

Chapitre 7

LES RÉSEAUX D'ÉCHANGEURS

Le propre des problèmes de fond est de ne jamais remonter à la surface.

Alphonse ALLAIS

Les échangeurs sont le plus souvent utilisés seuls, mais il n'est cependant pas rare de les rencontrer en groupes ; là comme dans toutes les sociétés, une rétroaction se manifeste entre les comportements individuels et le comportement collectif. Il faut donc adapter les procédés de calcul à ces situations plus complexes.

Les montages en réseaux sont d'abord employés tout naturellement dans les circuits de distribution ramifiés ou maillés (réseaux de chaleur par exemple), où les appareils sont répartis pour répondre chacun à un besoin local. Mais une autre raison peut militer en faveur d'une disposition en réseau : l'impossibilité de réaliser certaines conditions d'échange quand l'efficacité demandée est trop importante, ou le coût de l'appareil idoine trop élevé. La solution passe alors par un assemblage judicieux de plusieurs échangeurs.

7.1. – GÉNÉRALITÉS

7.1.1. – Comment assembler des échangeurs

Un échangeur est tout compte fait une sorte de quadripôle qui possède deux bornes pour le fluide froid et deux bornes pour le fluide chaud. L'interdiction de mêler les circuits ne laisse donc que quatre possibilités d'assemblage :

- montage en série sur chaque fluide
- montage en parallèle sur chaque fluide
- montage en série – parallèle
 - en série sur le fluide chaud et en parallèle sur le fluide froid
 - en série sur le fluide froid et en parallèle sur le fluide chaud

Le montage « tout parallèle » est peu employé car moins intéressant, tout au moins en régime permanent.

D'autre part, un réseau peut être linéaire ou maillé. Dans ce dernier cas, les deux fluides ne traversent pas les échangeurs dans le même ordre (§ 7.4.1). Enfin, certains réseaux complexes utilisés en génie des procédés font appel à plus de deux fluides ; nous ne ferons ici qu'effleurer ce vaste sujet (§ 7.5).

7.1.2. – Hypothèses de calcul

Comme hypothèses de calcul, on retiendra :

- Canalisations de raccordement isolées : les températures intermédiaires $T_{ci}, T_{fi} \dots$ sont donc uniformes entre deux échangeurs.
- Chaleurs massiques des fluides constantes dans chaque circuit : la conservation des débits massiques entraîne la conservation des débits thermiques unitaires sur les deux parcours.

7.2. – MONTAGE EN LIGNE EN SÉRIE SUR LES DEUX FLUIDES

7.2.1. – Présentation

Dans un réseau en série, les écoulements sont globalement co-courant ou globalement à contre-courant. *Nous ne considérons ici que la disposition à contre-courant.*

⚠ Les échangeurs sont numérotés 1, 2, ... i, ... n, dans le sens de circulation du fluide chaud (fig. 7.1) ; ils peuvent être de modèles et de caractéristiques différentes. *Le long de chaque circuit les températures intermédiaires portent le numéro de l'échangeur précédent.*

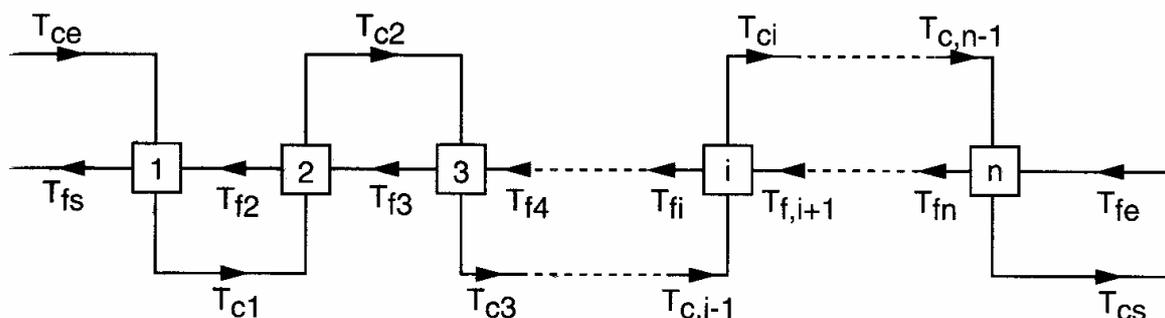


FIG. 7.1. – Réseau d'échangeurs : montage en série sur chaque fluide, écoulements globalement à contre - courant

Dans cette disposition, la seconde hypothèse (7.1.2) a pour conséquence immédiate que le facteur de déséquilibre est le même pour tous les échangeurs :

$$R_i = \frac{q_{tmin}}{q_{tmax}} = cte = R \quad (7.1)$$

Par contre, l'efficacité E_i va dépendre de l'échangeur i considéré.

7.2.2. – Approche méthodologique

Lorsqu'on traite un réseau d'échangeurs, deux questions se posent immédiatement : Quel est le comportement global de l'ensemble ? Quelle est la distribution de température à l'intérieur du réseau ? Ceci revient en pratique à chercher les températures aux bornes du réseau et les températures intermédiaires $T_{c,i}$, $T_{f,i}$.

En regardant la figure 7.1, on soupçonne qu'un calcul par récurrence à partir de l'échangeur 1 serait bien adapté au problème. Cependant, il est difficile de s'appuyer sur l'efficacité E (§ 3.2) car son expression en fonction des températures ne se prête justement pas à ce type de calcul. Par contre, un groupement de la forme

$$(T_{ci} - T_{f,i+1}) / (T_{c,i-1} - T_{fi})$$

fait intervenir les écarts de température correspondant au même « côté de l'échangeur » lorsqu'on parcourt le réseau, et devrait donc convenir.

♣ Pour alléger le formalisme, raisonnons d'abord sur un échangeur seul en calculant $(T_{cs} - T_{fe}) / (T_{ce} - T_{fs})$. Additionnons puis retranchons T_{ce} au numérateur et T_{fe} au dénominateur, ensuite regroupons en faisant apparaître l'écart des températures d'entrée $(T_{ce} - T_{fe})$:

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{(T_{ce} - T_{fe}) - (T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe}) - (T_{fs} - T_{fe})}$$

En divisant membre à membre par $(T_{ce} - T_{fe})$ on voit se matérialiser les efficacités E_c et E_f côté chaud et côté froid, selon les définitions (3.7) et (3.8) :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}}}{1 - \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}}} = \frac{1 - E_c}{1 - E_f} \quad (7.2a)$$

La transposition à l'échangeur i (fig. 7.1) s'écrit immédiatement :

$$\frac{T_{ci} - T_{f,i+1}}{T_{c,i-1} - T_{fi}} = \frac{1 - E_{ci}}{1 - E_{fi}} \quad (7.2b)$$

◆ Si $q_{tmin} = q_{tc}$, alors $E_c = E$ et $E_f = R_{ec} = RE$. On a donc pour l'échangeur isolé :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - E}{1 - RE} \quad (7.3a)$$

et pour l'échangeur i :

$$\frac{T_{ci} - T_{f,i+1}}{T_{c,i-1} - T_{fi}} = \frac{1 - E_i}{1 - RE_i} \quad (7.3b)$$

♥ Si $q_{tmin} = q_{tf}$, $E_f = E$ et $E_c = RE_f = RE$. on a de même :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - RE}{1 - E} \quad \text{et} \quad \frac{T_{ci} - T_{f,i+1}}{T_{c,i-1} - T_{fi}} = \frac{1 - RE_i}{1 - E_i} \quad (7.4)$$

♠ Revenons à l'expression générale (7.2b). Dans l'assemblage, on part de l'échangeur 1 :

$$\frac{T_{c1} - T_{f2}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - E_{c1}}{1 - E_{f1}} \quad (7.5a)$$

Pour l'échangeur 2 :

$$\frac{T_{c2} - T_{f3}}{T_{c1} - T_{f2}} = \frac{1 - E_{c2}}{1 - E_{f2}} \quad (7.5b)$$

et ainsi de suite jusqu'à l'échangeur n :

$$\frac{T_{cn} - T_{fn}}{T_{c,n-1} - T_{fn}} = \frac{1 - E_{cn}}{1 - E_{fn}} \quad (7.5c)$$

En faisant le produit membre à membre de toutes les équations, il ne reste que les quatre températures aux bornes du réseau :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \prod_{i=1}^{i=n} \frac{1 - E_{ci}}{1 - E_{fi}} \quad (7.6)$$

7.2.3. – Efficacité de l'échangeur équivalent au réseau

7.2.3.1. – CAS GÉNÉRAL

Il est évidemment indispensable de caractériser les performances globales du réseau ; ceci revient au fond à considérer un échangeur unique équivalent à l'ensemble.

