

ETUDE THERMODYNAMIQUE D'UN MOTEUR STIRLING A FAIBLE DIFFERENCE DE TEMPERATURE

N. MARTAJ
L. GROSU
P. ROCHELLE

Journée d'Études SFT Thermodynamique et Énergétique 2006

optimisation énergétique des moteurs thermiques : nouveaux défis

Sommaire

- Contexte
- Moteur à faible différence des températures
- Hypothèses
- Analyse énergétique
 - Cellule de compression
 - Cellule de détente
 - Cellule de régénération
 - Moteur
- Analyse entropique
- Analyse exergétique
- Résultats et analyses
- Conclusion

Contexte

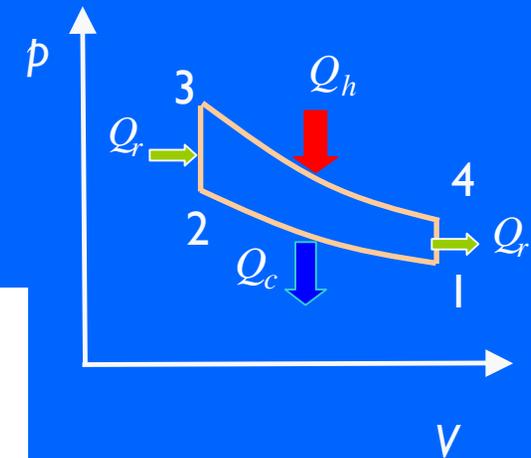
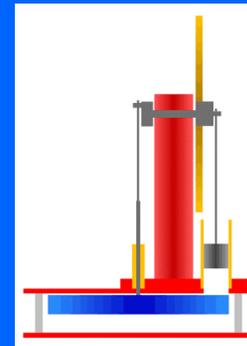


- Économie d'énergie
- Utilisation des énergies renouvelables



Moteur Stirling

- 1-2: Le gaz froid est comprimé par le piston moteur
- 2-3: Le piston déplaceur chasse le gaz vers la cellule chaude où il s'échauffe à volume constant
- 3-4: Le gaz se détend en poussant le piston de travail ; c'est le temps moteur
- 4-1: Le piston chasse le gaz vers la source froide



Moteur à faible différence des températures



- *Positions des pistons:*

$$x = \frac{x_0}{2}(1 + \cos \theta)$$

$$y = \frac{y_0}{2}(1 + \cos(\varphi - \theta))$$

- *Volumes des trois Cellules :*
- *Compression*

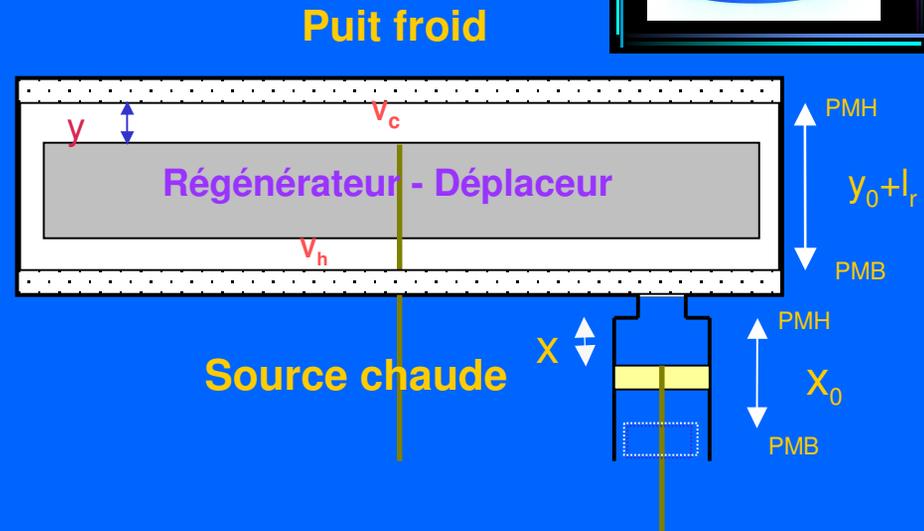
$$V_c = V_{mc} + y \cdot S_d$$

- *Détente*

$$V_h = V_{mh} + (y_0 - y) \cdot S_d + x \cdot S_p$$

- *Régénération*

$$V_{mr} = \pi \cdot (R_{cyl}^2 - R_d^2) \cdot l_r$$



X_0 : course du piston moteur
 y_0 : course du piston déplaceur

Modèle mathématique

- Hypothèses:
- Cellules chaude et froide isothermes
- Pression uniforme dans le moteur

- Modélisation:

- Énergétique
- Entropique
- Exergétique

Analyse énergétique :

