

Détermination des facteurs de transmission par méthode balistique à l'interface entre deux milieux non snelliens: application aux milieux anisotropes uniaxes

Motivations de l'étude:

*** Transfert radiatif dans les cristaux uniaxes**

- équation de transfert radiatif correspondante dans la matière (luminance « anisotrope » invariante, coefficient d'absorption, fonction source)
- propriétés thermo-optiques variables
- transfert radiatif entre deux milieux uniaxes (pb de transmission/réflexion)

⇒

Généralisation de ce qui existe en isotrope à l'anisotrope

équation de transfert radiatif anisotrope:
$$\frac{n_e}{c} \frac{\partial}{\partial \hat{t}} \left(\frac{\hat{L}}{n_e^2 \hat{v}^3} \right) + \frac{\partial}{\partial \hat{s}} \left(\frac{\hat{L}}{n_e^2 \hat{v}^3} \right) = \hat{K} \left(\frac{\hat{L}^0}{\hat{v}^3} - \frac{\hat{L}}{n_e^2 \hat{v}^3} \right)$$

$$\hat{K} = \frac{K v n}{\hat{v} n_e}$$

$$\hat{L}^0 = \frac{\hat{v}^3}{v^3} L^0$$

$$\frac{\hat{L}}{n_e^2 \hat{v}^3} = \frac{L}{n^2 v^3}$$

Equivalence optique entre un cristal et un milieu isotrope mobile

* *Quadri-impulsion d'un photon évoluant dans un milieu mobile isotrope d'indice $n > 1$, perçue par un observateur au repos dans ce milieu:*

$$\vec{P} = \frac{h\nu n^2}{c} \left[\vec{e}_0 + \cos \Theta \vec{e}_x + \sin \Theta \left(\cos \Phi \vec{e}_y + \sin \Phi \vec{e}_z \right) \right]$$

* *Quadri-impulsion du même photon, perçue par un observateur au repos dans le vide:*

$$\vec{P} = \frac{h\nu n^2}{c} \left\{ \begin{array}{l} \gamma \bar{\gamma} \left[1 - \beta \bar{\beta} + (\beta - \bar{\beta}) \cos \Theta \right] \vec{e}_{\bar{0}} + \gamma \bar{\gamma} \left[\beta - \bar{\beta} + (1 - \beta \bar{\beta}) \cos \Theta \right] \vec{e}_{\bar{x}} \\ + \sin \Theta \left(\cos \Phi \vec{e}_{\bar{y}} + \sin \Phi \vec{e}_{\bar{z}} \right) \end{array} \right\}$$

$(\vec{e}_{\bar{0}}, \vec{e}_{\bar{x}}, \vec{e}_{\bar{y}}, \vec{e}_{\bar{z}})$: base « orthonormée » perçue par l'observateur dans le vide

$(\vec{e}_0, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$: base « orthonormée » perçue par l'observateur dans le milieu

$$\begin{array}{l} \vec{e}_0 = \gamma \bar{\gamma} \left[(1 - \beta \bar{\beta}) \vec{e}_{\bar{0}} + (\beta - \bar{\beta}) \vec{e}_{\bar{x}} \right] \\ \vec{e}_x = \gamma \bar{\gamma} \left[(\beta - \bar{\beta}) \vec{e}_{\bar{0}} + (1 - \beta \bar{\beta}) \vec{e}_{\bar{x}} \right] \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \vec{e}_{\bar{0}} = \gamma \bar{\gamma} \left[(1 - \beta \bar{\beta}) \vec{e}_0 - (\beta - \bar{\beta}) \vec{e}_x \right] \\ \vec{e}_{\bar{x}} = \gamma \bar{\gamma} \left[-(\beta - \bar{\beta}) \vec{e}_0 + (1 - \beta \bar{\beta}) \vec{e}_x \right] \end{array}$$

Equivalence optique entre un cristal et un milieu isotrope mobile

ν : fréquence du photon perçue par un observateur dans le milieu mobile

Θ, Φ : angles de propagation du photon perçus par le même observateur

β : rapidité du milieu mobile perçue par l'observateur dans le vide

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{facteur de dilatation du milieu mobile pour l'observateur dans le vide}$$

$$\bar{\gamma} = \gamma \frac{n}{\bar{n}} \quad \text{facteur de dilatation du milieu pour l'observateur dans le milieu}$$

$$\bar{\beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{\bar{\gamma}^2}} \quad \text{rapidité du milieu mobile perçue par l'observateur dans le milieu}$$

$$\frac{-2}{n^2} = \frac{g_2(g_2 - g_1)}{g_2 + 1 + (g_2 - 1)\beta^2} \quad g_1 < 0, g_2 > 0 : \text{valeurs propres de la métrique de Gordon}$$

$$g_{\mu\nu} = n^2 g_{\mu\nu}^{(0)} + (n^2 - 1)u_\mu u_\nu$$

Equivalence optique entre un cristal et un milieu isotrope mobile

Energie et direction apparentes du photon perçues par l'observateur dans le vide:

$$\cos \hat{\Theta} = \frac{\beta - \bar{\beta} + (1 - \beta \bar{\beta}) \cos \Theta}{1 - \beta \bar{\beta} + (\beta - \bar{\beta}) \cos \Theta} \quad \hat{\Phi} = \Phi \quad \frac{\hat{E}}{c} = \frac{h \nu n^2}{c \gamma \bar{\gamma} [1 - \beta \bar{\beta} + (\beta - \bar{\beta}) \cos \hat{\Theta}]}$$

$$\sin \hat{\Theta} = \frac{\sin \Theta}{\gamma \bar{\gamma} [1 - \beta \bar{\beta} + (\beta - \bar{\beta}) \cos \Theta]}$$

réciroquement:

$$\cos \Theta = \frac{(1 - \beta \bar{\beta}) \cos \hat{\Theta} - (\beta - \bar{\beta})}{1 - \beta \bar{\beta} - (\beta - \bar{\beta}) \cos \hat{\Theta}}$$

$$\sin \Theta = \frac{\sin \hat{\Theta}}{\gamma \bar{\gamma} [1 - \beta \bar{\beta} - (\beta - \bar{\beta}) \cos \hat{\Theta}]}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{P} = \frac{\hat{E}}{c} \left[\vec{e}_{\bar{0}} + \cos \hat{\Theta} \vec{e}_{\bar{x}} + \sin \hat{\Theta} \left(\cos \hat{\Phi} \vec{e}_{\bar{y}} + \sin \hat{\Phi} \vec{e}_{\bar{z}} \right) \right]$$

Equivalence optique entre un cristal et un milieu isotrope mobile

Transformation entre les systèmes de coordonnées:

$$\begin{aligned}
 d \underline{x}^{\bar{0}} &= \gamma \bar{\gamma} \left[(1 - \beta \bar{\beta}) d \underline{x}^0 + (\beta - \bar{\beta}) d \underline{x} \right] & d \underline{x}^0 &= \gamma \bar{\gamma} \left[(1 - \beta \bar{\beta}) d \underline{x}^{\bar{0}} - (\beta - \bar{\beta}) d \underline{x} \right] \\
 d \underline{x} &= \gamma \bar{\gamma} \left[(1 - \beta \bar{\beta}) d \underline{x} + (\beta - \bar{\beta}) d \underline{x}^0 \right] & \Leftrightarrow d \underline{x} &= \gamma \bar{\gamma} \left[(1 - \beta \bar{\beta}) d \underline{x} - (\beta - \bar{\beta}) d \underline{x}^{\bar{0}} \right] \\
 \underline{y} &= \bar{y} & \underline{z} &= \bar{z} & \bar{y} &= \underline{y} & \bar{z} &= \underline{z}
 \end{aligned}$$

avec: $\left(\underline{x}^{\bar{0}} = x^1 \sqrt{-g_1}, \bar{x} = x^2 \sqrt{g_2}, \bar{y} = n y, \bar{z} = n z \right)$

$$\left(\underline{x}^{\bar{0}} = \hat{x}^0, \underline{x} = n_{||} \hat{x}, \underline{y} = n_{\perp} \hat{y}, \underline{z} = n_{\perp} \hat{z} \right)$$

