

## Chapitre 4

# DÉTERMINATION DES COEFFICIENTS D'ÉCHANGE DANS LES ÉCHANGEURS À FLUIDES SÉPARÉS

*De omni re scibili, et quibusdam aliis.*

Dans le chapitre 3, nous nous sommes contentés de considérer un échangeur comme une « boîte noire » dont le coefficient global d'échange  $k$  est donné. Voici maintenant un certain nombre d'éléments pratiques permettant d'évaluer les coefficients d'échange côté fluide chaud et côté fluide froid : ils concernent essentiellement les échangeurs tubulaires mais également, quoique de façon plus limitée, les échangeurs à plaques ou les échangeurs compacts.

Une mise en garde s'impose ici : on trouve dans la littérature de très nombreuses formules semi-empiriques (encore baptisées « *corrélations* ») correspondant à une grande diversité de situations concrètes. Beaucoup d'entre elles ont des prétentions globalisantes, c'est-à-dire qu'elles s'efforcent de couvrir un large éventail de cas particuliers ; certaines ont été établies dans des conditions spécifiques, mais pas toujours bien précisées ; enfin, on se trouve souvent dans le flou en ce qui concerne les températures de référence. Il en résulte que la précision des résultats numériques est légèrement élastique, et que l'utilisateur a parfois un peu l'impression de plonger dans une bouteille d'encre.

Les conséquences pratiques de cet état de choses ne sont cependant pas forcément catastrophiques, car les estimations sur les coefficients d'échange  $h$  fournies par des corrélations concurrentes ne s'écartent guère de plus de 15% les unes des autres, ce qui tout en étant beaucoup reste acceptable dans des calculs d'avant-projets. Mais occasionnellement les résultats peuvent vagabonder au-delà de cette marge. On doit donc rester prudent, et ne pas accorder une signification absolue aux valeurs numériques que l'on obtient.

Néanmoins, ces corrélations conviennent bien aux calculs d'ingénierie : d'abord parce qu'elles sont aptes à fournir des estimations au prix de calculs simples et rapides ; mais surtout, employées de façon méthodique et cohérente, elles constituent de bons *instruments de comparaison* ; dans le cadre d'un avant-projet, elles permettront de classer différents prototypes selon leurs performances, et de procéder ainsi à une pré-optimisation, qui sera ensuite affinée par une modélisation détaillée et/ou par une étude expérimentale.

Un photographe à qui l'on demandait un jour : « Quel est le meilleur appareil photo actuellement sur le marché ? » a répondu : « Le meilleur appareil, c'est celui dont vous avez l'habitude de vous servir ! ». On pourrait au fond dire la même chose à propos des formules de transfert convectif : une « bonne » formule est celle dont on connaît bien les limites et le mode d'emploi. Pour que cette fonction de comparaison dont nous avons parlé plus haut soit

correctement assumée, il est donc nécessaire de faire un choix et de s'y tenir (voir également à ce sujet le parag. 4.1.4). Des commentaires analogues s'appliquent d'ailleurs aussi aux formules de pertes de charge (FEMM, Ch. 7).

Dans ce qui suit, nous ne citons qu'un petit nombre de corrélations, parmi celles qui semblent les plus fiables et qui correspondent à des dispositions assez classiques. Les conditions opératoires recommandées sont spécifiées aussi soigneusement que possible pour chacune d'elles. A propos justement de ces conditions d'emploi, l'une des difficultés rencontrées concerne le choix – pas toujours très clair – de la référence en température. C'est par là que nous allons commencer.

## 4.1. – DÉFINITION ET CHOIX DES TEMPÉRATURES DE RÉFÉRENCE

### 4.1.1. – Où est le problème ?

Pour calculer les flux thermiques dans un échangeur, on est évidemment appelé à faire intervenir les caractéristiques thermophysiques des fluides :  $\rho, \mu, \lambda, C_p \dots$ . Celles-ci sont généralement thermodépendantes, et comme les écoulements sont anisothermes, il en résulte des répercussions sur les champs de vitesse et de température.

Bien entendu, la seule manière rigoureuse de traiter un problème d'écoulement avec couplage thermique est de résoudre localement le système d'équations de quantité de mouvement et d'énergie en tenant compte des lois de variation  $\rho(T), \mu(T)$  etc. Un tel système est non linéaire (FEMM, Ch. 3, Annexe 1), et dans les échangeurs les calculs sont un peu décourageants ; on doit alors accepter de travailler à une échelle globale, en ayant recours à des valeurs moyennes. En pratique, cela revient à adopter, de façon plus ou moins conventionnelle, une *température de référence* à laquelle seront évaluées les caractéristiques thermophysiques (ou certaines d'entre elles).