- *Cellule de compression*

- 1^{er} principe de la thermodynamique

- $\delta Q_c + \delta W_c + c_p T_{rc} dm_c = c_v.d(mT)_c$

$$\delta Q_c = -c_p T_{rc} dm_c + \frac{c_v}{r} V_c dp + \frac{c_p}{r} p dV_c$$

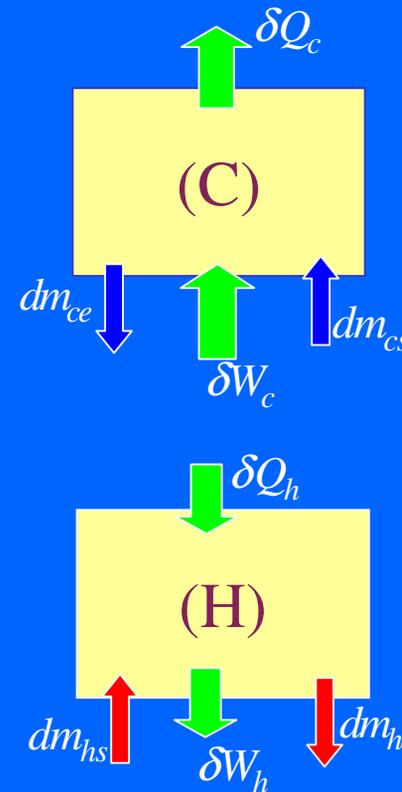
Si $dm_c > 0$ alors $T_{rc} = T_c$, sinon $T_{rc} = T_c$

- *Cellule de détente*

- $\delta Q_h + \delta W_h + c_p T_{rh} dm_h = c_v.d(mT)_h$

$$\delta Q_h = -c_p T_{rh} dm_h + \frac{c_v}{r} V_h dp + \frac{c_p}{r} p dV_h$$

Si $dm_h > 0$ alors, $T_{rh} = T_h$, sinon $T_{rh} = T_h$



Analyse énergétique :

- *Cellule de régénération :*

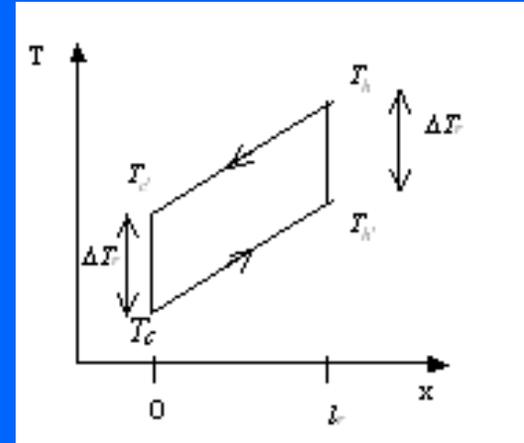
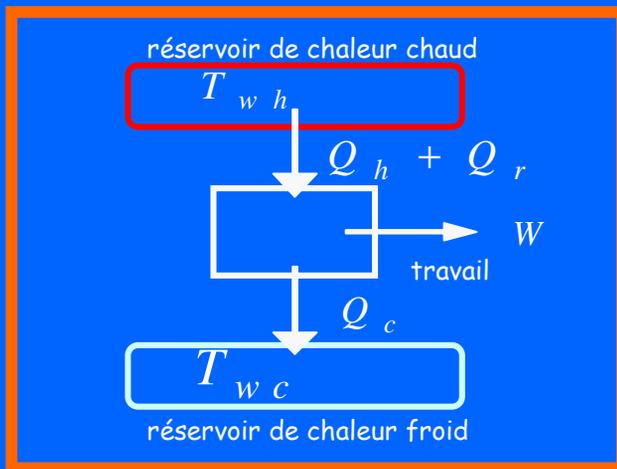
- Hypothèse : régénération imparfaite

$$\eta_r = \frac{T_h - T_c'}{T_h - T_c} = \frac{T_{h'} - T_c}{T_h - T_c} = 1 - \frac{\Delta T_r}{T_h - T_c}$$