Soit donc E_t l'efficacité totale du réseau. D'après (7.2a), l'échangeur équivalent doit satisfaire à la relation :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - E_{tc}}{1 - E_{tf}} \quad (7.7)$$

♣ Admettons d'abord que $q_{tmin} = q_{tc}$. Alors, pour chaque échangeur :

$$E_{ci} = E_i ; E_{fi} = R E_i \quad (7.8a)$$

et (7.6) devient :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \prod_{i=1}^{i=n} \frac{1 - E_i}{1 - R E_i} \quad (7.8b)$$

De même, pour l'échangeur équivalent :

$$E_{tc} = E_t ; E_{tf} = R E_t \quad (7.9a)$$

soit, avec (7.7) :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - E_t}{1 - R E_t} \quad (7.9b)$$

En rapprochant (7.8b) et (7.9b) il vient :

$$\frac{1 - E_t}{1 - R E_t} = \prod_{i=1}^{i=n} \frac{1 - E_i}{1 - R E_i} \quad (7.9c)$$

d'où :

$$E_t = \frac{1 - \prod_{i=1}^n \frac{1 - E_i}{1 - R E_i}}{1 - R \prod_{i=1}^n \frac{1 - E_i}{1 - R E_i}} \quad (7.10)$$

Bien entendu, l'efficacité totale E_t s'exprime aussi par les formules classiques (§ 3.2) :

$$E_t = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{1}{R} \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (7.11)$$

Ainsi, lorsque les efficacités E_i des différents échangeurs sont connues, il suffit que soient données deux températures aux extrémités du réseau pour être en mesure de déterminer les deux autres.

◆ *Supposons maintenant que $q_{tmin} = q_{tf}$. Cette fois, $E_f = E$ et $E_c = R E$. Le calcul est analogue et donne le même résultat (7.10).*

7.2.3.2. – CAS PARTICULIER : RÉSEAU D'ÉCHANGEURS IDENTIQUES

♣ On a dans ce cas :

$$E_i = cte = E' \quad (7.12a)$$

L'efficacité totale a pour valeur, d'après (7.10) :

$$E_t = \frac{1 - \left(\frac{1 - E'}{1 - R E'} \right)^n}{1 - R \left(\frac{1 - E'}{1 - R E'} \right)^n} \quad (7.12b)$$

En étudiant la fonction $E_t(E')$ il est aisé de vérifier que l'on a toujours :

$$E_t > E'$$

Souvent, le problème se présentera ainsi : disposant d'échangeurs dont l'efficacité est désignée par E' , combien doit-on en grouper pour atteindre une efficacité totale E_t donnée ($E_t > E'$) ? La réponse se déduit de (7.9c) qui devient ici :

$$\frac{1 - E_t}{1 - R E_t} = \left(\frac{1 - E'}{1 - R E'} \right)^n \quad (7.13a)$$

de sorte que :

$$n = \frac{\log \frac{1 - E_t}{1 - RE_t}}{\log \frac{1 - E'}{1 - RE'}} \quad (7.13b)$$

On retient bien entendu pour n l'entier le plus proche de la valeur donnée par (7.13b).

◆ D'autre part, il n'est jamais superflu de jeter un œil sur les situations limites. Nous en avons deux ici :

- Si $R = 1$, la fonction (7.12b) est indéterminée. On pose $R = 1 - \varepsilon$, avec $\varepsilon \rightarrow 0$.

Alors :

$$\frac{1 - E'}{1 - RE'} = \frac{1 - E'}{1 - E' + \varepsilon E'} = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon E'}{1 - E'}}$$

et l'on peut écrire :

$$\left(\frac{1 - E'}{1 - RE'} \right)^n \approx 1 - n \frac{\varepsilon E'}{1 - E'}$$

Avec (7.12b), ceci conduit à :

$$E_t \approx \frac{\varepsilon \frac{n E'}{1 - E'}}{\varepsilon \left(1 + \frac{n E'}{1 - E'} \right) - \varepsilon^2 \frac{n E'}{1 - E'}}$$

et après simplifications, en négligeant le terme en ε^2 du dénominateur :

$$E_t = \frac{n E'}{1 + (n - 1) E'} \quad (7.14)$$

De là on déduit immédiatement le nombre minimal d'échangeurs nécessaire pour atteindre une efficacité E_t donnée :

$$n = \frac{E_t (1 - E')}{E' (1 - E_t)} \quad (7.15)$$

- Si $n \rightarrow \infty$, puisque $R < 1$ on a dans (7.13a) :

$$\frac{1 - E'}{1 - RE'} < 1 \quad \text{d'où} \quad \left(\frac{1 - E'}{1 - RE'} \right)^n \rightarrow 0$$

et alors :

$$\boxed{E_t \rightarrow 1} \quad (7.16)$$

On constate donc qu'il est toujours possible d'atteindre une efficacité voisine de 1 en groupant en série un nombre suffisant d'échangeurs.

7.2.4. – Applications

7.2.4.1. – ÉCHANGEURS P-N

Un échangeur P-N (chapitre 1) est assimilable à un réseau de P échangeurs élémentaires de type 1-N disposés en série (voir par exemple les figures 1.7 et 1.8). En désignant par E_1 l'efficacité d'un échangeur 1-N (tableau 3.1), l'efficacité de l'appareil s'écrit, d'après (7.12b) :

$$E = \frac{1 - \left(\frac{1 - E_1}{1 - R E_1} \right)^P}{1 - R \left(\frac{1 - E_1}{1 - R E_1} \right)^P} \quad (7.17)$$

Un calcul numérique de $E_{lim} = E(NUT \rightarrow \infty)$ pour R donné permet de constater que les appareils P-N ($P \geq 2$) se placent en troisième position dans le tableau 3.1, juste après les modèles à courants croisés sans fluide brassé. Ainsi, pour $P = 2$ et $R = 0,75$ on trouve $E_{lim} = 0,86$ alors qu'avec un échangeur 1-N on a seulement $E_{lim} = 0,66$.

7.2.4.2. – ÉCHANGEURS TUBULAIRES À CHICANES À UNE SEULE PASSE

Un appareil de ce type entre dans la catégorie des *échangeurs à modules* (§ 1.3.1). Au prix d'une hypothèse sur les températures moyennes d'entrée et de sortie dans les différents modules, on peut considérer chacun d'eux comme un échangeur élémentaire à courants croisés, avec un fluide brassé. L'échangeur complet constitue alors un assemblage en ligne d'échangeurs en série sur chaque fluide.

L'intérêt du dispositif est mis en lumière si l'on compare les performances de chaque module à celles de l'ensemble. Pour un échangeur simple à courants croisés, lorsque $NUT \rightarrow \infty$ on a toujours $E_{lim} < 1$ (§ 3.5.3. et tableau 3.1). Par contre, il est possible d'approcher une efficacité totale voisine de 1 en associant un nombre suffisant de modules d'efficacité E' , puisqu'on obtient dans tous les cas $E_t > E'$ (§ 7.2.3.2 ♦).

7.2.5. – NUT de l'échangeur à contre-courant équivalent

La plupart du temps, les relations entre l'efficacité totale E_t et les efficacités individuelles E_i suffisent pour résoudre le problème (§ 7.2.3). Dans certaines recherches d'optimisation cependant, il peut être utile de faire intervenir les nombres d'unités de transfert.

Mais on ne peut associer un NUT à l'échangeur équivalent que si l'on a préalablement précisé à quelle catégorie appartient cet échangeur. Connaissant la hiérarchie des performances entre les différentes catégories (§ 3.5), il est naturel de choisir comme *référence* un appareil à contre-courant.

Nous désignerons donc par NUT_{tcc} le NUT de l'échangeur à contre-courant équivalent au réseau. D'après le tableau 3.1, il se rattache à l'efficacité totale E_t par la relation :

$$NUT_{t\ cc} = \frac{1}{1-R} \operatorname{Ln} \frac{1-RE_t}{1-E_t} \quad (7.18)$$

D'autre part, si chacun des échangeurs i était à contre-courant pur, il aurait lui-même un NUT :

$$NUT_{i\ cc} = \frac{1}{1-R} \operatorname{Ln} \frac{1-RE_i}{1-E_i} \quad (7.19)$$

Reportons-nous à l'expression (7.10) de E_t . On en tire :

$$E_t \left(1 - R \prod_{i=1}^n \frac{1-E_i}{1-RE_i} \right) = 1 - \prod_{i=1}^n \frac{1-E_i}{1-RE_i}$$

ou encore :

$$(1-RE_t) \prod_{i=1}^n \frac{1-E_i}{1-RE_i} = 1 - E_t$$

ce qui permet de faire apparaître les rapports de la forme $(1-RE)/(1-E)$ que l'on trouve dans (7.18) et (7.19), car l'expression précédente s'écrit aussi :

$$\frac{1-RE_t}{1-E_t} = \prod_{i=1}^n \frac{1-RE_i}{1-E_i} \quad (7.20)$$

En rapprochant (7.18) de (7.20) il vient :

$$\boxed{NUT_{t\ cc} = \frac{1}{1-R} \sum_{i=1}^n \operatorname{Ln} \frac{1-RE_i}{1-E_i}} \quad (7.21)$$

où l'on reconnaît les $NUT_{i\ cc}$ (7.19) des échangeurs i considérés comme étant à contre-courant pur. On a donc finalement :

$$\boxed{NUT_{t\ cc} = \sum_{i=1}^n NUT_{i\ cc}} \quad (7.22)$$

Le NUT de l'échangeur à contre-courant équivalent est la somme des NUT des différents échangeurs supposés à contre-courant pur.