Trajectoire du photon:

$$\begin{aligned}
 \frac{d \hat{x}}{d \hat{x}^0} &= \frac{\cos \hat{\Theta}}{n_{||}} \\
 \frac{d \hat{y}}{d \hat{x}^0} &= \frac{\sin \hat{\Theta}}{n_{\perp}}
 \end{aligned}
 \Rightarrow d \hat{s}^2 = \frac{n_{\perp}^2 \cos^2 \hat{\Theta} + n_{||}^2 \sin^2 \hat{\Theta}}{n_{\perp}^2 n_{||}^2} d \hat{x}^{02}$$

$$1 < n_{||} = \frac{n + \beta}{1 + \beta n} < n = n_{\perp} \quad \Rightarrow \quad N_e^2 = \frac{\hat{n}_{\perp}^2 \hat{n}_{||}^2}{\hat{n}_{\perp}^2 \cos^2 \hat{\Theta} + \hat{n}_{||}^2 \sin^2 \hat{\Theta}}$$

Equivalence optique entre un cristal et un milieu isotrope mobile

Métrique de Finsler associée:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_e^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_e^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_e^2 \end{pmatrix}$$

avec: $\hat{g}_{\mu\nu} = \vec{e}_\mu \vec{e}_\nu$ puis: $\vec{e}_i = \frac{\vec{e}_i}{N_e}$

$$\Rightarrow \vec{P} = \frac{\hat{E}}{c} \left\{ \vec{e}_0 + \frac{1}{N_e(\hat{\Theta})} \left[\cos \hat{\Theta} \vec{e}_x + \sin \hat{\Theta} \left(\cos \hat{\Phi} \vec{e}_y + \sin \hat{\Phi} \vec{e}_z \right) \right] \right\}$$

Fréquence apparente du photon: $\frac{\hat{E}}{c} = \frac{h \hat{\nu} N_e^2}{c}$

$$\Rightarrow \hat{\nu} = \nu \frac{n^2}{\gamma \bar{\gamma} N_e^2(\hat{\Theta}) \left[1 - \beta \bar{\beta} + (\beta - \bar{\beta}) \cos \hat{\Theta} \right]}$$

Principe de Fermat à temps de parcours stationnaire

$$\delta \left[\int_s N_e \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}} \right) ds \right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{ds} \left(n_e \vec{\Omega} \right) = \overrightarrow{\text{grad}}_M N_e$$

Expression sous forme normale \rightarrow projection sur la base de Frenet:

* Sur la tangente: *identiquement vérifié comme en isotrope* $\vec{t} \frac{d}{ds} \left(n_e \vec{\Omega} \right) = \vec{t} \overrightarrow{\text{grad}}_M N_e$

* Sur la normale: $\frac{\varepsilon'_{||}}{R N_e} \left[1 + \frac{\varepsilon'_{\perp} - \varepsilon'_{||}}{N_e^2} \vec{n} \left(\vec{e}_{||} \otimes \vec{e}_{||} \right) \vec{n} \right] = \vec{n} \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\varepsilon'_{||}}{N_e} \right)$

* Sur la bi-normale: $\frac{\varepsilon'_{||} (\varepsilon'_{\perp} - \varepsilon'_{||})}{R N_e^3} \vec{b} \left(\vec{e}_{||} \otimes \vec{e}_{||} \right) \vec{n} = \vec{b} \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\varepsilon'_{||}}{N_e} \right)$

Loi de Descartes généralisée

$$\frac{l}{R} \frac{1 - (1 - \eta) \left(\frac{\vec{b}}{t} \cdot \vec{e}_{||} \right)^2}{1 + (1 - \eta) \left(\frac{\vec{t}}{t} \cdot \vec{e}_{||} \right)^2} = \vec{n} \text{ grad} \left\{ \text{Log} \left[\frac{\eta \sqrt{\varepsilon'_{\perp}}}{\sqrt{\eta + (1 - \eta) \left(\frac{\vec{t}}{t} \cdot \vec{e}_{||} \right)^2}} \right] \right\}$$

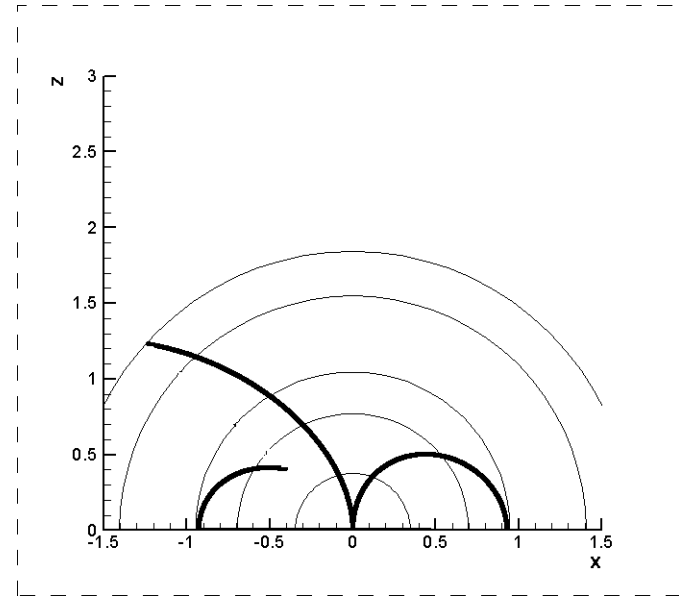
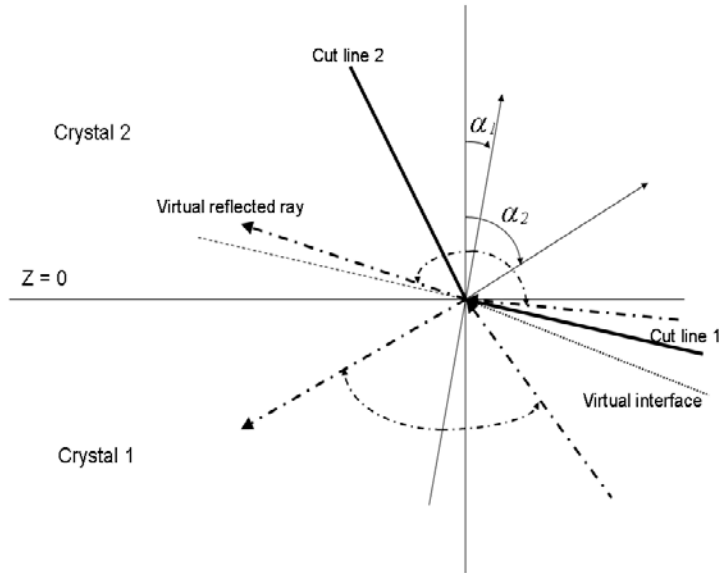
$$\frac{l - \eta}{R} \frac{\left(\frac{\vec{b}}{t} \cdot \vec{e}_{||} \right) \left(\frac{\vec{n}}{t} \cdot \vec{e}_{||} \right)}{1 + (1 - \eta) \left(\frac{\vec{t}}{t} \cdot \vec{e}_{||} \right)^2} = \vec{b} \text{ grad} \left\{ \text{Log} \left[\frac{\eta \sqrt{\varepsilon'_{\perp}}}{\sqrt{\eta + (1 - \eta) \left(\frac{\vec{t}}{t} \cdot \vec{e}_{||} \right)^2}} \right] \right\}$$

*** Cas général d'axes optiques non confondus avec l'axe géométrique:**

$$\eta \sqrt{\varepsilon'_{\perp}} \left[\frac{|\sin(\alpha + \xi)|}{\sqrt{\cos^2 \xi + \eta \sin^2 \xi}} e^{-\frac{1 - \eta}{2\sqrt{\eta}} \sin(2\alpha) \text{Arctg}(\sqrt{\eta} \text{tg} \xi)} \right]^{\frac{l}{\cos^2 \alpha + \eta \sin^2 \alpha}} = cte$$

η facteur d'anisotropie: $\eta = \frac{\varepsilon'_{||}}{\varepsilon'_{\perp}}$

Lois de la transmission et de la réflexion



Entre deux cristaux 1 et 2: $\sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} F_2(\hat{\xi}_{2t}) = \sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} F_1(\hat{\xi}_{1i})$ où $\hat{\xi} = \xi + \alpha_j$