- $\delta Q_r = c_p T_{rc} dm_c + c_p T_{rh} dm_h + \frac{c_v}{r} V_r dp$

- *Moteur :*

- Un tour de vilebrequin pendant un Δt



- Travail $W = -(Q_c + Q_h + Q_r)$

- Rendement thermique $\eta_{th} = \frac{W}{Q_h + Q_r}$

- Degré de qualité $\eta_{II} = \frac{\eta_{th}}{\eta_{carnot}}$

- Températures des parois: $Q_c = U_c A_c (T_{wc} - T_c) \Delta t$

$Q_h + Q_r = U_h A_h (T_{wh} - T_h) \Delta t$

Analyse entropique

- *Cellule de compression :*

- 2^{ème} principe de la thermodynamique (système ouvert)

$$dS_c = \frac{\delta Q_c}{T_c} + s_{cr} \cdot dm_c$$

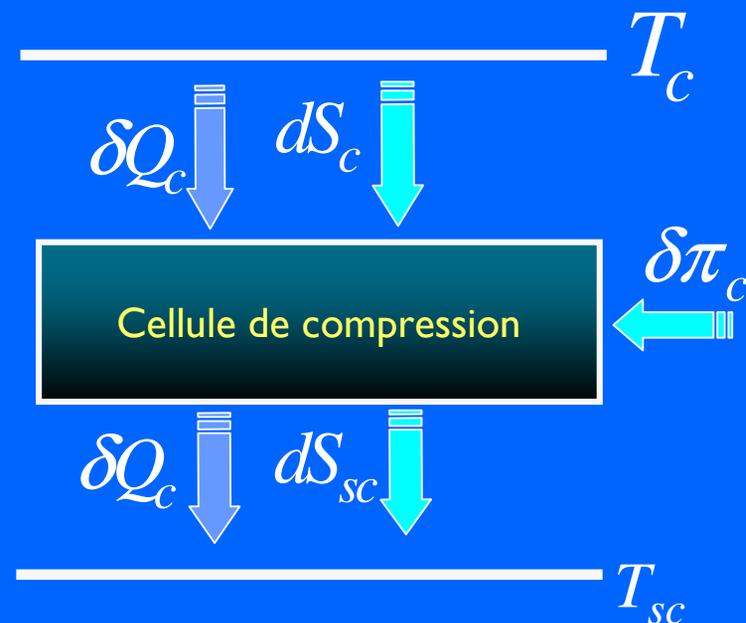
$$s_{rc} = s_0 + c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{rc}}{T_0}\right) - r \cdot \ln\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

Si $dm_c > 0$ alors $T_{rc} = T_c$, sinon $T_{rc} = T_c$

- Bilan entropique

$$\delta\pi_c = dS_{sc} - dS_c$$

$$\delta\pi_c = \left| \delta Q_c \right| \left(\frac{1}{T_{sc}} - \frac{1}{T_c} \right)$$



Analyse entropique

- *Cellule de détente :*

- 2^{ème} principe de la thermodynamique (système ouvert)

$$dS_h = \frac{\delta Q_h}{T_h} + s_{rw} \cdot dm_h$$

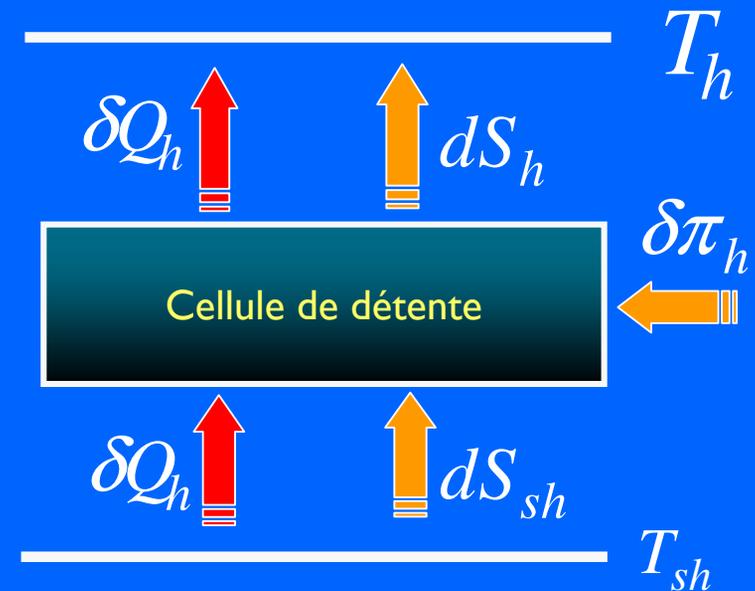
$$s_{rh} = s_0 + c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{rh}}{T_0}\right) - r \cdot \ln\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

Si $dm_h > 0$ alors $T_{rh} = T_h$, sinon $T_{rh} < T_h$

- Bilan entropique

$$\delta\pi_h = dS_h - dS_{sh}$$

$$\delta\pi_h = \delta Q_h \left(\frac{1}{T_h} - \frac{1}{T_{sh}} \right)$$



Analyse entropique

- *Cellule de régénération :*

$$dS_r = \frac{\delta Q_r}{T_r} + s_{rc} \cdot dm_c + s_{rh} \cdot dm_h + \delta \pi_r$$