△ Si les échangeurs ont tous la même efficacité :

$$E_i = cte = E'$$

alors d'après (7.19) ils ont également le même NUT , que nous noterons NUT_{cc} , et (7.22) devient :

$$\boxed{NUT_{t\ cc} = n NUT_{cc}} \quad (7.23)$$

7.2.6. – Modes opératoires

Les situations concrètes que l'on peut rencontrer sont évidemment diverses. Nous en sélectionnerons quelques unes à titre d'exemple.

- ♣ *Le nombre des échangeurs, leur modèle et les débits sont donnés*
On veut connaître l'efficacité totale E_t .

A partir des débits et de la géométrie des échangeurs, on accède aux coefficients d'échange k_i , puis aux NUT_i relatifs à la circulation réelle et enfin aux efficacités E_i . On détermine alors E_t par (7.10) ou (7.12b).

- ◆ *Efficacité totale et débits sont fixés ; les échangeurs sont tous identiques*
Combien d'appareils faut-il mettre en série ?

La question a déjà été envisagée à propos des réseaux d'échangeurs identiques (§7.2.3.2). La réponse est donnée par les relations (7.13b) ou (7.15). Elle s'applique également aux échangeurs chicanés à une passe (§ 7.2.4.2).

- ♥ *Trois des quatre températures d'entrée – sortie sont fixées, ainsi que les débits*
Les échangeurs sont tous identiques

On décide par exemple *a priori* le nombre et la catégorie des appareils.
Il reste quand même une inconnue : la surface d'échange Σ' de chaque élément.

Avec trois températures fixées, et connaissant $q_{t \min}$, on obtient tout de suite l'efficacité totale E_t . Puis, de (7.12b) on tire les efficacités individuelles E' :

$$E' = \frac{1 - \left(\frac{1 - E_t}{1 - R E_t} \right)^{1/n}}{1 - R \left(\frac{1 - E_t}{1 - R E_t} \right)^{1/n}} \quad (7.24)$$

d'où les NUT individuels, puisque la catégorie des appareils a été précisée.

D'autre part, la connaissance des débits permet de calculer les coefficients d'échange k . Enfin, de NUT et k on déduit la surface Σ' nécessaire pour répondre aux spécifications.

- ♠ *Détermination des températures intermédiaires T_{fi} , T_{ci}*

L'accès aux températures intermédiaires ne pose aucun problème particulier une fois que l'on dispose des températures aux bornes. Elle se fait de proche en proche à partir de l'échangeur 1 ou n .

Dans certains cas, on cherchera à minimiser les écarts $T_i - T_{i-1}$ pour limiter les contraintes thermiques. Cette condition se traduira par une adaptation du nombre et de la qualité des échangeurs.

7.3. – MONTAGE EN SÉRIE – PARALLÈLE

Une autre possibilité d'assemblage consiste à faire circuler un des fluides en série et à distribuer l'autre en parallèle sur les échangeurs.

7.3.1. – Le circuit série est le circuit du fluide chaud

Ici, les températures d'entrée du fluide froid sont toutes identiques, égales à T_{fe} . Mais, contrairement à ce qui se passait avec les montages en série, le facteur de déséquilibre R dépend en général de l'échangeur i considéré, car le débit de fluide froid n'est pas forcément le même dans chaque branche du circuit parallèle (fig. 7.2). *Il y a donc intérêt à raisonner sur le circuit série.*

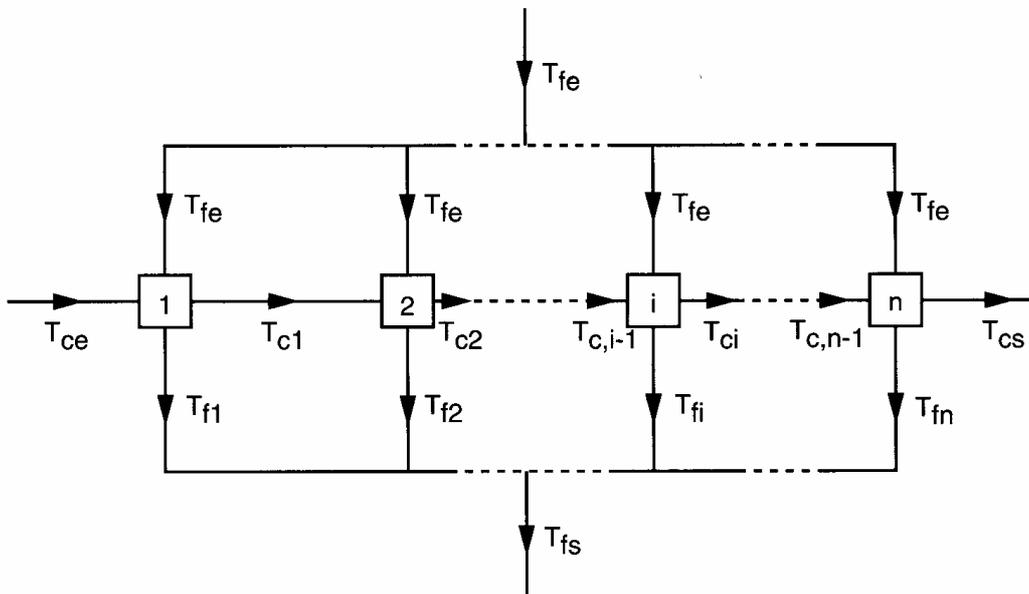


FIG. 7.2. – Réseau d'échangeurs : montage en série sur le fluide chaud et en parallèle sur le fluide froid

Notre objectif concerne à nouveau le comportement global du réseau, que nous allons donc tenter de caractériser en faisant appel à un échangeur équivalent.

Écrivons d'abord l'efficacité relative de chaque échangeur côté fluide chaud :

$$E_{c1} = \frac{T_{ce} - T_{c1}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (7.25a)$$

$$E_{c2} = \frac{T_{c1} - T_{c2}}{T_{c1} - T_{fe}} \quad (7.25b)$$

.....

$$E_{ci} = \frac{T_{c,i-1} - T_{c,i}}{T_{c,i-1} - T_{fe}} \quad (7.25i)$$

.....

$$E_{cn} = \frac{T_{c,n-1} - T_{cs}}{T_{c,n-1} - T_{fe}} \quad (7.25n)$$

Si le réseau était remplacé par un seul appareil équivalent, celui-ci aurait une efficacité relative côté fluide chaud :

$$E_{ct} = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (7.26)$$

Pour déterminer E_{ct} , le mieux est d'exprimer T_{cs} en fonction de T_{ce} , T_{fe} et des efficacités partielles E_{ci} . De (7.25a) on tire :

$$T_{c1} = (1 - E_{c1}) T_{ce} + E_{c1} T_{fe} \quad (7.27a)$$

et de (7.25b) :

$$T_{c2} = (1 - E_{c2}) T_{c1} + E_{c2} T_{fe}$$

soit, en reprenant (7.27a) :

$$T_{c2} = (1 - E_{c1})(1 - E_{c2}) T_{ce} + (E_{c1} - E_{c1} E_{c2} + E_{c2}) T_{fe}$$

que l'on peut encore écrire :

$$T_{c2} = (1 - E_{c1})(1 - E_{c2}) T_{ce} + \{1 - (1 - E_{c1})(1 - E_{c2})\} T_{fe} \quad (7.27b)$$

L'expression ci-dessus se prête parfaitement à un processus de récurrence, et l'on a immédiatement :

$$T_{cs} = \prod_{i=1}^n (1 - E_{ci}) T_{ce} + \left\{ 1 - \prod_{i=1}^n (1 - E_{ci}) \right\} T_{fe} \quad (7.27n)$$

On peut comparer cette relation avec la valeur de T_{cs} tirée de (7.26) :

$$T_{cs} = (1 - E_{ct}) T_{ce} + E_{ct} T_{fe} \quad (7.28)$$

et il vient, par identification des coefficients :

$$E_{ct} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - E_{ci}) \quad (7.29)$$

L'efficacité totale (ou globale) côté fluide chaud s'exprime donc exclusivement en fonction des efficacités individuelles E_{ci} .

7.3.2. - Le circuit série est le circuit du fluide froid

C'est maintenant la température T_{ce} d'entrée du fluide chaud qui est commune à tous les échangeurs (fig. 7.3).