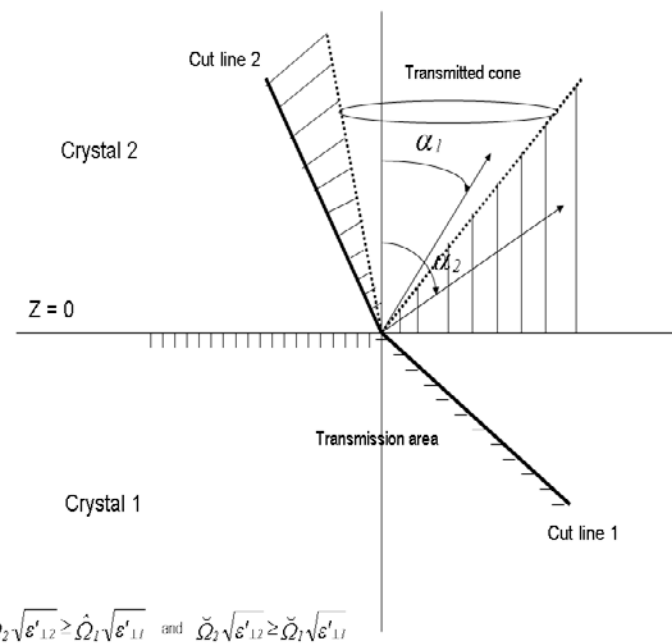
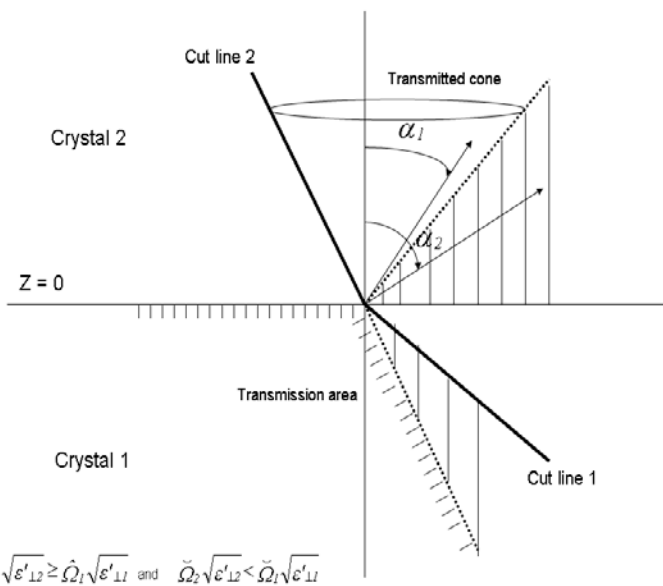
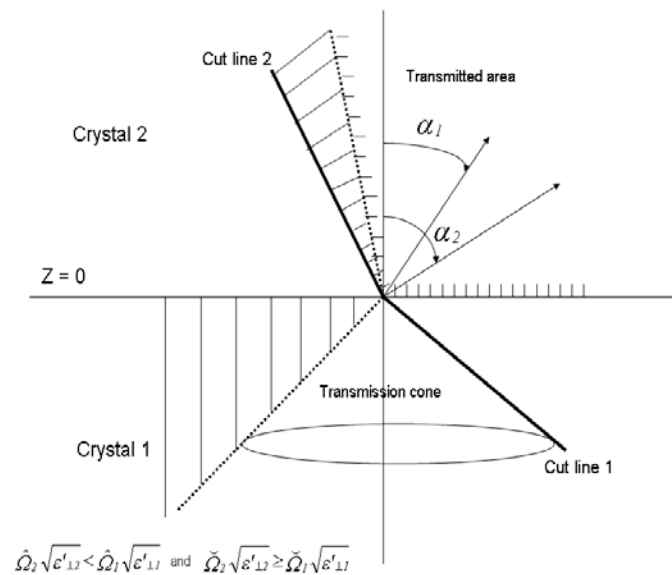
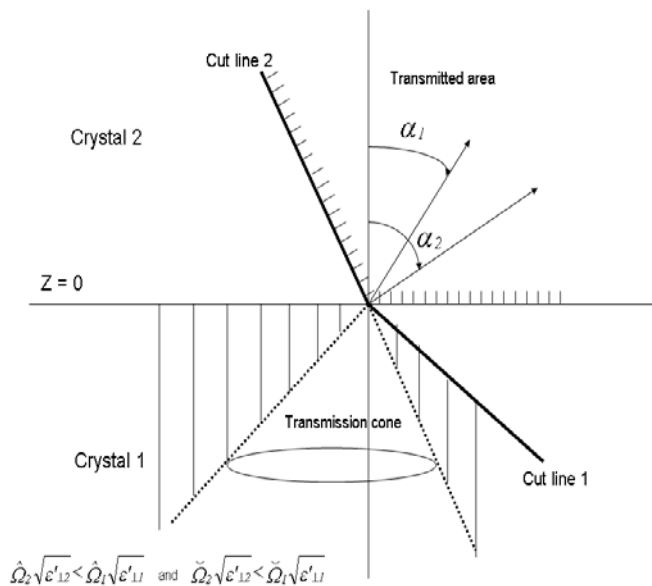
3 constantes fondamentales par cristal:

$$\hat{\Omega}_i = \eta_i \left[\frac{e^{-\frac{1-\eta_i}{2\sqrt{\eta_i}} \sin(2\alpha_i) \text{Arctg}\left(\frac{\sqrt{\eta_i}}{\text{tg } \alpha_i}\right)}}{\sqrt{\sin^2 \alpha_i + \eta_i \cos^2 \alpha_i}} \right]^{\frac{1}{\cos^2 \alpha_i + \eta_i \sin^2 \alpha_i}}$$

$$\check{\Omega}_i = \eta_i \left[\frac{\cos \alpha_i e^{\frac{\pi(1-\eta_i) \sin(2\alpha_i)}{4\sqrt{\eta_i}}}}{\sqrt{\eta_i}} \right]^{\frac{1}{\cos^2 \alpha_i + \eta_i \sin^2 \alpha_i}}$$

$$\hat{\Omega}_i = \eta_i \left[\frac{\cos \alpha_i e^{-\frac{\pi(1-\eta_i) \sin(2\alpha_i)}{4\sqrt{\eta_i}}}}{\sqrt{\eta_i}} \right]^{\frac{1}{\cos^2 \alpha_i + \eta_i \sin^2 \alpha_i}}$$