Si $dm_c > 0$ alors $T_{rc} = T_c'$, sinon $T_{rc} = T_c$

Si $dm_h > 0$ alors $T_{rh} = T_h'$, sinon $T_{rh} = T_h$

- *Moteur:*

- Bilan entropique du moteur

$$dS_c + dS_h + dS_r = \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_h}{T_h} + \frac{\delta Q_r}{T_r} + \delta \pi_r = 0$$

$$\delta \pi_r = -\left(\frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_h}{T_h} + \frac{\delta Q_r}{T_r}\right)$$

Analyse exergetique:

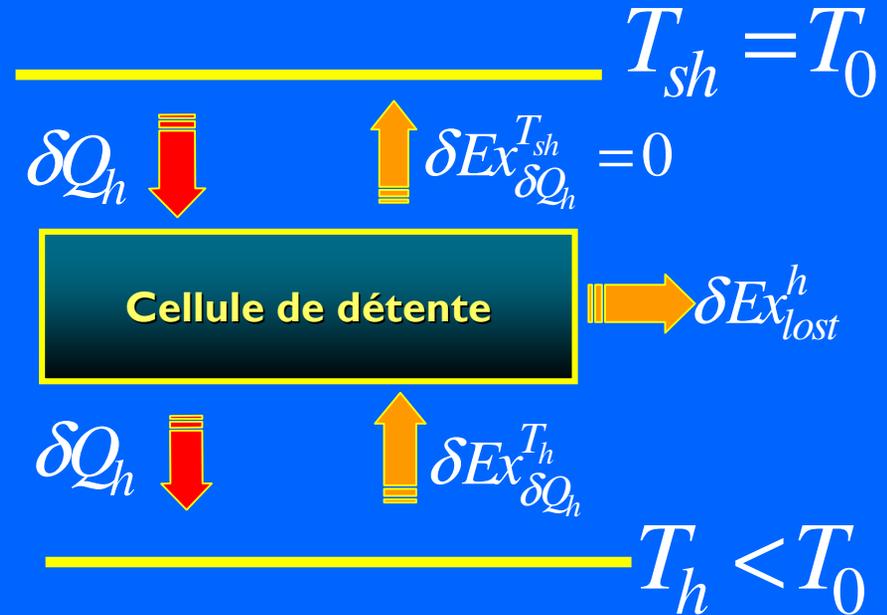
- Cellule de détente*

- $$dEx_h = \left(1 - \frac{T_0}{T_h}\right) \delta Q_h + \delta W_h + p_0 \cdot dV_h + ex_{rh}^f \cdot dm_h$$

$$ex_{rh}^f = c_p (T_{rh} - T_0) - T_0 (s_{rh} - s_0)$$

- $$\delta Ex_{lost}^h = \left| \delta Ex_{\delta Q_h}^{T_h} \right|$$

- $$\delta Ex_{lost}^h = T_0 \left(\frac{1}{T_h} - \frac{1}{T_{sh}} \right) \delta Q_h = T_0 \delta \pi_h$$



Analyse exergetique:

- *Cellule de compression*

- Bilan exergetique pour un systeme ouvert:

$$dEx_c = \left(1 - \frac{T_0}{T_c}\right) \delta Q_c + \delta W_c + p_0 dV_c + ex_{rc}^f dm_c$$

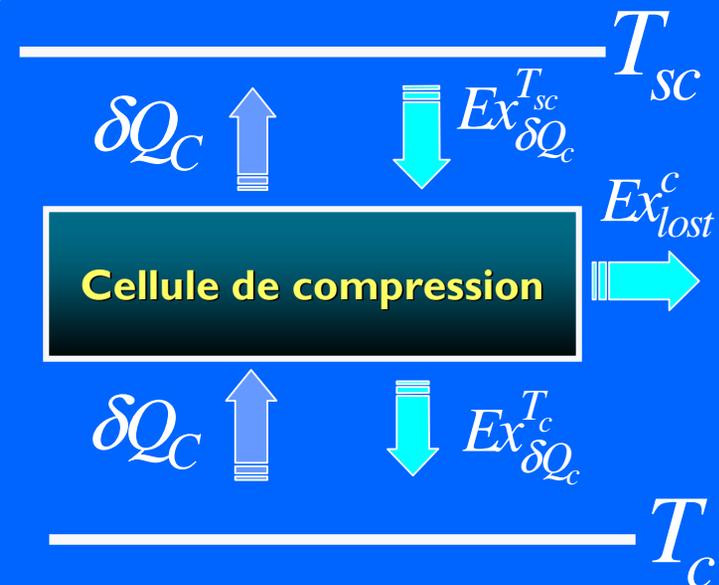
$$ex_{rc}^f = (h_{rc} - h_0) - T_0(s_{rc} - s_0) = c_p(T_{rc} - T_0) - T_0(s_{rc} - s_0)$$