Le même calcul est conduit en raisonnant toujours sur le circuit série, c'est-à-dire maintenant sur les efficacités côté fluide froid :

$$E_{f1} = \frac{T_{f1} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (7.30a)$$

.....

avec une efficacité totale :

$$E_{ft} = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (7.30b)$$

et l'on obtient pour l'efficacité globale côté fluide froid :

$$E_{ft} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - E_{fi}) \quad (7.31)$$

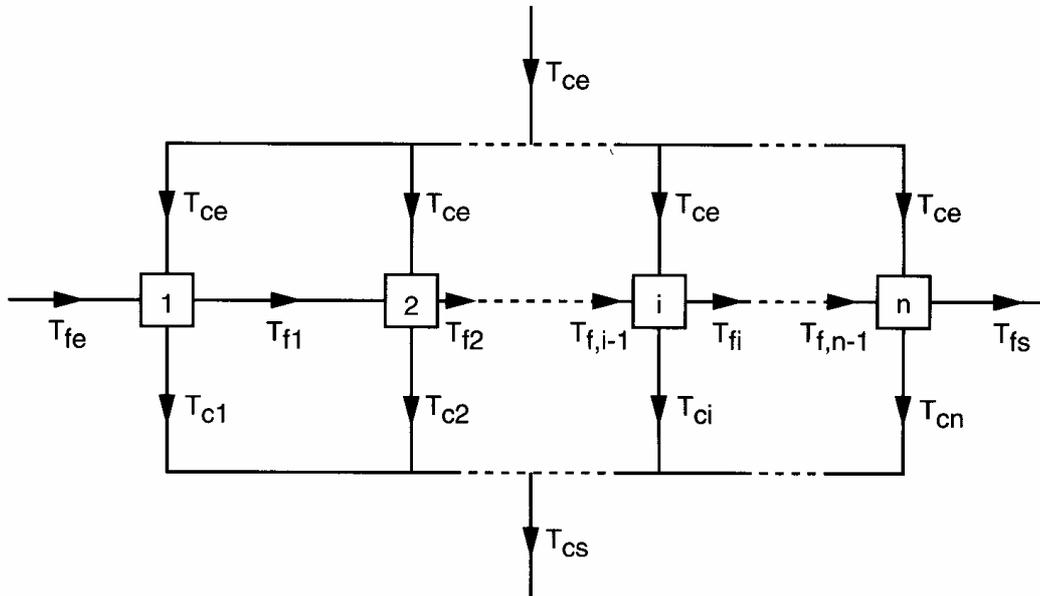


FIG. 7.3. – Réseau d'échangeurs : montage en série sur le fluide froid et en parallèle sur le fluide chaud

7.3.3. - Efficacité du réseau : forme générale

♣ En fait, les deux cas de figure n'en font qu'un si l'on raisonne sur le circuit série : E_{ct} et E_{ft} ont des expressions identiques (7.29 et 7.31) que l'on peut regrouper dans la formule suivante :

$$E_{St} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - E_{Si}) \quad (7.32a)$$

où l'indice S fait référence au circuit série.

L'efficacité totale E_{St} s'écrit aussi en fonction des températures aux bornes du réseau, en fusionnant (7.26) et (7.30b) :

$$E_{St} = \frac{|T_{e\ série} - T_{s\ série}|}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (7.32b)$$

◆ Dans le cas particulier où les échangeurs sont tous identiques et sont traversés par les mêmes débits côté circuit parallèle, on a :

$$E_{Si} = cte = E'_S$$

et l'efficacité du réseau devient :

$$E_{St} = 1 - (1 - E'_S)^n \quad (7.32c)$$

⚠ Mais attention, ici on ne peut pas aisément effectuer le passage à la limite $n \rightarrow \infty$, ou chercher le nombre n d'échangeurs nécessaires pour atteindre une efficacité donnée, comme cela fut le cas dans le montage en série (§ 7.2.3.2). En effet, en faisant varier n , on modifie les débits dans les branches du circuit parallèle puisque le débit total est généralement donné, de sorte que E'_S dépend de n par l'intermédiaire des débits. Ce genre d'objectif ne peut être atteint que numériquement, au coup par coup.

7.3.4. - Calcul du NUT total

A l'image de ce qui se passe dans un réseau en série, le calcul des performances pour un réseau en série-parallèle n'oblige pas à recourir à un NUT global, sauf dans certaines recherches d'optimisation.

Mais alors, pour caractériser ce NUT global, les choses ne sont pas aussi simples que lorsque les échangeurs sont montés en série.

En ce qui concerne l'échangeur équivalent, il nous est loisible de choisir à nouveau comme référence un appareil à contre-courant pur. Si l'on désigne par R_t son facteur de déséquilibre, son NUT a pour expression (tableau 3.1) :

$$NUT_{t\ cc} = \frac{1}{1 - R_t} \operatorname{Ln} \frac{1 - R_t E_{St}}{1 - E_{St}} \quad (7.33)$$

En principe on pourrait, par l'intermédiaire des efficacités E_{Si} , exprimer $NUT_{t\ cc}$ en fonction des $NUT_{i\ cc}$ des différents échangeurs supposés à contre-courant pur, comme nous l'avons fait avec les échangeurs en série. Mais ici, on aboutit à une formule tellement lourde qu'elle en perd à peu près tout intérêt.

Cependant, il est possible d'arranger les choses en effectuant un choix plus contraignant pour les *échangeurs de référence* : nous pouvons adopter en effet des échangeurs où $R = 0$. Avec cette condition, on sait que tous les échangeurs sont caractérisés par la même relation $E = f(NUT)$ (tableau 3.1) :

$$E = 1 - \exp(-NUT_{R=0}) \quad (7.34)$$

et il n'est donc plus nécessaire de préciser par l'indice cc que l'on considère des appareils à contre-courant.

Alors, de (7.34) on tire :

- pour l'échangeur équivalent :

$$(NUT_t)_{R=0} = - \operatorname{Ln}(1 - E_{St}) \quad (7.35a)$$

- pour l'échangeur i :

$$(NUT_i)_{R=0} = - \operatorname{Ln}(1 - E_{Si}) \quad (7.35b)$$

Mais (7.35a) s'écrit également, d'après (7.32) :

$$(NUT_t)_{R=0} = - \operatorname{Ln} \left(\prod_{i=1}^n (1 - E_{Si}) \right) = - \sum_{i=1}^n \operatorname{Ln}(1 - E_{Si}) \quad (7.36)$$

et le rapprochement de (7.35b) et (7.36) donne :

$$\boxed{(NUT_t)_{R=0} = \sum_{i=1}^n (NUT_i)_{R=0}} \quad (7.37)$$

propriété à mettre en parallèle (c'est le cas de le dire) avec (7.22).

Ainsi, le NUT de l'échangeur équivalent à facteur de déséquilibre nul est la somme des NUT des échangeurs considérés dans les mêmes conditions.

A noter toutefois que si l'on doit procéder à un calcul des surfaces d'échange Σ_i ou des efficacités individuelles E_{Si} , il faut évidemment utiliser les NUT_i réels et non les $(NUT_i)_{R=0}$.

Enfin, en remontant à (7.34), il vient pour l'efficacité totale (toujours rapportée au circuit série, voir § 7.3.3) :

$$E_{St} = 1 - \exp \left(- \sum_{i=1}^n (NUT_i)_{R=0} \right) \quad (7.38)$$

7.3.5. - Modes opératoires

Examinons à titre d'exemple le calcul des températures de sortie et des températures intermédiaires. On suppose que tous les autres paramètres sont connus (débits, nature des échangeurs, températures d'entrée...).

♣ *Calcul des températures de sortie du réseau*

- Température de sortie du circuit série :

Connaissant R_i , NUT_i , on calcule les efficacités individuelles E_{Si} côté série, puis l'efficacité totale E_{St} avec (7.32a), et enfin la température de sortie côté série par (7.32b).

- Température de sortie du circuit parallèle :

Après le calcul de la température de sortie série, un bilan enthalpique global du réseau (formule 3.1) donne immédiatement la température de sortie du circuit parallèle.

On notera bien toutefois que cette dernière température résulte de la recombinaison des courants qui traversent les échangeurs (fig. 7.2 et 7.3) ; c'est donc la température de mélange des sorties, telle que nous l'avons déjà rencontrée dans (2.14). En admettant par exemple qu'il s'agit du fluide froid, on aura ainsi :

$$T_{fs} = \frac{q_{t1} T_{f1} + q_{t2} T_{f2} + \dots}{q_{tf}} \quad (7.39a)$$

ou encore, puisqu'on admet $C_p = cte$:

$$T_{fs} = \frac{q_{m1} T_{f1} + q_{m2} T_{f2} + \dots}{q_{mf}} \quad (7.39b)$$

et de même avec l'indice c s'il s'agit du fluide chaud.

◆ Calcul des températures intermédiaires

Si l'on désire connaître toutes les températures intermédiaires T_{ci} , T_{fi} , il n'est pas absolument nécessaire de faire appel à la notion de réseau. On peut parfaitement faire un calcul de proche en proche à partir de l'échangeur 1 : connaissant E_{S1} et les conditions d'entrée, on détermine la puissance Φ_1 de l'échangeur 1 ; puis un bilan enthalpique donne T_{c1} et T_{f1} .

Il est cependant plus commode d'utiliser la récurrence à partir de (7.27b) pour avoir les températures sur le circuit série, surtout si l'on cherche seulement la température T_{cp} à la sortie d'un échangeur particulier p (dans le cas du fluide chaud) :

$$T_{cp} = \prod_{i=1}^p (1 - E_{ci}) T_{ce} + \left\{ 1 - \prod_{i=1}^p (1 - E_{ci}) \right\} T_{fe} \quad (7.40)$$

et de même avec l'indice f s'il s'agit du fluide froid.

Quant à la température de sortie sur le circuit parallèle, elle est toujours obtenue par un bilan sur l'échangeur p .

7.3.6. - Quel type d'assemblage choisir ?

On aimerait évidemment disposer d'un critère analytique pour savoir quel est, dans une circonstance donnée, le meilleur assemblage possible. Malheureusement, du fait des relations non linéaires entre E , R et NUT , ce critère n'existe pas. Il faut travailler numériquement au cas par cas, d'autant plus que les contraintes liées à l'ensemble du procédé dans lequel s'insère le réseau doivent aussi être prises en compte.