Transmission extraordinaire/extraordinaire: 1



Transmission extraordinaire/extraordinaire: 2

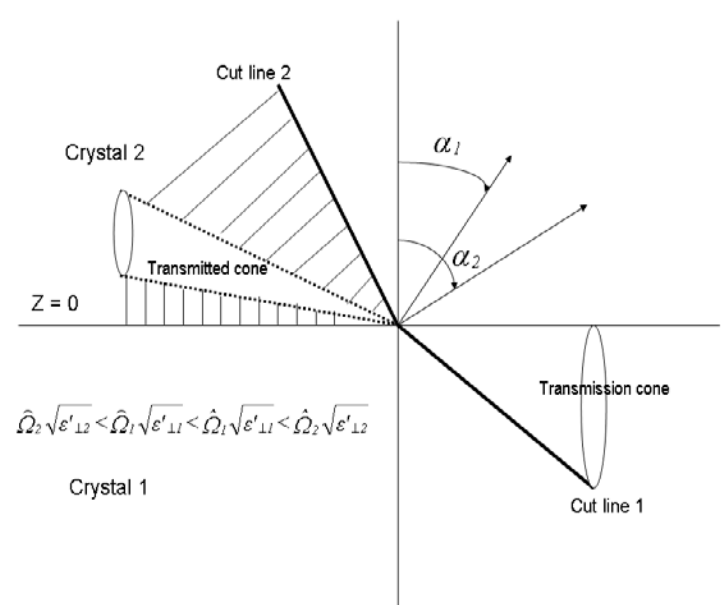
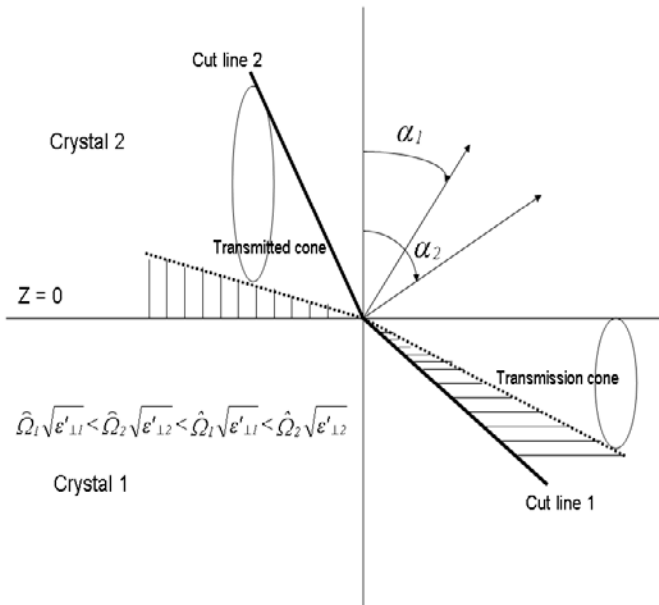
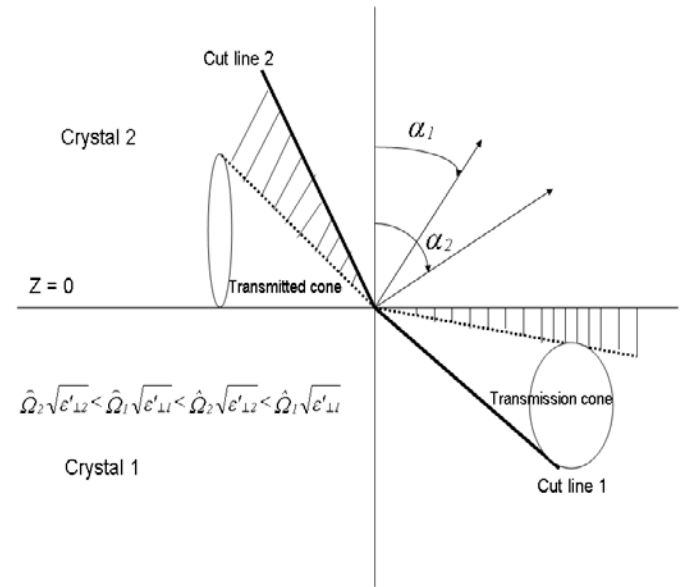
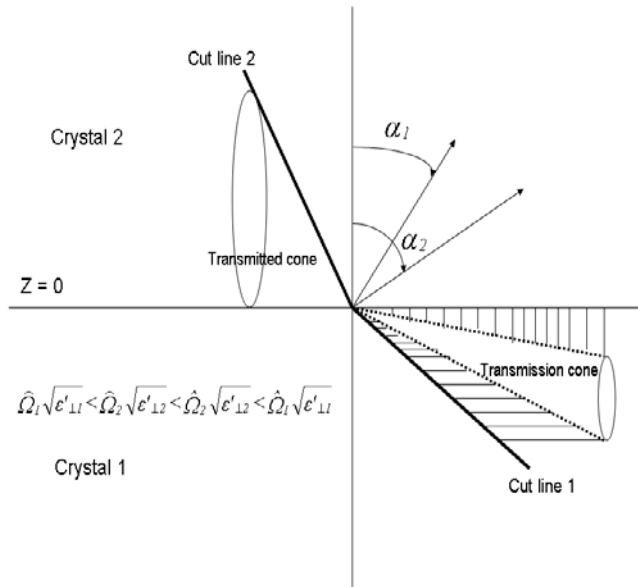
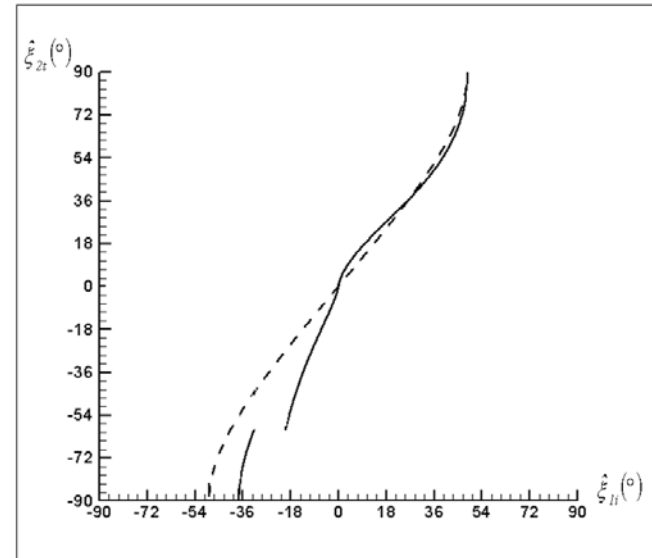
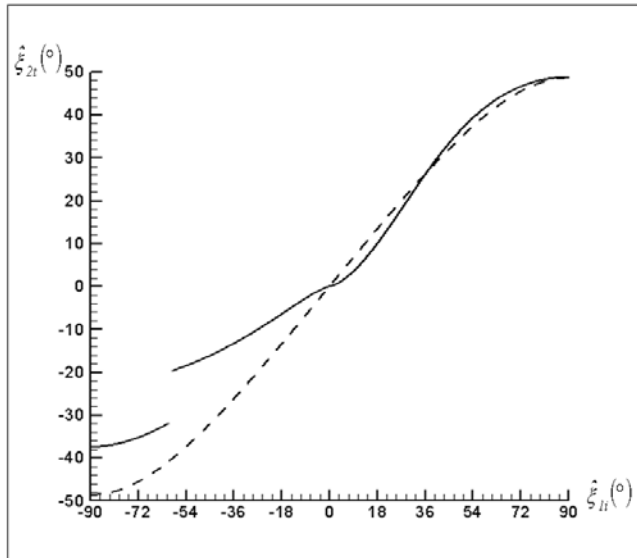
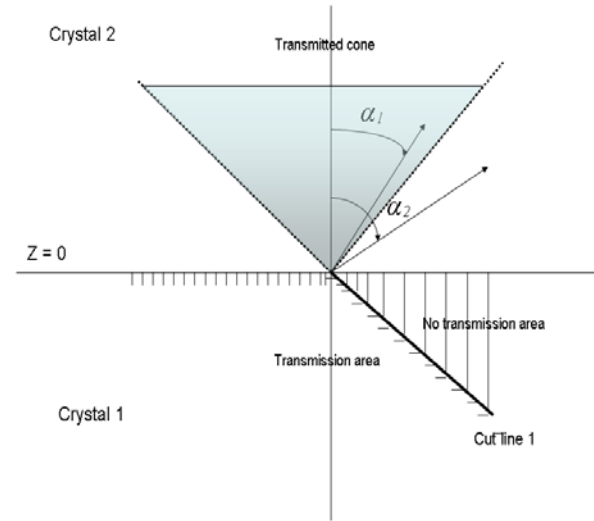
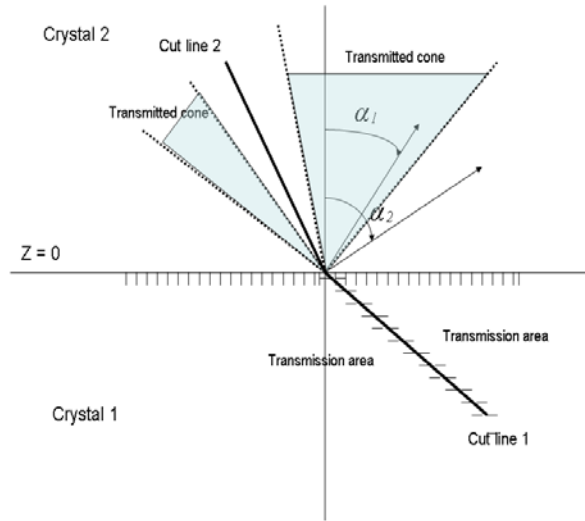


