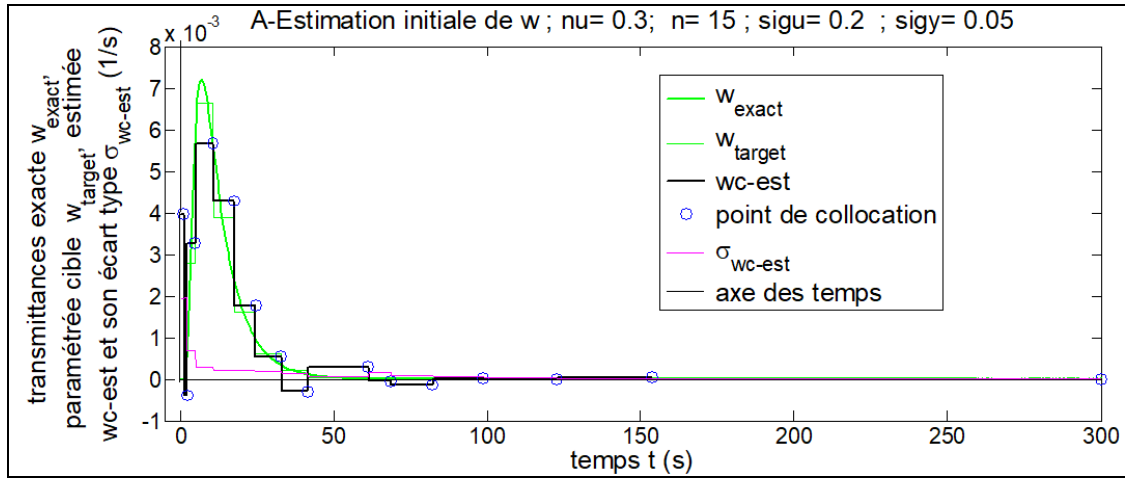


Figure 6 : Identification de la transmittance sur les mêmes morceaux que l'entrée

Le résidu quadratique moyen est ici égal à 0.0570 K, c'est à dire supérieur de 14 % à celui de la sortie (le « non discrepancy principle » de Morozov est ici respecté). Il reste cependant des oscillations faibles de la transmittance aux temps longs, mais fortes aux temps courts. Leur niveau aux temps courts est confirmé par des écarts types  $\sigma_{wc}$  assez importants. Le nombre de conditionnement de  $\mathbf{S}_{wc}$  est ici de 2080. On a également représenté en figure 6 les 15 valeurs  $w_{target}$  de la transmittance exacte paramétrisée sur les 15 morceaux. Pour obtenir des résultats plus satisfaisants, nous avons cherché à définir les points de collocation correspondant au seul support de la transmittance. Les points de collocation à garder sont ceux qui respectent d'abord simultanément les 2 critères suivants :

- i) La sortie paramétrée sur les mêmes morceaux  $y_j^c$  (ici une fonctions constante sur  $n = 15$  morceaux) doit être strictement supérieure à son écart type,
- ii) La valeur estimée  $\hat{w}_j^c$  de la transmittance de l'estimation précédente doit être strictement supérieure à son écart type  $\sigma_{wc_j}$ .

On impose ensuite à l'ensemble des points de collocation sélectionnés de former un ensemble connexe de points d'effectif égal à  $n_{support}$ . L'estimation ne se fait alors que sur ces seuls

points, les transmittances des  $n_{lag}$  points amont (retard aux temps courts) et des  $n_{tail}$  points aval (queue) étant mises à zéro. Dans le cas présent, il ne reste plus que  $n_{support} = 4$  points de collocation et donc uniquement 4 morceaux de transmittance à estimer, avec une matrice à inverser (taille  $1000 \times 4$ ) ayant un nombre de conditionnement de 33. Les résultats correspondants sont présentés en figure 7. Le résidu quadratique moyen (0,0578 K) est pratiquement le même que dans l'inversion précédente et on constate que l'écart type des paramètres estimés (4 valeurs de la transmittance sur le support) sont très faibles. Ces 4 paramètres, sauf le maximum, sont en outre très proches de leurs valeurs cibles.