Pour ne pas laisser cette question trop dans le vague, nous en proposons une illustration simple dans le Problème N° 12.

En restant encore dans les généralités, on notera simplement que si l'un des débits est très élevé, on a parfois intérêt à le fragmenter (ne serait-ce que pour diminuer les pertes de charge) et donc à retenir un montage en série-parallèle.

7.4. - RÉSEAUX MAILLÉS

7.4.1. - Exemple d'un réseau série maillé

Envisageons maintenant un montage en série un peu plus complexe que le simple réseau linéaire, tel celui qui est représenté figure 7.4. Il s'agit d'un réseau maillé puisque *certain*s échangeurs (2 et 5) sont en relation avec trois autres appareils, et non avec deux seulement comme dans le réseau en ligne.

Il n'est plus possible ici d'établir des relations récurrentes qui permettent d'exprimer les caractéristiques globales du réseau (E ou NUT) en fonction des données relatives à chaque élément, ni de faire un calcul de proche en proche puisque les deux fluides ne suivent pas le même itinéraire.

Nous retrouvons par contre une propriété des montages en série : les débits étant identiques dans tous les éléments, le facteur de déséquilibre R a la même valeur pour chacun des échangeurs et pour l'ensemble du réseau (§ 7.2.1) :

$$\frac{q_{t \min}}{q_{t \max}} = R_i = R \quad (7.41)$$

Dans l'exemple que nous allons traiter, nous supposons que le fluide chaud commande le transfert, soit $q_{t \min} = q_{tc}$.

Revenant aux expressions de E et R en fonction des températures (relations 3.10), on a successivement pour les six échangeurs du réseau (fig. 7.4) :

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{T_{ce} - T_{c1}}{T_{ce} - T_{fe}} & R &= \frac{T_{f1} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{c1}} \\ E_2 &= \frac{T_{c1} - T_{c2}}{T_{c1} - T_{f5}} & R &= \frac{T_{f2} - T_{f5}}{T_{c1} - T_{c2}} \\ & \dots & & \\ E_6 &= \frac{T_{c5} - T_{cs}}{T_{c5} - T_{f1}} & R &= \frac{T_{f6} - T_{f1}}{T_{c5} - T_{cs}} \end{aligned} \quad (7.42)$$

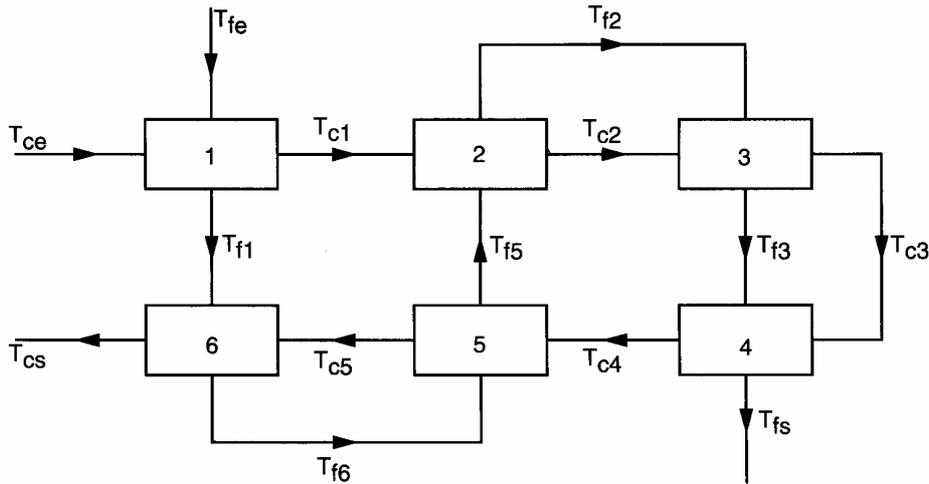


FIG. 7.4. – Réseau maillé d'échangeurs, en série sur les deux fluides (série alternée)

Supposons connues les caractéristiques de chaque échangeur (k , Σ , modèle), ce qui permet de déterminer les efficacités individuelles E_i à partir des NUT_i (tableau 3.1). Admettons également que les températures d'entrée T_{ce} et T_{fe} sont données. Alors les relations (7.42) constituent un système linéaire de 12 équations à 12 inconnues (qui sont les températures $T_{c1} \dots, T_{cs}, T_{f1} \dots, T_{fs}$). Par exemple, de E_1 on tire T_{c1} :

$$T_{c1} = (1 - E_1) T_{ce} + E_1 T_{fe}$$

puis de R on extrait T_{f1} :

$$T_{f1} = T_{fe} + R (T_{ce} - T_{c1})$$

soit, en remplaçant T_{c1} :

$$T_{f1} = RE_1 T_{ce} + (1 - RE_1) T_{fe}$$

et de même pour les autres échangeurs. Le système complet s'écrit :

$$\begin{aligned}
 T_{c1} &= (1 - E_1) T_{ce} + E_1 T_{fe} \\
 T_{f1} &= RE_1 T_{ce} + (1 - RE_1) T_{fe} \\
 \\
 T_{c2} &= (1 - E_2) T_{c1} + E_2 T_{f5} \\
 T_{f2} &= RE_2 T_{c1} + (1 - RE_2) T_{f5} \\
 T_{c3} &= (1 - E_3) T_{c2} + E_3 T_{f2} \\
 T_{f3} &= RE_3 T_{c2} + (1 - RE_3) T_{f2} \\
 T_{c4} &= (1 - E_4) T_{c3} + E_4 T_{f3} \\
 T_{f4} &= RE_4 T_{c3} + (1 - RE_4) T_{f3} \\
 T_{c5} &= (1 - E_5) T_{c4} + E_5 T_{f6} \\
 T_{f5} &= RE_5 T_{c4} + (1 - RE_5) T_{f6} \\
 T_{c6} &= (1 - E_6) T_{c5} + E_6 T_{f1} \\
 T_{f6} &= RE_6 T_{c5} + (1 - RE_6) T_{f1}
 \end{aligned} \tag{7.43}$$

En fait, dans le présent exemple les deux premières températures peuvent être calculées directement à partir des données. Le système linéaire à résoudre se réduit donc à 10 équations à 10 inconnues.

La résolution sera effectuée soit par approximations successives (ce qui est ici assez simple et rapide), soit par inversion de la matrice des coefficients si l'on dispose d'un logiciel approprié. *Par rapport à un réseau linéaire, on observera que le calcul des températures de sortie ne peut être opéré directement : il faut résoudre l'ensemble du système.*

7.4.2. – Application à l'évaluation des températures locales dans un échangeur tubulaire

Pour la plupart des échangeurs, on ne dispose pas de fonctions analytiques permettant de calculer les profils de température. Aussi est-il intéressant de remarquer que l'analyse précédente s'applique également à un échangeur isolé, lorsque celui-ci se présente comme un assemblage de cellules élémentaires placées en série. Elle permet alors d'approcher très simplement la distribution des températures moyennes des fluides dans l'appareil.

Considérons à titre d'exemple un échangeur tubulaire à deux chicanes, de type 1-2 (une passe côté calandre et deux passes côté tubes), où le fluide froid circule en calandre (fig.7.5).

En termes d'assemblage, cet appareil est assimilable à un réseau de six cellules d'échange montées en série sur les deux fluides, tout à fait analogue à celui de la figure 7.4, les échangeurs élémentaires étant à courants croisés (au moins en première approximation). Nous sommes en plus dans un cas particulier puisque les six cellules sont semblables (par référence à la figure 1.5, deux cellules forment ici un module ; voir aussi § 1.3.2) et qu'elles ont donc la même efficacité :

$$E_i = E' \quad (i = 1 \text{ à } 6)$$

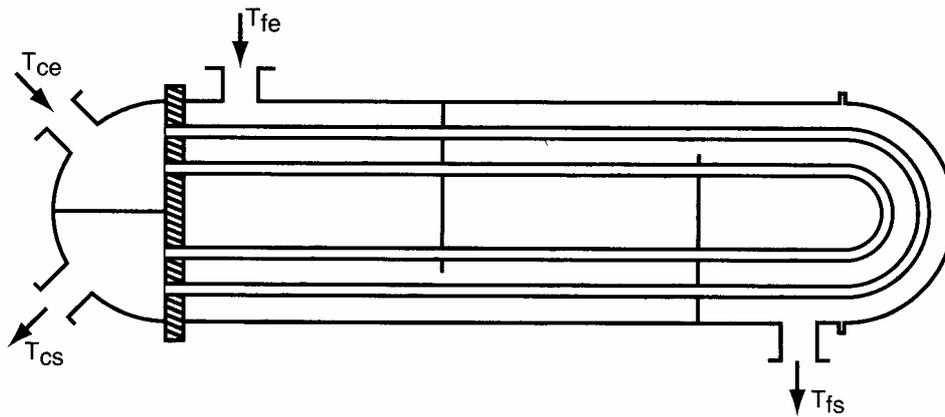


FIG. 7.5. – Échangeur tubulaire 1-2 à deux chicanes

Le calcul des températures intermédiaires se fait de la même façon que dans le cas général, car le remplacement des E_i par une valeur unique E' n'introduit malheureusement aucune simplification dans le système (7.43). Par contre E' est ici une inconnue au départ. Elle pourra être évaluée de la manière suivante :

- les caractéristiques globales de l'échangeur tubulaire complet étant données, on dispose en particulier de sa conductance globale $k \Sigma$ et de son NUT
- du fait que les six cellules d'échange sont supposées identiques, elles ont chacune une conductance globale $(k \Sigma)' = k \Sigma / 6$, d'où leur nombre d'unités de transfert :

$$NUT' = NUT / 6$$

- chaque cellule étant considérée comme un échangeur à courants croisés avec un fluide brassé, la formule correspondante du tableau 3.1 donne l'efficacité locale $E'(NUT')$.