Illustration transmission extraordinaire/extraordinaire



Facteurs de réflexion/transmission par voie électromagnétique

Continuité composantes tangentielles champ électrique, normale induction électrique
Continuité champ magnétique (milieux non magnétiques)

*** Milieux isotropes:**

$$r \sin \psi_{1r} = \frac{\sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} \cos \zeta_{li} - \sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} \cos \zeta_{2t}}{\sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} \cos \zeta_{li} + \sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} \cos \zeta_{2t}} \sin \psi_{li} = r_{\perp} \sin \psi_{li}$$

$$r \cos \psi_{1r} = \frac{\sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} \cos \zeta_{li} - \sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} \cos \zeta_{2t}}{\sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} \cos \zeta_{li} + \sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} \cos \zeta_{2t}} \cos \psi_{li} = r_{||} \sin \psi_{li}$$

$$t \sin \psi_{2t} = \frac{2 \sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} \cos \zeta_{li}}{\sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} \cos \zeta_{li} + \sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} \cos \zeta_{2t}} \sin \psi_{li} = t_{\perp} \sin \psi_{li}$$

$$t \cos \psi_{2t} = \frac{2 \sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} \cos \zeta_{li}}{\sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} \cos \zeta_{li} + \sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} \cos \zeta_{2t}} \cos \psi_{li} = t_{||} \sin \psi_{li}$$

ψ_{li}, ψ_{1r} et ψ_{2t} angles de polarisation incidente, réfléchi et transmis

$$\operatorname{tg} \psi_{1r} = -\frac{r_{\perp}}{r_{||}} \operatorname{tg} \psi_{li}$$

$$\operatorname{tg} \psi_{2t} = \frac{t_{\perp}}{t_{||}} \operatorname{tg} \psi_{li}$$

$$r^2 = \rho_{\perp} \sin^2 \psi_{li} + \rho_{||} \cos^2 \psi_{li}$$

$$t^2 = t_{\perp}^2 \sin^2 \psi_{li} + t_{||}^2 \cos^2 \psi_{li}$$

$$\Rightarrow \bar{\rho} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi_{li}=0}^{\pi} \rho(\psi_{li}) d\psi_{li} = \frac{1}{2} (\rho_{\perp} + \rho_{||})$$

Facteurs de réflexion/transmission par voie électromagnétique

*** Milieux anisotropes uniaxes:** champ électromagnétique en polarisation parallèle

3 équations, 2 inconnues

$$\cos(\alpha_1 + \xi_{1i}) + r_{||} \cos(\alpha_1 + \xi_{1r}) = t_{||} \cos(\alpha_2 + \xi_{2t})$$

$$N_{e1}(\xi_{1i}) n_{e1}(\theta_{1i}) \sin(\alpha_1 + \theta_{1i}) + r_{||} N_{e1}(\xi_{1r}) n_{e1}(\theta_{1r}) \sin(\alpha_1 + \theta_{1r}) \\ = t_{||} N_{e2}(\xi_{2t}) n_{e2}(\theta_{2t}) \sin(\alpha_2 + \theta_{2t})$$

$$N_{e1}(\xi_{1i}) + r_{||} N_{e1}(\xi_{1r}) = t_{||} N_{e2}(\xi_{2t})$$

Milieux non snelliens:

$$\Rightarrow n_{e1}(\theta_{1i}) \sin(\alpha_1 + \theta_{1i}) \neq n_{e1}(\theta_{1r}) \sin(\alpha_1 + \theta_{1r}) \neq n_{e2}(\theta_{2t}) \sin(\alpha_2 + \theta_{2t})$$

Conservation phase du champ à l'interface: $\omega n_e(\theta) \sin(\alpha + \theta) = cte$

\Rightarrow fréquence non conservée à l'interface et résonance pour certaines directions

Equation de conservation de la quadri-impulsion: 1

$$\overline{N}_{li} \overset{\Rightarrow}{P}_{li} + \overline{N}_t \overset{\Rightarrow}{P}_t \rightarrow \overline{N}_{lr} \overset{\Rightarrow}{P}_{lr} + \overline{N}_{2t} \overset{\Rightarrow}{P}_{2t} + \overline{N}_m \overset{\Rightarrow}{P}_m$$

$\overline{N}_{li}, \overline{N}_{lr}, \overline{N}_{2t}$: Nombre de photons incidents, réfléchis, transmis

$\overset{\Rightarrow}{P}_{li}, \overset{\Rightarrow}{P}_{lr}, \overset{\Rightarrow}{P}_{2t}$:

Impulsion photons incidents, réfléchis, transmis

$$\overline{N}_t \overset{\Rightarrow}{P}_t = \overline{N}_{li} \overset{\Rightarrow}{P}_{t0} = \overline{N}_{li} \begin{pmatrix} \frac{E_{t0}}{c} \\ \vec{0} \end{pmatrix} :$$

Impulsion interface cible au repos

$$\overline{N}_m \overset{\Rightarrow}{P}_m = \overline{N}_{li} \overset{\Rightarrow}{P}_0 = \overline{N}_{li} \begin{pmatrix} \frac{E_{i0}}{c} \\ \vec{p}_0 \end{pmatrix} :$$

Impulsion induite après choc

Equation de conservation de la quadri-impulsion: 2

Impulsion d'un photon dans un milieu isotrope d'indice $n_j = \sqrt{\varepsilon'_{\perp j}}$:

$$\Rightarrow \vec{P}_j = \frac{\varepsilon'_{\perp j} h \nu_j}{c} \left\{ \vec{e}_0 + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon'_{\perp j}}} \left[\sin \xi_j \left(\cos \varphi_j \vec{e}_x + \sin \varphi_j \vec{e}_y \right) + \cos \xi_j \vec{e}_z \right] \right\}$$

Tenseur métrique associé:

$$g = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon'_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon'_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon'_{\perp} \end{pmatrix}$$

$$E_j^{(0)} = h \nu_j :$$

énergie d'un photon dans le vide

$$\vec{\Omega}_j = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon'_{\perp j}}} \left[\sin \xi_j \left(\cos \varphi_j \vec{e}_x + \sin \varphi_j \vec{e}_y \right) + \cos \xi_j \vec{e}_z \right]$$

$$\Rightarrow \vec{P}_j = \varepsilon'_{\perp j} E_j^{(0)} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{\Omega}_j \end{pmatrix}$$

Equation de conservation de la quadri-impulsion: 3

$$\overline{E_{t0}} = \frac{1}{E_{li}^{(0)}} \frac{d E_{t0}}{d \Omega_{li}} : \quad \text{densité d'énergie d'interaction photon-interface}$$

$$\overline{E_{i0}}, \overrightarrow{p_0} = \frac{c}{E_{li}^{(0)}} \frac{d \overrightarrow{p_0}}{d \Omega_{li}} : \quad \text{densités d'énergie et impulsion induite}$$

$$r = \frac{\overline{N_{1r}} E_{1r}^{(0)} d \Omega_{1r}}{\overline{N_{li}} E_{li}^{(0)} d \Omega_{li}}, \quad t = \frac{\overline{N_{2t}} E_{2t}^{(0)} d \Omega_{2t}}{\overline{N_{li}} E_{li}^{(0)} d \Omega_{li}} : \quad \text{facteurs de réflexion et transmission}$$

Milieux isotropes:

$$r = \frac{\overline{N_{1r}}}{\overline{N_{li}}} \quad t = \frac{\varepsilon'_{\perp 1} \overline{N_{2t}}}{\varepsilon'_{\perp 2} \overline{N_{li}}}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon'_{\perp 1} \begin{pmatrix} 1 \\ \rightarrow \\ \Omega_{li} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{E_{t0}} \\ \rightarrow \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow r \varepsilon'_{\perp 1} \begin{pmatrix} 1 \\ \rightarrow \\ \Omega_{1r} \end{pmatrix} + t \varepsilon'_{\perp 2} \begin{pmatrix} 1 \\ \rightarrow \\ \Omega_{2t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{E_{i0}} \\ \rightarrow \\ \overline{p_0} \end{pmatrix}$$