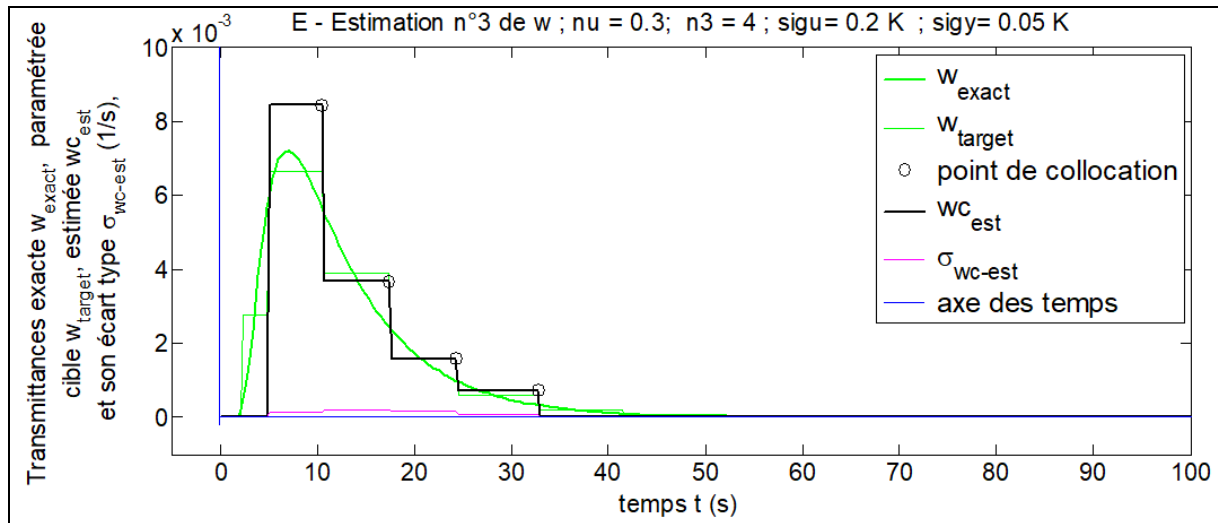


Figure 7 : Identification de la transmittance sur son support strict

## 7. Conclusions et perspectives

Dans le cadre d'un transfert de chaleur linéaire transitoire respectant les hypothèses précisées dans l'introduction, nous avons montré de façon générale, que le modèle convolutif continu liant de façon causale deux évolutions de température à des endroits différents d'un même milieu pouvait se mettre sous une forme discrète matricielle où les 3 fonctions impliquées (sortie, entrée et transmittance transitoire) correspondent à des vecteurs colonne regroupant leurs valeurs échantillonnées de façon isochrone. En présence d'un bruit de mesure à la fois sur l'entrée et la sortie, l'inversion de ce modèle discret est mal-posée et nécessite une régularisation qui, effectuée sur une base non locale entraîne des fluctuations ou des biais sur les transmittances estimées. Nous avons construit et testé ici, dans un cas 1D extrêmement mal posé, une nouvelle méthode d'estimation parcimonieuse de la transmittance où la régularisation s'effectue par une paramétrisation des  $m$  valeurs de l'entrée en fonction d'une base de  $n \ll m$  fonctions constantes par morceaux de durées non égales. On paramétrise également la transmittance sur cette base non isochrone, ce qui permet une estimation par moindres carrés ordinaires où la matrice de sensibilité est rectangulaire et très bien conditionnée. Les résultats obtenus sur ce cas test permettent d'accéder au support temporel de la transmittance. Ils sont prometteurs, même si la recherche de l'hyperparamètre de régularisation  $\nu$  reste à être optimisée. L'application future visée consistera à utiliser cette transmittance identifiée pour réaliser un capteur virtuel de température, en utilisant un modèle réduit de structure analogue.

## Références

- [1] D. Maillet, S. André, J.C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal Quadrupoles – Solving the Heat Equation through Integral transforms*, Wiley, Chichester, 2000.
- [2] W. Al Hadad, D. Maillet, Y. Jannot, *Modeling unsteady diffusive and advective heat transfer for linear dynamical systems: A transfer function approach*, Int. J. Heat Mass Transfer (2017) vol. 115, 304-313.
- [3] P. den Iseger, Numerical transform inversion using gaussian quadrature, *Probability in the Engineering and Informational Sciences* (Jan. 2006) vol. 20, issue 1, 1-44.
- [4] H. Dogan, K. A. Khalil, L. R. Suarez, *Some Results on the Ideals of Real-Valued Lower Triangular Toeplitz Matrices*, Turk. J. Math. Comput. Sci., (2018) vol. 9, 50–54.