- Bilan des exergies

$$\left| \delta Ex_{\delta Q_c}^{T_{sc}} \right| = \delta Ex_{lost}^c + \left| \delta Ex_{\delta Q_c}^{T_c} \right|$$

- pertes exergetiques :

$$\delta Ex_{lost}^c = T_0 \left(\frac{1}{T_{sc}} - \frac{1}{T_c} \right) |\delta Q_c| = T_0 \delta \pi_c$$



Analyse exergetique

- *Cellule de régénération :*

- $dEx_r = \left(1 - \frac{T_0}{T_r}\right) \delta Q_r + ex_{rc}^f dm_c + ex_{rh}^f dm_h - T_0 \cdot \delta \pi_r$

- *Moteur:*

- Rendement exergetique : Effet utile/Dépenses exergetiques

si $T_{sh} > T_0$ et $T_{sc} \approx T_0$

$$\eta_{ex} = \frac{|W|}{Ex_{Q_h}^{T_{sh}}} = \frac{|W|}{\left(1 - \frac{T_0}{T_{sh}}\right) (Q_h + Q_r)}$$

si $T_{sh} \approx T_0$ et $T_{sc} < T_0$

$$\eta_{ex} = \frac{|W|}{Ex_{Q_c}^{T_{sc}}} = \frac{W}{\left(1 - \frac{T_0}{T_{sc}}\right) Q_c}$$

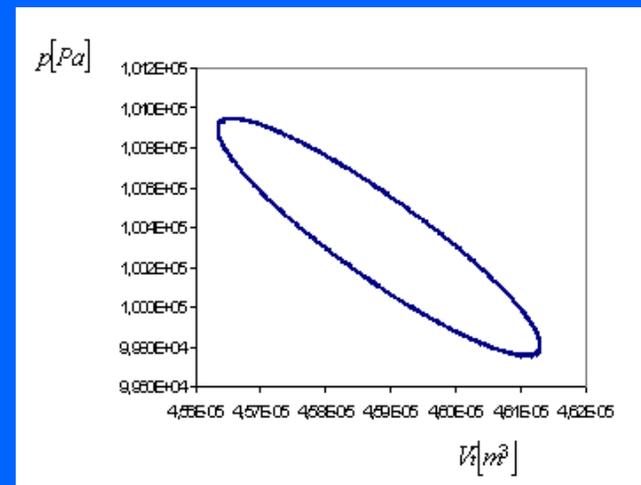
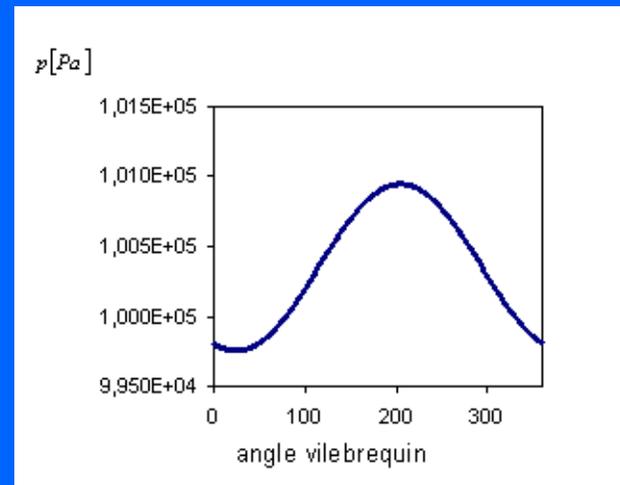
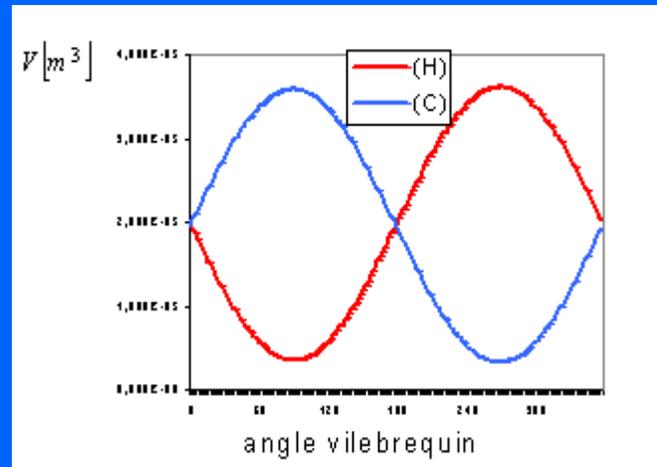
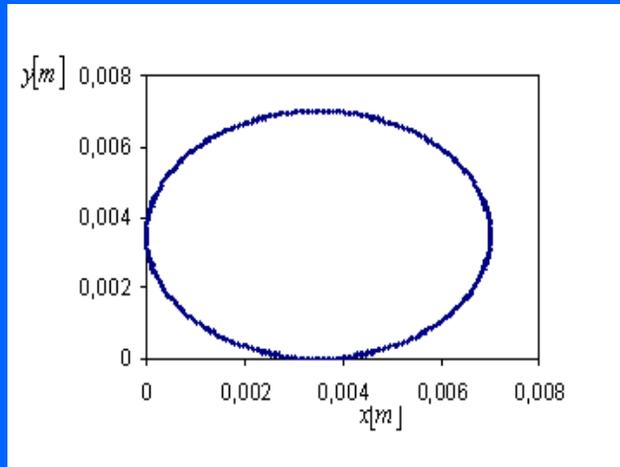
$$\eta_{ex\max} = \frac{W_{\max}}{Ex_{Q_c}^{T_{sc}}}$$