Equation de l'énergie:

$$n_1^2(1-r) = n_2^2 t + \overline{\Delta E_0}$$

Equations de l'impulsion projetées sur les 3 axes:

$$(1-r)n_1 \sin \xi_{li} = t n_2 \sin \xi_{2t} + \frac{\overline{p_0^+}}{n_2} \sin \theta^+ \cos \varphi^+ + \frac{\overline{p_0^-}}{n_1} \sin \theta^- \cos \varphi^-$$

$$0 = \frac{\overline{p_0^+}}{n_2} \sin \theta^+ \sin \varphi^+ + \frac{\overline{p_0^-}}{n_1} \sin \theta^- \sin \varphi^-$$

$$(1+r)n_1 \cos \xi_{li} = t n_2 \cos \xi_{2t} + \frac{\overline{p_0^+}}{n_2} \cos \theta^+ + \frac{\overline{p_0^-}}{n_1} \cos \theta^-$$

Impulsions induites isotropes + loi de Descartes:

$$r = \frac{n_2 \cos \xi_{2t} - n_1 \cos \xi_{li} + \frac{1}{2} \left(\frac{\overline{p_0^+}}{n_2} - \frac{\overline{p_0^-}}{n_1} \right)}{n_1 \cos \xi_{li} + n_2 \cos \xi_{2t}}$$

$$t = \frac{2 n_1 \cos \xi_{li} - \frac{1}{2} \left(\frac{\overline{p_0^+}}{n_2} - \frac{\overline{p_0^-}}{n_1} \right)}{n_1 \cos \xi_{li} + n_2 \cos \xi_{2t}}$$

Propriétés des facteur de réflexion/transmission

conservation du nombre de photons:

$$r + t = 1$$

redondance de l'impulsion réfléchie:

$$\overline{p_0^-} = 0$$

* si $n_2 > n_1$: pas de réflexion totale dans le sens 1 \rightarrow 2

$$\frac{\overline{p_0^+}}{n_2} = 0$$

$$r = \frac{n_2 \cos \xi_{2t} - n_1 \cos \xi_{1i}}{n_1 \cos \xi_{1i} + n_2 \cos \xi_{2t}} = \frac{\sin(\xi_{1i} - \xi_{2t})}{\sin(\xi_{1i} + \xi_{2t})} \quad t = \frac{2 n_1 \cos \xi_{1i}}{n_1 \cos \xi_{1i} + n_2 \cos \xi_{2t}}$$

* si $n_2 < n_1$: réflexion totale possible dans le sens 1 \rightarrow 2

Valeur de l'impulsion garantissant la réciprocité $r_{1 \rightarrow 2}(\xi_{1i}) = r_{2 \rightarrow 1}(\xi_{2t})$:

$$\frac{\overline{p_0^+}}{n_2} = 4 (n_1 \cos \xi_{1i} - n_2 \cos \xi_{2t})$$

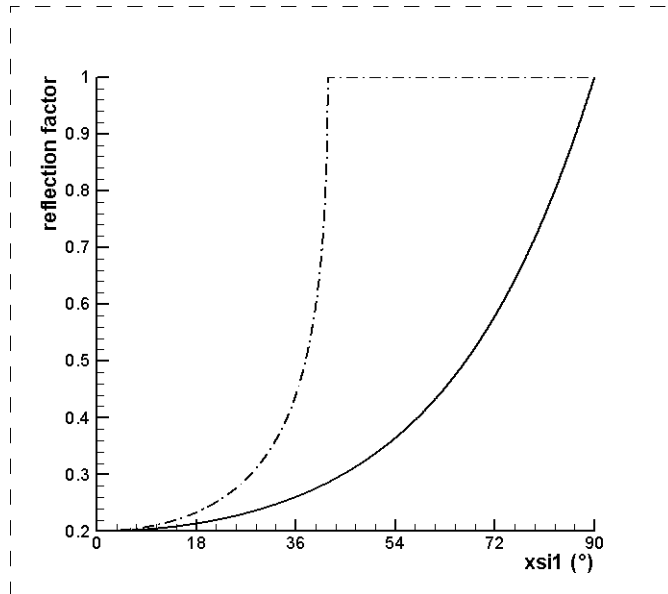
$$r = \frac{n_1 \cos \xi_{1i} - n_2 \cos \xi_{2t}}{n_1 \cos \xi_{1i} + n_2 \cos \xi_{2t}} = \frac{\sin(\xi_{2t} - \xi_{1i})}{\sin(\xi_{1i} + \xi_{2t})} \quad t = \frac{2 n_2 \cos \xi_{2t}}{n_1 \cos \xi_{1i} + n_2 \cos \xi_{2t}}$$

Energie d'interaction photon-interface

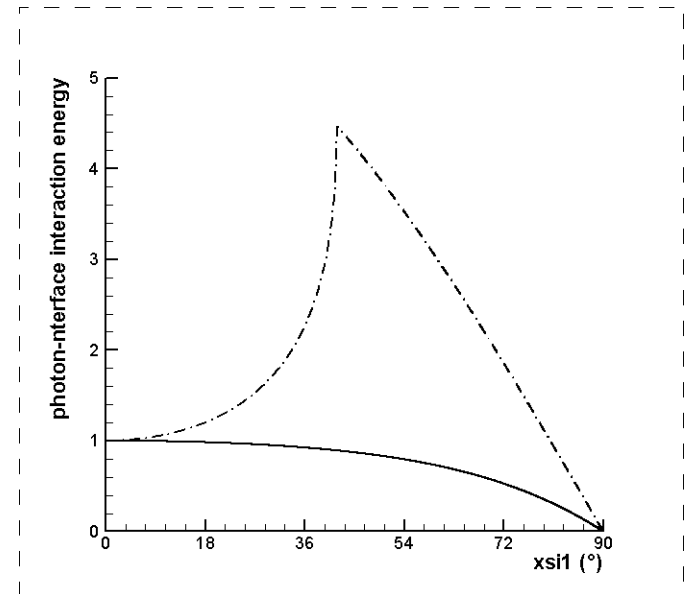
* si $n_2 > n_1$:
$$\overline{E_{t0}} = \frac{2 n_1 (n_2^2 - n_1^2) \cos \xi_{li}}{n_1 \cos \xi_{li} + n_2 \cos \xi_{2t}}$$

* si $n_2 < n_1$:

$$\overline{E_{t0}} = \begin{cases} 2 n_2 \left[2 (n_1 \cos \xi_{li} - n_2 \cos \xi_{2t}) - \frac{(n_1^2 - n_2^2) \cos \xi_{2t}}{n_1 \cos \xi_{li} + n_2 \cos \xi_{2t}} \right] & \text{pour } \xi_{li} \in [0, \xi_{li}^M] \\ 4 n_1 n_2 \cos \xi_{li} & \text{pour } \xi_{li} \in \left[\xi_{li}^M, \frac{\pi}{2} \right] \end{cases}$$



Facteur de réflexion



Energie d'interaction

Généralisation aux cristaux uniaxes

$$r = \frac{\sin(\hat{\xi}_{li} - \hat{\xi}_{2t}) + \frac{\bar{P}_z \sin \hat{\xi}_{2t} - \bar{P}_x \cos \hat{\xi}_{2t}}{n_2 N_{li}}}{\sin(\xi_{li} + \hat{\xi}_{2t} - \alpha_1)}$$

$$t = \frac{N_{li}}{N_{2t}} \frac{\sin(2\xi_{li}) - \frac{1}{n_2 N_{li}} [\bar{P}_z \sin(\xi_{li} - \alpha_1) + \bar{P}_x \cos(\xi_{li} - \alpha_1)]}{\sin(\xi_{li} + \hat{\xi}_{2t} - \alpha_1)}$$

Conservation du nombre de photons:

$$r = \frac{N_{2t} \cos \hat{\xi}_{2t} - N_{li} \cos \hat{\xi}_{li} + \frac{\bar{P}_z}{n_2}}{N_{li} \cos(\xi_{li} - \alpha_1) + N_{2t} \cos \hat{\xi}_{2t}} \quad t = \frac{2 N_{li} \cos \alpha_1 \cos \xi_{li} - \frac{\bar{P}_z}{n_2}}{N_{li} \cos(\xi_{li} - \alpha_1) + N_{2t} \cos \hat{\xi}_{2t}}$$