Le choix de cette référence a un impact d'autant plus significatif que les fluides sont davantage thermodépendants, ou que les gradients de température (c'est-à-dire les flux thermiques) sont plus élevés. La question est malheureusement parfois un peu embrouillée, et il est important de dégager des options logiques dans les schémas opératoires qui sont proposés.

### 4.1.2. – La température de mélange

Considérons un *écoulement interne* ; soient  $q_e$  le débit d'énergie transportée (en Watt) et  $q_t$  le débit thermique unitaire. La « *température de mélange* »  $T_m$  est définie par la relation :

$$\boxed{q_e = q_t T_m} \quad (4.1)$$

Si  $S_0$  est la section de la veine fluide,  $\vec{n}$  la normale à  $S_0$ ,  $\vec{V}$  et  $T$  les valeurs locales de la température et de la vitesse,  $q_e$  est donnée par l'expression :

$$q_e = \int_{S_0} \rho C_p T \vec{V} \cdot \vec{n} dS \quad (4.2)$$

On sait en outre que  $q_t = q_m C_p = \rho q_v C_p$  (2.4). En admettant que le fluide est isochore et que  $C_p$  est peu dépendante de  $T$ , on aura pour température de mélange :

$$T_m = \frac{1}{q_v} \int_{S_0} T \vec{V} \cdot \vec{n} dS \quad (4.3a)$$

Puisque :

$$q_v = \int_{S_0} \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

on voit que  $T_m$  est la température d'un écoulement isotherme (c'est-à-dire homogénéisé ou « mélangé ») qui transporterait le même débit d'énergie.

Si l'écoulement est sensiblement unidimensionnel (c'est le cas dans une canalisation rectiligne de section constante, même si le régime dynamique n'est pas établi),  $\vec{V} \cdot \vec{n} = U$  (composante de  $\vec{V}$  selon la direction de l'écoulement) et :

$$\boxed{T_m = \frac{1}{q_v} \int_{S_0} T U dS} \quad (4.3b)$$

En particulier, dans une canalisation de section circulaire :

$$T_m = \frac{1}{q_v} \int_0^R T U 2\pi r dr \quad (4.3c)$$

La définition (4.1) est valable quelque soit le régime d'écoulement. On notera que, en régime turbulent établi,  $T_m$  est peu différente de la température  $T_\infty$  dans la partie centrale de la veine fluide. Enfin, à l'entrée ou à la sortie d'un échangeur, **la mesure de  $T_m$**  peut se faire assez aisément en créant dans la canalisation une turbulence locale qui homogénéise l'écoulement.

#### 4.1.3. – La température de film

♣ Dans les *écoulements externes*, la définition de la température de mélange  $T_m$  n'est plus opérationnelle, puisque  $T$  tend asymptotiquement vers la température  $T_\infty$  du fluide lorsqu'on s'éloigne de la paroi. On peut alors utiliser comme référence cette température  $T_\infty$ , tant en écoulement laminaire que turbulent.

Cependant, en régime turbulent on sait que la couche interne est la région la plus importante pour les transferts de quantité de mouvement et de chaleur (FEMM, Ch. 5) ; en particulier, le gradient de vitesse y est élevé. Si l'on se trouve en outre en présence de forts gradients thermiques transversaux (c'est-à-dire de flux pariétaux importants), ou si le fluide est fortement thermodépendant, on est conduit à renforcer le poids de cette zone de paroi dans les grandeurs thermophysiques de référence. On introduit dans ce but la « *température de film* »  $T_F$  :

$$T_F = \frac{T_p + T_\infty}{2} \quad (4.4a)$$

où  $T_p$  est la température de paroi. On voit que  $T_F$  correspond sensiblement à la température moyenne de la couche interne.

◆ Dans les *écoulements internes turbulents*, cette notion peut être également intéressante,  $T_\infty$  étant alors la température du noyau central. Toutefois, la température de mélange  $T_m$  a ici un sens, et elle est de surcroît peu différente de  $T_\infty$  ; on a donc pour température de film :

$$T_F = \frac{T_p + T_\infty}{2} \cong \frac{T_p + T_m}{2} \quad (4.4b)$$

#### 4.1.4. – Utilisation de $T_m$ et $T_F$ comme températures de référence

##### ♣ *Calcul des débits*

Compte tenu de sa définition, la température de mélange  $T_m$  est la référence naturelle pour le calcul des débits : débit-masse ou débit-volume ( $q_m = \rho q_v$ ) et débit thermique unitaire ( $q_t = q_m C_p$ ).