$$W_{\max} = \eta_{\text{Carnot}} Q_h$$

Données initiales:

Variables	Unités	Description	valeurs
x_0	m	Course du piston	0,007
D_p	m	Diamètre du piston moteur	0,0095
V_p	m ³	Volume balayé par le piston moteur	4,9618. 10 ⁻⁶
y_0	m	Course du déplaceur	0,007
D_d	m	Diamètre du déplaceur	0,077
V_d	m ³	Volume balayé par le piston déplaceur	3,2596.10 ⁻⁵
V_{mc} / V_d	-	Proportion du volume mort froid	0,1
V_{mh} / V_d	-	Proportion du volume mort chaud	0,1
V_{mr} / V_d	-	Proportion du volume mort du régénérateur	0,2
	°	Déphasage des pistons	90
N	Tr/min	Vitesse de rotation du moteur	180
T_c	K	Température du gaz dans le volume froid	290
T_h	K	Température du gaz dans le volume chaud	292
h_h	W/m ² K	Coefficient de transfert thermique chaud	10
h_c	W/m ² K	Coefficient de transfert thermique froid	10
η_r	%	Rendement de régénération	50

Résultats de simulation



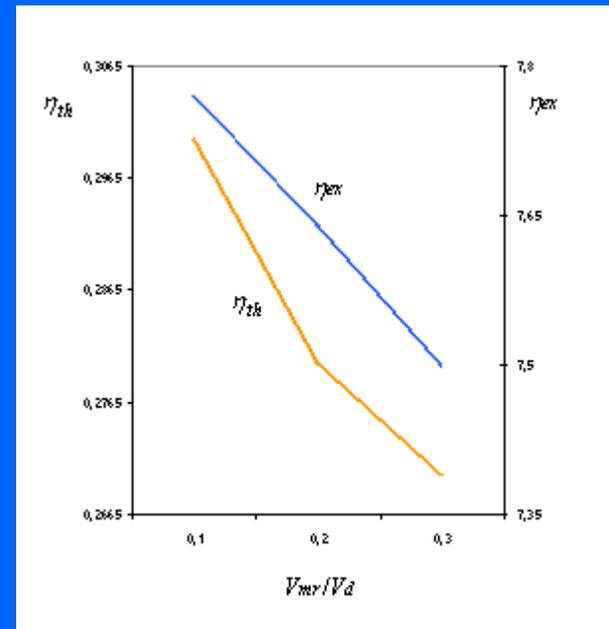
Résultats pour un cycle

Variable	Unité	Description	valeurs
W_{cyl}	J	Travail	$-1,909.10^{-4}$
Q_c	J	Quantité de chaleur fournie par la cellule de compression	$-6,705. 10^{-2}$
Q_h	J	Quantité de chaleur reçue par la cellule de détente	$6,720. 10^{-2}$
η_{ih}	%	Rendement thermique	0,28
η_{Carnot}	%	Rendement de Carnot	0,7
T_{wc}	K	Température de la paroi froide	285,6
T_{wh}	K	Température de la paroi chaude	296,3
π_c	J/K	Création d'entropie dans la cellule froide	$3,495.10^{-6}$
π_h	J/K	Création d'entropie dans la cellule chaude	$3,363.10^{-6}$
π_r	J/K	Création d'entropie dans la cellule de régénération	$9,292.10^{-7}$
η_{ex}	%	Rendement exergetique	7,63
η_{exmax}	%	Rendement exergetique maximum	18,4