Impulsion longitudinale \bar{P}_x fonction de l'impulsion normale \bar{P}_z

dont la valeur est obtenue grâce à la loi de réciprocité $r_{1 \rightarrow 2}(\xi_{li}) = r_{2 \rightarrow 1}(\xi_{2t})$:

Généralisation aux cristaux uniaxes

Valeur du facteur de réflexion dans le cas le plus général:

* **Cas n° 1:**

- pour des rayons incidents évoluant dans le cône de transmission du milieu 1 vers le milieu 2, les facteurs de réflexion et transmission sont:

$$r_{1 \rightarrow 2}(\xi_{li}) = r_{12}^* = \frac{N_{2t} \cos \hat{\xi}_{2t} - N_{li} \cos \hat{\xi}_{li}}{N_{li} \cos(\xi_{li} - \alpha_1) + N_{2t} \cos \hat{\xi}_{2t}}$$

$$t_{1 \rightarrow 2}(\xi_{li}) = t_{12}^* = \frac{2 N_{li} \cos \alpha_1 \cos \xi_{li}}{N_{li} \cos(\xi_{li} - \alpha_1) + N_{2t} \cos \hat{\xi}_{2t}}$$

associés à une quasi-particule parallèle à l'interface, d'impulsion:

$$\frac{\bar{P}_x}{n_2 N_{li}} = \frac{2 [N_{li} \sin \xi_{li} - N_{2t} \sin(\hat{\xi}_{2t} - \alpha_1)] \cos \xi_{li}}{N_{li} \cos(\xi_{li} - \alpha_1) + N_{2t} \cos \hat{\xi}_{2t}}$$

si et seulement si $0 \leq r_{12}^* \leq 1$ et $0 \leq t_{12}^* \leq 1$

Valeur du facteur de réflexion dans le cas le plus général:

* Cas n° 2:

- pour des rayons incidents dans le cône de transmission du milieu 1 vers le milieu 2, si $r_{12}^* < 0$ ou $r_{12}^* > 1$ (respectivement t), les facteurs de réflexion et transmission sont déduits des règles de réciprocity $r_{1 \rightarrow 2}(\xi_{1i}) = r_{2 \rightarrow 1}(\xi_{2t})$ et $t_{1 \rightarrow 2}(\xi_{1i}) = t_{2 \rightarrow 1}(\xi_{2t})$

associés à une quasi-particule d'impulsion parallèle et d'impulsion normale:

$$\frac{\bar{P}_x}{n_2 N_{1i}} = \sin \hat{\xi}_{1i} - r_{2 \rightarrow 1} \sin(\xi_{1i} - \alpha_1) - \frac{N_{2t}}{N_{1i}} t_{2 \rightarrow 1} \sin \hat{\xi}_{2t}$$

$$\frac{\bar{P}_z}{n_2 N_{1i}} = \cos \hat{\xi}_{1i} + r_{2 \rightarrow 1} \cos(\xi_{1i} - \alpha_1) - \frac{N_{2t}}{N_{1i}} t_{2 \rightarrow 1} \cos \hat{\xi}_{2t}$$

* Cas n° 3:

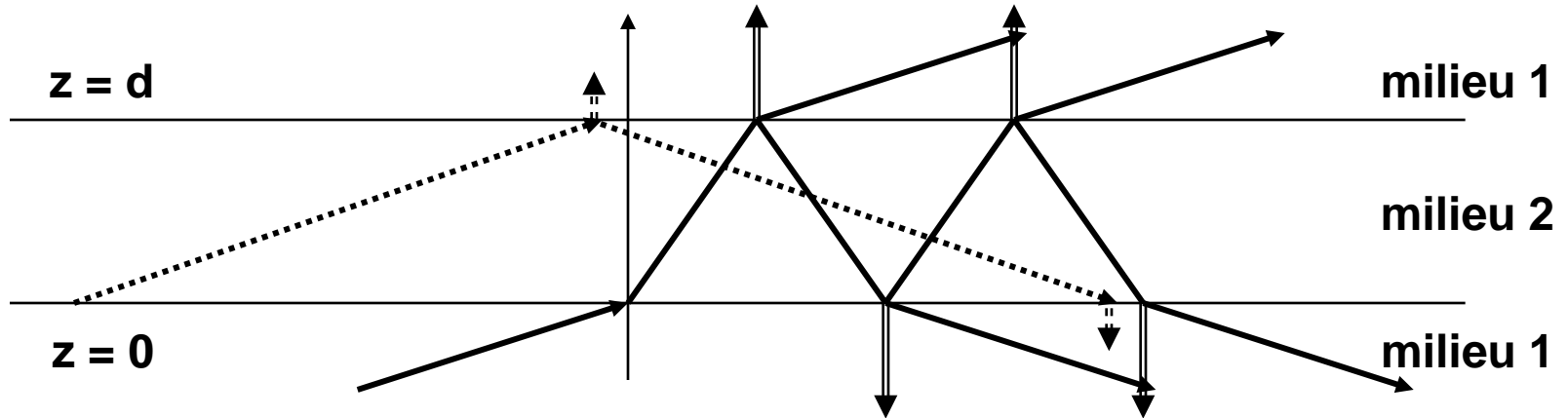
- pour des rayons incidents hors du cône de transmission, il y a réflexion totale avec $r_{1 \rightarrow 2}(\xi_{1i}) = 1$ et $t_{1 \rightarrow 2}(\xi_{1i}) = 0$

associés à une quasi-particule d'impulsion parallèle et d'impulsion normale:

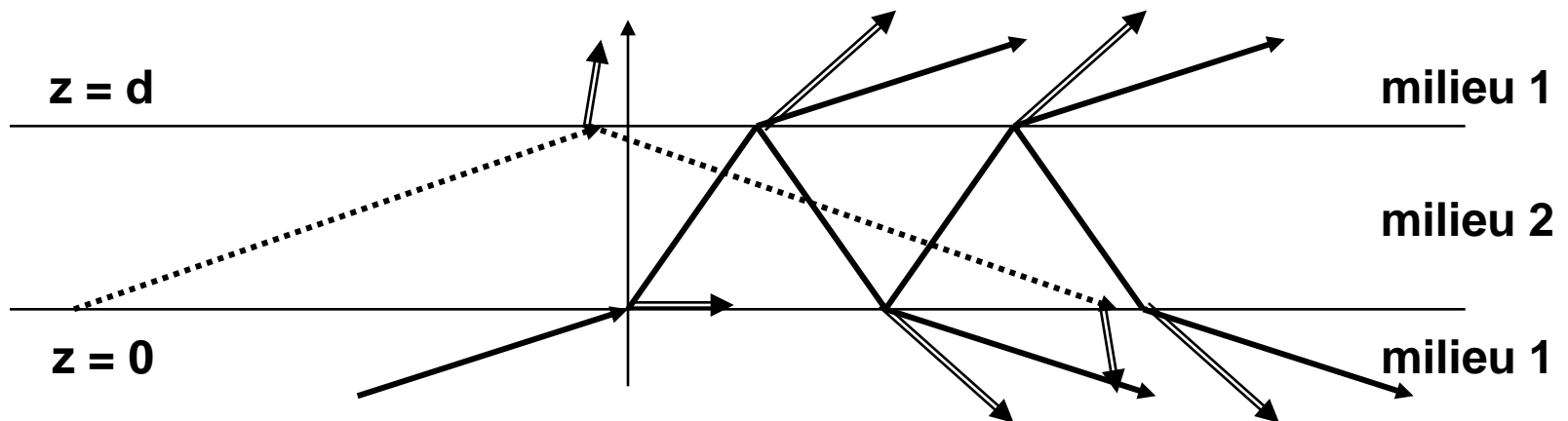
$$\bar{p}_x^+ = 2 n_2 N_{1i} \sin \alpha_1 \cos \xi_{1i} \quad \text{et} \quad \bar{p}_z^+ = 2 n_2 N_{1i} \cos \alpha_1 \cos \xi_{1i}$$

Cas d'axe optiques confondus avec l'axe géométrique:

Milieux isotropes:



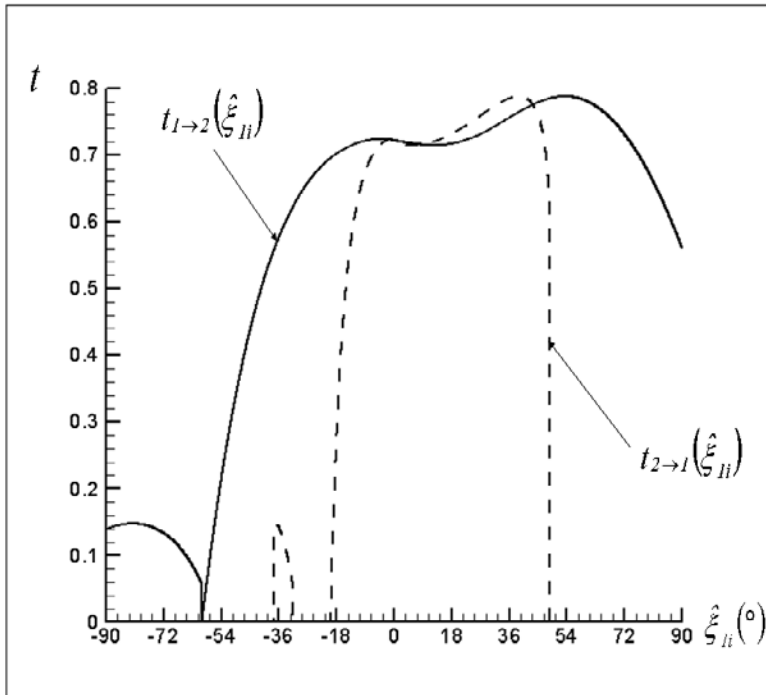
Milieux uniaxes:



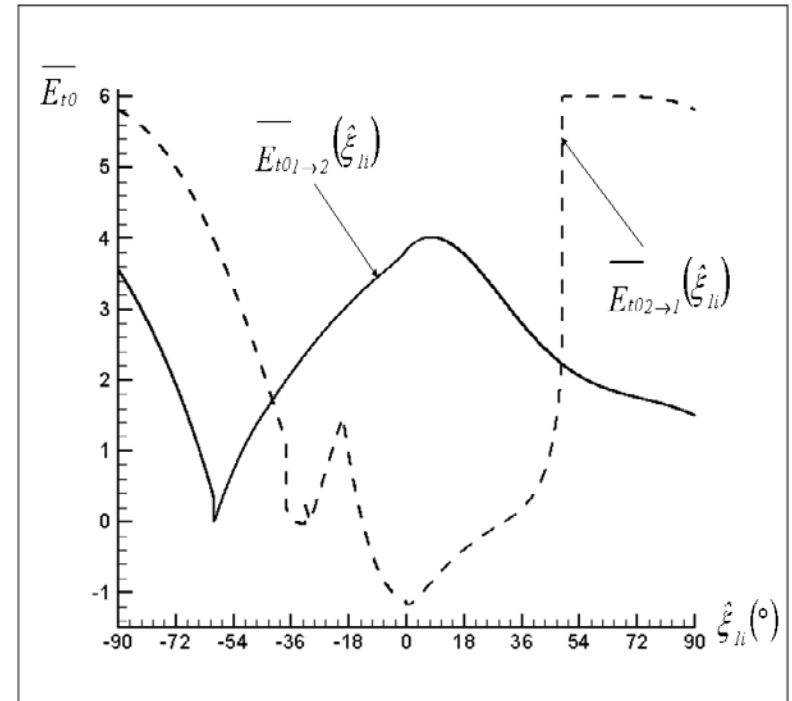
Caractéristiques des cristaux :

$$\sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} = 2.0 \quad \eta_1 = 2.0 \quad \alpha_1 = 60.0^\circ$$

$$\sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} = 1.5 \quad \eta_2 = 2.0 \quad \alpha_2 = 30.0^\circ$$



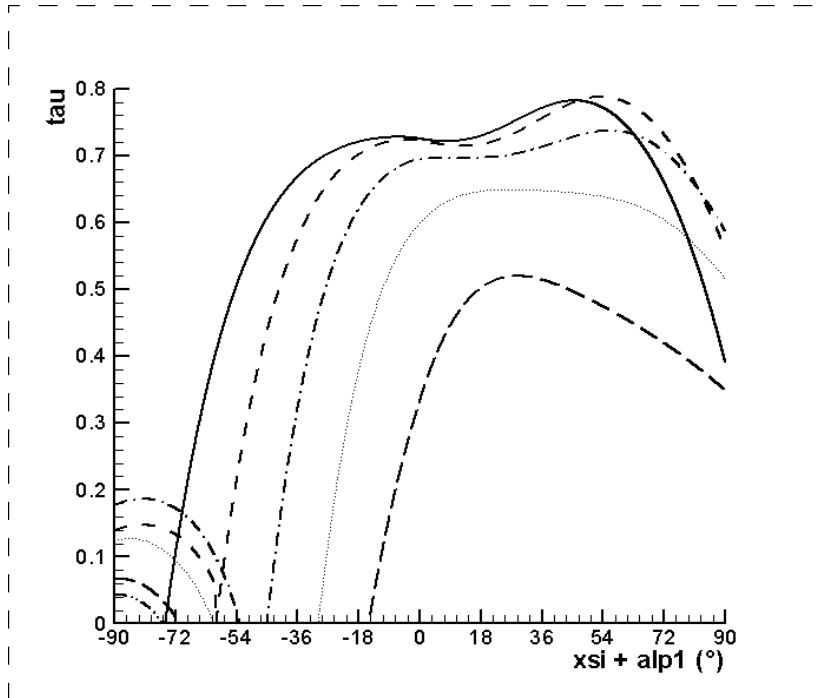
Facteur de transmission



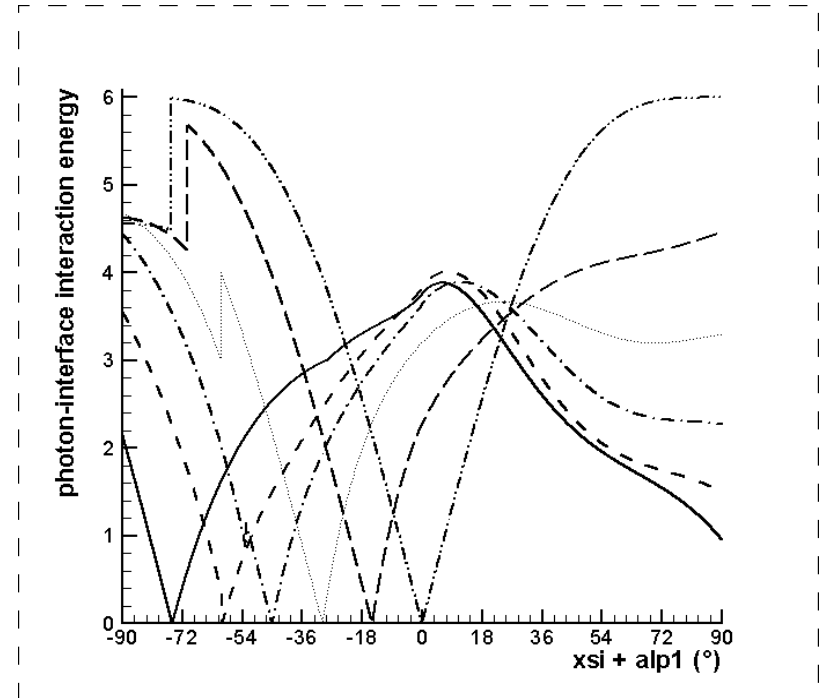
**Energie d'interaction
photon-interface**

Caractéristiques des cristaux :

$$\sqrt{\varepsilon'_{\perp 1}} = 1.5 \quad \eta_1 = 2.0 \quad \alpha_1 = \text{variable}$$
$$\sqrt{\varepsilon'_{\perp 2}} = 2.0 \quad \eta_2 = 2.0 \quad \alpha_2 = 60.0^\circ$$



Facteur de transmission



**Energie d'interaction
photon-interface**