7.4.3. – Le concept de réseau adapté aux échangeurs à plaques

Un autre exemple de modélisation sous forme de réseau maillé nous est fourni par les échangeurs à plaques. Pour ceux-ci, comme pour les échangeurs tubulaires, il n'existe pas de description analytique du champ de température à l'intérieur de l'appareil. Une décomposition en réseau d'échangeurs élémentaires permet cependant de calculer les températures locales d'une manière relativement simple [B. Pierre].

♣ Considérons le cas d'un échangeur à plaques à courants croisés, constitué de n feuillets rectangulaires de côtés L_c et L_f . Un *feuillelet* comprend deux veines fluides (un fluide chaud, un fluide froid) séparés par une plaque (fig. 7.6).

Admettons encore que ces différents feuillets sont montés en parallèle sur chaque fluide, et que les débits sont équirépartis. Dans chaque feuillelet les débits thermiques unitaires auront donc respectivement pour valeur q_{ic} / n et q_{if} / n .

On peut considérer un feuillelet i comme un échangeur élémentaire, mais avec cette particularité qu'il n'est pas thermiquement isolé et qu'il échange donc de la chaleur avec ses voisins $i - 1$ et $i + 1$.

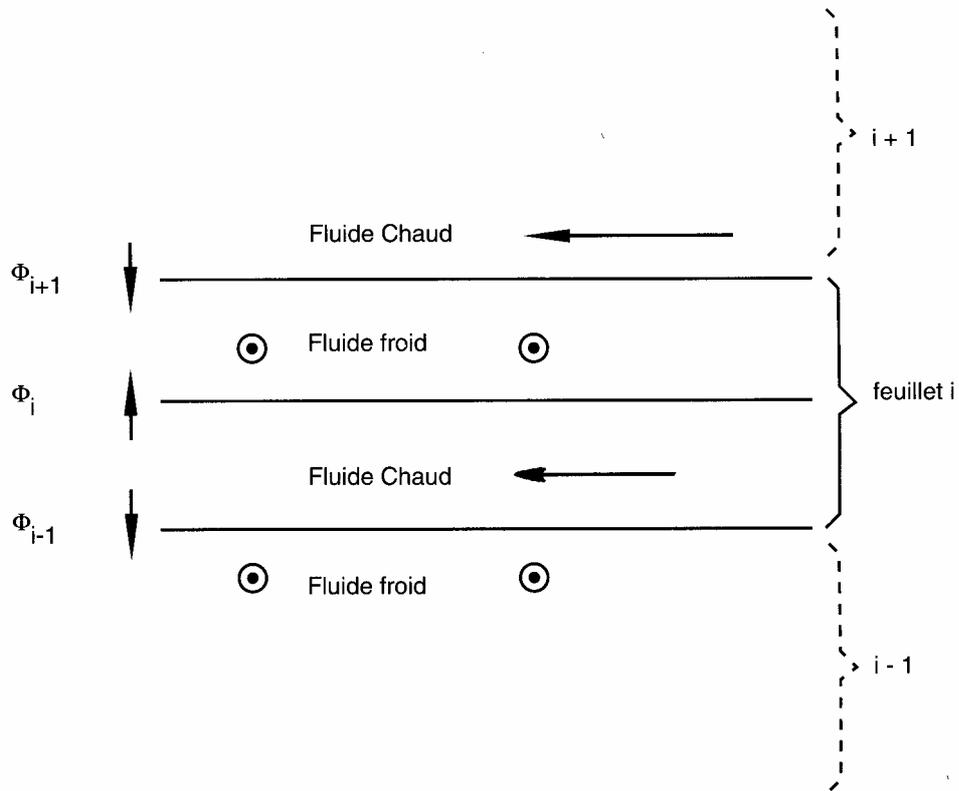


FIG. 7.6. – Coupe transversale d'un échangeur à plaques : détail du feuillet i . Le nombre total de feuillets est n .

Regardons maintenant l'échangeur dans le plan des plaques, et procédons à un découpage des feuillets en éléments rectangulaires $\Delta L_c \times \Delta L_f$ (fig. 7.7).

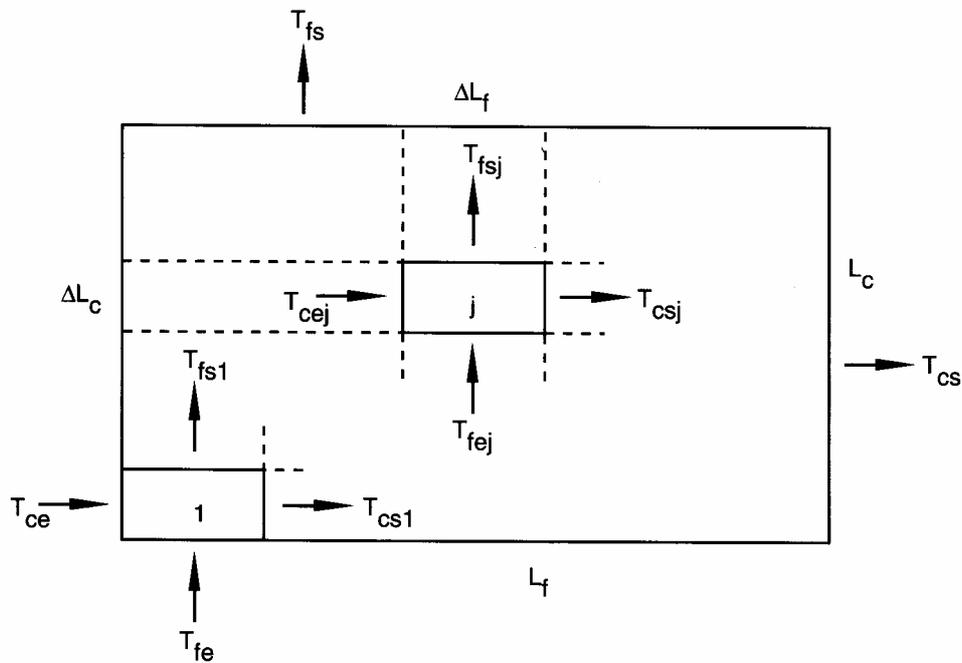


FIG. 7.7. – Échangeur à plaques : vue en plan ; décomposition en cellules rectangulaires j .

Chaque feuillet se présente alors comme un réseau de cellules d'échange parcourues par les mêmes débits thermique unitaires, à savoir :

$$\begin{aligned}
 & - \text{ pour le fluide chaud : } q'_{tc} = \frac{q_{tc}}{n} \frac{\Delta L_c}{L_c} \\
 & - \text{ pour le fluide froid : } q'_{tf} = \frac{q_{tf}}{n} \frac{\Delta L_f}{L_f}
 \end{aligned} \tag{7.44}$$

une cellule j étant en relation avec les quatre cellules voisines.

En d'autres termes, l'ensemble de ces éléments apparaît comme un cas particulier de réseau maillé.

- ◆ Examinons à présent le bilan enthalpique d'une cellule élémentaire j dans un feuillet i .
 En ce qui concerne le fluide chaud, les deux parois qui l'encadrent sont en contact avec le fluide froid, les flux cédés à travers ces parois étant Φ_{ij} et $\Phi_{i-1,j}$ (fig. 7.6). De même pour le fluide froid, qui reçoit les flux Φ_{ij} et $\Phi_{i+1,j}$.

Du fait de la disposition en parallèle des écoulements chaud et froid dans l'ensemble des feuillets, nous pouvons admettre une équirépartition des flux locaux à travers les différentes plaques, soit :

$$\Phi_{i-1,j} = \Phi_{ij} = \Phi_{i+1,j} = \dots = \Phi'_j \text{ indépendant de } i \tag{7.45}$$

△ Il en résulte que les températures aux bornes d'une cellule j sont les mêmes quelque soit le feuillet auquel elle appartient. Notons-les T_{cej} , T_{csj} , T_{fej} , T_{fsj} (fig. 7.7).