Étude de sensibilité 1

- *La proportion du volume (mort) du régénérateur :*

V_{mr} / V_d	η_{th} [%]	η_{ex} [%]
0,1	0,30	7,77
0,2	0,28	7,64
0,3	0,27	7,50

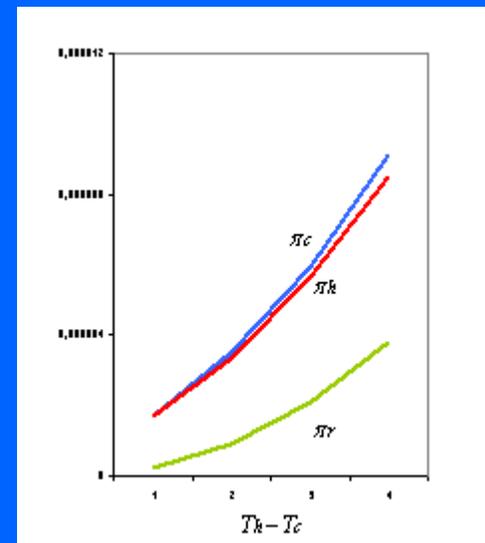
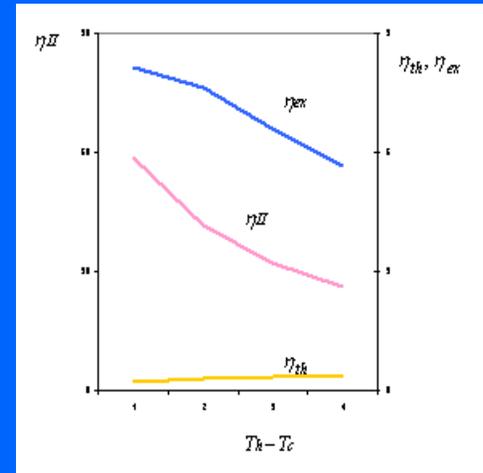


Étude de sensibilité 2

- La température froide de l'air :

T_c [K]	$T_h - T_c$	η_{th} [%]	η_{carnot} [%]	η_{ex} [%]	η_{II} [%]
291	1	0,20	0,34	4,31	58,62
290	2	0,28	0,68	6,11	41,41
289	3	0,33	1,03	7,09	32,07
288	4	0,36	1,37	7,71	26,14

T_c [K]	$T_h - T_c$	π_c [J/K]	π_h [J/K]	π_r [J/K]
291	1	$1,718 \cdot 10^{-6}$	$1,677 \cdot 10^{-6}$	$2,306 \cdot 10^{-7}$
290	2	$3,495 \cdot 10^{-6}$	$3,364 \cdot 10^{-6}$	$9,292 \cdot 10^{-7}$
289	3	$5,949 \cdot 10^{-6}$	$5,638 \cdot 10^{-6}$	$2,106 \cdot 10^{-6}$
288	4	$9,119 \cdot 10^{-6}$	$8,507 \cdot 10^{-6}$	$3,772 \cdot 10^{-6}$

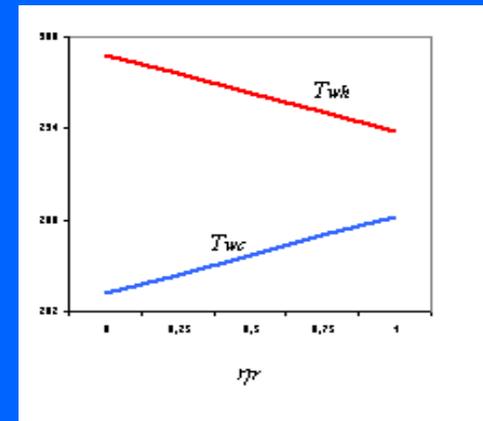
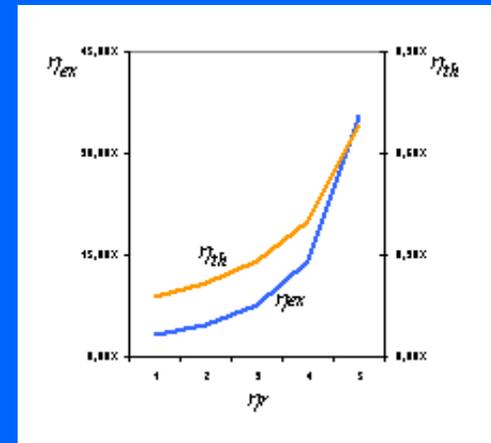


Étude de sensibilité 3

- Rendement de régénération :*

η_r [%]	η_{th} [%]	η_{ex} [%]	η_{II} [%]
0	0,18	3,23	26,15
25	0,22	4,75	32,07
50	0,28	7,64	41,46
75	0,40	14,25	58,62
100	0,68	35,26	100

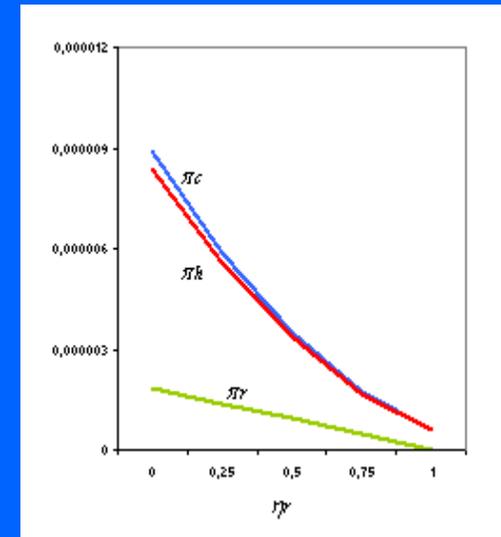
η_r [%]	T_{wh} [K]	T_{wc} [K]
0	298,867	283,144
25	297,599	284,412
50	296,331	285,680
75	295,063	286,948
100	293,795	288,216



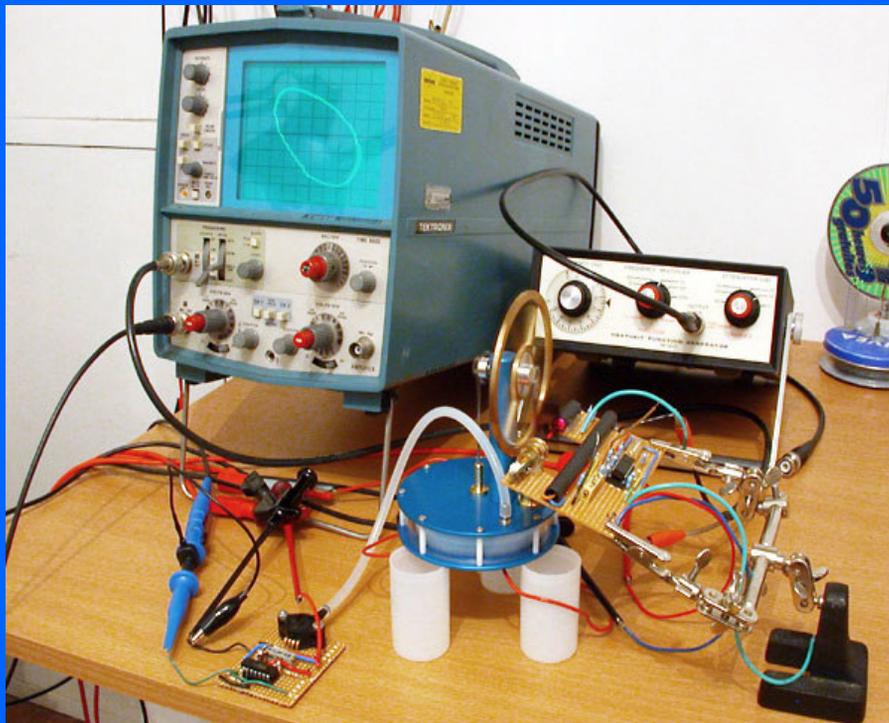
Étude de sensibilité 3

- *Rendement de régénération :*

η_r [%]	π_c [J/K]	π_h [J/K]	π_r [J/K]
0	$8,883 \cdot 10^{-6}$	$8,381 \cdot 10^{-6}$	$1,858 \cdot 10^{-6}$
25	$5,874 \cdot 10^{-6}$	$5,60 \cdot 10^{-6}$	$1,393 \cdot 10^{-6}$
50	$3,495 \cdot 10^{-6}$	$3,36 \cdot 10^{-6}$	$9,291 \cdot 10^{-7}$
75	$1,736 \cdot 10^{-6}$	$1,690 \cdot 10^{-6}$	$4,645 \cdot 10^{-7}$
100	$5,907 \cdot 10^{-7}$	$5,84 \cdot 10^{-7}$	0



Comparaison avec des résultats expérimentaux(H.Roussel)



ΔT_w	$W [J]$	$N[tr/min]$
21	$2,89 \cdot 10^{-4}$	199
5,5	$2,46 \cdot 10^{-4}$	20

Conclusion

- *Les résultats obtenus par notre modèle se situent dans le même ordre de grandeur que les résultats publiés par H. Roussel en particulier en prenant $\eta_r = 0\%$*
- *Un banc d'essais est en cours de réalisation pour valider d'avantage ce modèle thermodynamique*