Dans une telle cellule, le flux total cédé par le fluide chaud à travers les deux parois qui l'encadrent s'écrit d'après (7.44) et (7.45) :

$$2\Phi'_j = q'_{tc} (T_{cej} - T_{csj})$$

soit d'après (7.44) :

$$\Phi'_j = \frac{q_{tc}}{2n} \frac{\Delta L_c}{L_c} (T_{cej} - T_{csj}) \tag{7.46a}$$

flux égal à celui qui est reçu par le fluide froid :

$$\Phi'_j = \frac{q_{tf}}{2n} \frac{\Delta L_f}{L_f} (T_{fsj} - T_{fej}) \tag{7.46b}$$

Soient k le coefficient d'échange moyen de l'appareil et Σ_j la surface de la cellule j . La puissance échangée s'écrit encore (cf. 6.2c) :

$$\Phi'_j = k \Sigma_j (<T_{cj}> - <T_{fj}>) = k \Delta L_c \Delta L_f (<T_{cj}> - <T_{fj}>) \tag{7.47a}$$

Si ΔL_c et ΔL_f ont été choisis assez petits, on pourra admettre l'approximation suivante :

$$\Phi'_j = k \Delta L_c \Delta L_f (T_{cej} - T_{fej}) \tag{7.47b}$$

♥ Exprimons maintenant l'efficacité de la cellule j en admettant par exemple $q_{t \min} = q_{tc}$ (formule 3.7) :

$$E_j = \frac{T_{cej} - T_{csj}}{T_{cej} - T_{fej}} \quad (7.48a)$$

ce qui donne, avec (7.46a) et (7.47b) :

$$E_j = \frac{2n k L_c \Delta L_f}{q_{tc}} \quad (7.48b)$$

et l'on constate que toutes les cellules ont la même efficacité :

$$E_j = cte = E' \quad (7.48c)$$

Dans l'échangeur, à chaque feuillet correspondent deux plaques. Il y a donc $2n$ plaques, d'où une surface totale d'échange :

$$\Sigma = 2n L_c L_f \quad (7.49)$$

et E' devient, en multipliant haut et bas par L_f dans (7.48b) :

$$E' = \frac{k \Sigma}{q_{tc}} \frac{\Delta L_f}{L_f} \quad (7.50a)$$

On découvre dans cette expression $k\Sigma / q_{tc}$ qui est le NUT de l'échangeur complet. Donc, l'efficacité de chaque cellule s'exprime d'une façon très simple :

$$E' = NUT \frac{\Delta L_f}{L_f} \quad (7.50b)$$

Si besoin est, on obtient aisément le NUT d'une cellule, en sachant comme il a déjà été dit que celle-ci comporte deux plaques :

$$NUT_j = cte = NUT' = \frac{k \cdot 2 \Sigma_j}{q_{tc}} = \frac{2k \Delta L_c \Delta L_f}{q_{tc}}$$

soit en faisant apparaître Σ (7.49) :

$$\begin{aligned} NUT' &= \frac{k \Sigma}{q_{tc}} \frac{1}{n} \frac{\Delta L_c}{L_c} \frac{\Delta L_f}{L_f} \\ NUT' &= \frac{NUT}{n} \frac{\Delta L_c}{L_c} \frac{\Delta L_f}{L_f} \end{aligned} \quad (7.51)$$

Enfin, le facteur de déséquilibre d'une cellule j a pour valeur d'après (7.44) :

$$R_j = \frac{q'_{tc}}{q'_{tf}} = R \frac{\Delta L_c / L_c}{\Delta L_f / L_f} \quad (7.52a)$$

et aussi d'après (3.10) :

$$R_j = \frac{T_{fsj} - T_{fej}}{T_{cej} - T_{csj}} \quad (7.52b)$$

Il s'avère que, comme pour l'efficacité et le NUT , R possède une valeur unique pour toutes les cellules :

$$R_j = cte = R' \quad (7.52c)$$

♠ La connaissance de E' (7.50) et de R' (7.52) va maintenant permettre d'accéder à la distribution locale de température sur les plaques : pour la cellule l , située vers les deux entrées (fig. 7.7), le système à résoudre se présente ainsi, à partir de (7.48) et (7.52) :

$$E' = \frac{T_{ce} - T_{cs1}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad R' = \frac{T_{fs1} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{cs1}} \quad (7.53)$$

d'où l'on tire T_{cs1} et T_{fs1} , puis de proche en proche les températures de sortie des autres cellules. Ceci permet ensuite de remonter aux températures de parois et d'aborder par exemple le calcul de contraintes thermiques.

On remarquera au passage que, grâce aux hypothèses simplificatrices adoptées, le calcul est plus simple que pour le réseau maillé du parag. 7.4, puisque l'on n'a pas à résoudre ici un vrai système linéaire de n équations à n inconnues.

Si le NUT de l'échangeur n'est pas connu, mais si l'efficacité est donnée, on le déterminera à partir de l'abaque relatif aux échangeurs à courants croisés (fig. 3.2), et le calcul de E' restera praticable.

A signaler encore que l'on peut aussi prendre en compte une non-uniformité dans la répartition des débits en adaptant les expressions (7.44) et (7.46).

⚠ De plus, la méthode précédente s'adapte également aux échangeurs à plaques à courants parallèles (co-courant ou à contre-courant), comme ceux qui sont schématisés sur les figures (1.9) et (1.10).

⚠ Enfin, le calcul ayant été effectué avec $q_{t\ min} = q_{tc}$ (hypothèse ♥), on n'oubliera pas de permuter les indices c et f si $q_{t\ min} = q_{tf}$.

7.5. – NOTIONS SUR LES RÉSEAUX À COURANTS MULTIPLES

Jusqu'à présent, les assemblages d'échangeurs que nous avons étudiés ne faisaient intervenir que deux courants fluides. Cependant, en génie des procédés, on a de plus en plus souvent recours à des réseaux complexes comportant 3, 4, 5 ... courants fluides ; en génie climatique aussi, les échangeurs à trois fluides ne sont pas rares. Des méthodes spécifiques ont donc été élaborées pour la conception de telles installations, particulièrement en ce qui concerne les algorithmes d'optimisation. Nous nous limitons ici à la présentation de quelques notions de base pour le calcul des températures, en continuité logique avec ce qui précède.

7.5.1. – Réseaux à fluide intermédiaire

Certains dispositifs présentent la particularité de faire intervenir un *fluide intermédiaire* (ou « *fluide de liaison* ») qui circule sur une boucle fermée entre les fluides froid et chaud. Le montage comporte donc deux échangeurs et trois fluides. L'échangeur traversé par le fluide chaud sera appelé par commodité « échangeur chaud » (N°1, fig. 7.8) et l'autre appareil « échangeur froid » (N°2). *Nous identifierons le fluide de liaison par l'indice l* , et en particulier nous noterons :

T_{lf} : température du fluide de liaison sur le trajet $2 \rightarrow 1$

T_{lc} : id. sur le trajet 1-2

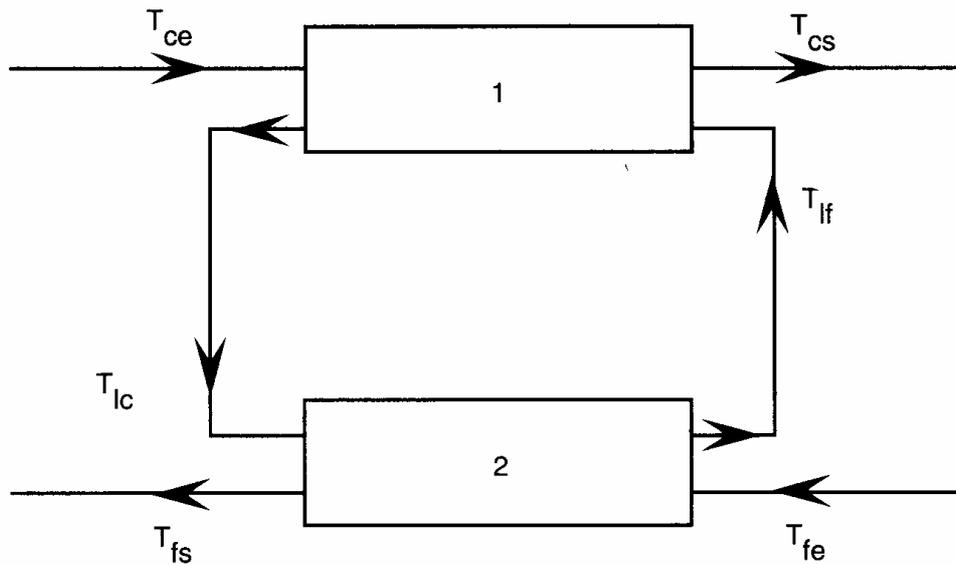


FIG. 7.8. – Réseau à fluide de liaison. 1 : échangeur chaud ; 2 : échangeur froid

Dans un tel système, quelles que soient les conditions de fonctionnement, on aura obligatoirement :

$$T_{ce} > T_{lc} > T_{lf} > T_{fe} \quad (7.54)$$

En outre, le calcul exige que l'on précise préalablement la hiérarchie des trois débits thermiques unitaires. Nous allons choisir pour commencer :

- $q_{tc} < q_{tf} < q_{tl}$ (7.55a)

Pour l'échangeur chaud on a donc $q_{t \min} = q_{tc}$, et son efficacité s'écrit (formule 3.10) :

$$E_1 = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{lf}} \quad (7.55b)$$

Dans l'échangeur froid, $q_{t \min} = q_{tf}$ et de ce fait :

$$E_2 = \frac{T_{fe} - T_{fs}}{T_{lc} - T_{fe}}$$

soit, d'après (3.11) :

$$E_2 = \frac{1}{R_2} \frac{T_{lc} - T_{lf}}{T_{lc} - T_{fe}} \quad (7.55c)$$

Compte tenu de (7.55a), l'échangeur équivalent à l'ensemble serait quant à lui caractérisé par $q_{t \min} = q_{tc}$, avec une efficacité totale :

$$E_t = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (7.56)$$

Reformulons cette expression en décomposant le numérateur et le dénominateur pour mettre en évidence les caractéristiques des deux échangeurs. D'une part :

$$T_{ce} - T_{fe} = (T_{ce} - T_{lf}) + (T_{lf} - T_{lc}) + (T_{lc} - T_{fe})$$

soit après réutilisation de (7.55 b et c) :

$$T_{ce} - T_{fe} = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{E_1} + (T_{lc} - T_{lf}) \left(\frac{1}{R_2 E_2} - 1 \right) \quad (7.57a)$$

D'autre part, avec le bilan thermique de l'échangeur 1 :

$$q_{tc} (T_{ce} - T_{cs}) = q_{tl} (T_{lc} - T_{lf})$$

$$T_{ce} - T_{cs} = \frac{1}{R_1} (T_{lc} - T_{lf}) \quad (7.57b)$$

Reportons ensuite (7.57 a et b) dans (7.56) ; nous obtenons E_t en fonction de E_1, R_1, E_2 et R_2 :

$$E_t = \frac{1}{R_1} \frac{T_{lc} - T_{lf}}{\frac{1}{R_1 E_1} (T_{lc} - T_{lf}) + (T_{lc} - T_{lf}) \left(\frac{1}{R_2 E_2} - 1 \right)}$$

c'est-à-dire :

$$\boxed{E_t = \frac{1}{\frac{1}{E_1} + \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{E_2} - R_1}} \quad (7.58a)$$

Avec un étage différent des débits thermiques unitaires, on arrive aux résultats suivants :

- $q_{tc} < q_{tl} < q_{tf}$

$$E_t = \frac{1}{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{E_2} - 1 \right)} \quad (7.58b)$$

- $q_{tl} < q_{tc} < q_{tf}$

$$E_t = \frac{1}{\frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_1} - 1 \right)} \quad (7.58c)$$

- $q_{tl} < q_{tf} < q_{tc}$

$$E_t = \frac{1}{\frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_1} - 1 \right)} \quad (7.58d)$$

- $q_{tf} < q_{tc} < q_{tl}$

$$E_t = \frac{I}{\frac{I}{E_2} + \frac{R_2}{R_1} \frac{I}{E_1} - R_2} \quad (7.58e)$$

- $q_{tf} < q_{tl} < q_{tc}$

$$E_t = \frac{I}{\frac{I}{E_2} + R_2 \left(\frac{I}{E_1} - I \right)} \quad (7.58f)$$

7.5.2. – Réseaux ouverts (NSPM)

♣ Les réseaux ouverts à courants multiples sont très divers : ils peuvent être maillés ou non, les fluides étant distribués soit en série soit en parallèle. Mais dans tous les cas, une différence majeure apparaît vis-à-vis des dispositions évoquées jusqu'à maintenant : la présence de plus de deux courants exclut toute référence à un échangeur équivalent. on est donc amené à travailler directement sur le système d'équations qui décrit le réseau.

Un certain nombre de réseaux typiques sont répertoriés sous le matricule générique « *NSPM* », où :

N = nombre de courants

SP = « Stream Problem »

M = numéro d'ordre attribué au problème

◆ Parmi les exemples les plus simples, nous pouvons citer le problème *4 SP 1*, qui comporte quatre courants (deux courants chauds indicés $c1$ et $c2$, deux courants froids indicés $f1$ et $f2$) et trois échangeurs A , B , C . Il est représenté sur la figure 7.9, amputé de quelques détails qui ne modifient pas sa structure.

Dans la mise en équations, les efficacités seront exprimées côté chaud ou froid, au choix. Prenons par exemple comme références les circuits chauds $c1$ et $c2$.

Chaque échangeur est décrit par deux équations, l'une reliant l'efficacité aux températures, l'autre exprimant le bilan global, à savoir :

$$E_{c2A} = \frac{T_{c2e} - T_{c2s}}{T_{c2e} - T_{f1e}} \quad q_{tf1}(T_{f1A} - T_{f1e}) = q_{tc2}(T_{c2e} - T_{c2s}) \quad (7.59a)$$

$$E_{c1C} = \frac{T_{c1e} - T_{c1C}}{T_{c1e} - T_{f2e}} \quad q_{tf2}(T_{f2s} - T_{f2e}) = q_{tc1}(T_{c1e} - T_{c1C}) \quad (7.59b)$$

$$E_{c1B} = \frac{T_{c1C} - T_{c1s}}{T_{c1C} - T_{f1A}} \quad q_{tf1}(T_{f1s} - T_{f1A}) = q_{tc1}(T_{c1C} - T_{c1s}) \quad (7.59c)$$

D'une façon générale, quelque soit le réseau envisagé, lorsque les débits sont fixés le système est linéaire en fonction des températures. Nous avons d'ailleurs déjà rencontré un exemple analogue à propos du réseau série maillé (§ 7.4, système 7.42).

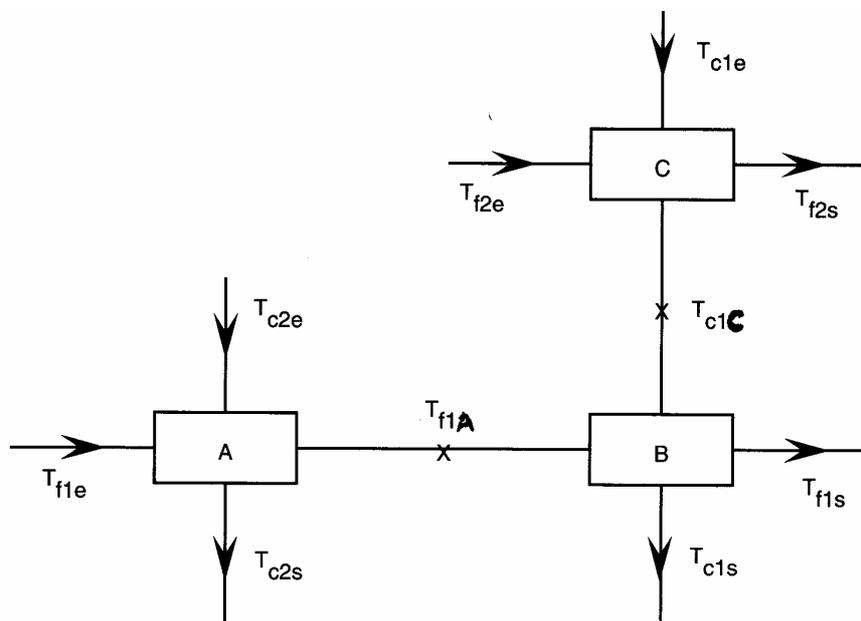


FIG. 7.9. – Structure du réseau d'échangeurs matricule 4 SP 1

Ici les choses sont relativement simples puisque la donnée des températures aux entrées permet de résoudre le problème pas à pas successivement pour A, B et C, vu que les sous-systèmes (7.59 a, b et c) ne comptent que deux inconnues. Rappelons à cette occasion que les efficacités E_{c2A} , E_{c1C} et E_{c1B} sont calculables à partir des R et des NUT de chaque échangeur (tableau 3.1).

Mais dans de tels réseaux, un second niveau de complexification est fréquemment mis en œuvre. En effet, les nœuds A, B, C peuvent être eux-mêmes composés de plusieurs échangeurs. Ce faisant (« pan-pan » comme on dit aux Grosses Têtes), ils constituent alors des réseaux à deux fluides, que l'on est en droit de remplacer par un échangeur équivalent selon les procédures établies dans les paragraphes précédents.

♥ Parmi les montages à courants multiples, on rencontre des assemblages maillés, ou composés de sous-systèmes maillés. Les températures y sont toujours solutions d'équations linéaires du genre (7.59), qui se résolvent soit avec des logiciels comme Mathematica ou Matlab, soit en programmant directement une méthode d'approximations successives de type Gauss-Seidel.

7.6. – PINCEMENT ET OPTIMISATION

Nous avons déjà évoqué dans le chapitre 3 le problème posé par les croisements de températures à l'intérieur d'un échangeur.

La pathologie des réseaux n'est guère différente de celle des échangeurs pris individuellement : il se trouve parfois dans un réseau un ou plusieurs appareils à l'entrée desquels un courant « froid » rencontre un courant encore plus froid que lui (ou un courant « chaud », un courant encore plus chaud).

Cette anomalie est prévisible par le calcul. Lorsqu'elle survient, on repère le point où l'écart négatif $(T_c - T_f)$ est le plus grand et on procède à un « *pincement* » (§ 3.7) en imposant à cet endroit un écart minimal $(T_c - T_f)_{min}$ positif (ou éventuellement nul).

Il arrive que le problème soit résolu en rectifiant le niveau de température de l'un des deux courants concernés. Mais bien plus souvent il se règle par un agencement différent du réseau. On débouche alors sur des procédures d'optimisation qui ont fait l'objet de publications spécifiques [Barrère, Belkébir, Feidt ...].