⚠ On constate cependant que pour la plupart des fluides, la chaleur massique  $C_p$  est très peu dépendante de  $T$  ; l'impact de la température de référence est donc généralement modeste pour les liquides (fluides isochores), mais pourra être important avec les gaz, dont la masse volumique  $\rho$  dépend fortement de la température.

##### ◆ *Calcul des flux pariétaux*

Pour l'évaluation du flux thermique  $\varphi_p$  entre une paroi à température  $T_p$  et un fluide, on fait intervenir un coefficient d'échange  $h$  et un écart de température  $\Delta T^\circ$  de référence (FEMM, Ch. 2) en posant :

$$\varphi_p = h \Delta T^\circ \quad (\text{en } W / m^2) \quad (4.5a)$$

• Dans les *écoulements internes*, on adopte la convention :

$$\Delta T^\circ = |T_p - T_m| \quad \text{d'où} \quad \varphi_p = h |T_p - T_m| \quad (4.5b)$$

Plus généralement, si le coefficient global d'échange entre les deux fluides est  $k$ , le flux transféré entre le fluide chaud (à température de mélange  $T_{mc}$ ) et le fluide froid (à température de mélange  $T_{mf}$ ) a pour expression :

$$\varphi_p = k (T_{mc} - T_{mf}) \quad (4.5c)$$

Dans les calculs d'échangeurs, on néglige habituellement de faire figurer l'indice  $m$ . **Les températures  $T_f$  et  $T_c$  utilisées dans cet ouvrage sont donc des températures de mélange.**

• En *écoulement externe*,  $T_m$  n'est pas définie, et on la remplace par  $T_\infty$  :

$$\varphi_p = h |T_p - T_\infty| \quad (4.5d)$$

##### ♥ *Évaluation des grandeurs thermophysiques de référence*

Quand il s'agit d'*écoulements internes*, les valeurs numériques des grandeurs thermophysiques sont assez souvent prises à  $T_m$  :  $a^\circ = a(T_m)$ ,  $\mu^\circ = \mu(T_m)$  etc. Ceci est également valable pour les *écoulements autour des faisceaux de tubes*, qui sont le plus souvent catalogués dans les écoulements externes, mais qui peuvent être aussi considérés

comme des écoulements internes du fait qu'ils sont confinés : la définition de  $T_m$  y conserve son sens.

Dans certains cas cependant, c'est l'emploi de  $T_F$  qui est recommandé. Toutes les précisions utiles seront données un peu plus loin.

⚠ D'une façon générale, avant d'utiliser une formule quelconque, on veillera toujours à recenser ses conditions de validité, et donc en particulier à vérifier pour quelle température de référence elle est donnée.

#### 4.1.5. – Présentation des informations

♣ Les données qui permettent de calculer les flux thermiques dans un échangeur sont présentées sous forme de relations entre des groupements sans dimension dont les principaux sont :

- le nombre de Stanton  $St$  (autrefois appelé nombre de Margoulis) :

$$St = \frac{\varphi_p}{\rho^\circ C_p \Delta T^\circ V^\circ} = \frac{h}{\rho^\circ C_p V^\circ} \quad (4.6)$$

- le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{V^\circ L^\circ}{\nu^\circ} = \frac{\rho^\circ V^\circ L^\circ}{\mu^\circ} \quad (4.7)$$

- le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\nu^\circ}{a^\circ} = \frac{\mu^\circ C_p}{\lambda^\circ} \quad (4.8)$$

- le nombre de Péclet :

$$Pe = \frac{V^\circ L^\circ}{a^\circ} = Re Pr \quad (4.9)$$

⚠ Le symbole  $^\circ$  indique des valeurs de référence conventionnelles, à préciser cas par cas. Il est généralement omis dans la pratique, et inutile pour  $C_p$ , qui n'est jamais beaucoup influencée par la température.

D'autre part, dans le nombre de Reynolds  $Re$  on fait souvent intervenir la grandeur :

$$G = \rho^\circ V^\circ \quad (\text{en } kg/m^2.s \text{ ou } N.s/m^3) \quad (4.10a)$$

appelée improprement « vitesse massique », et qui est en fait une quantité de mouvement par unité de volume, ou mieux encore une densité de flux de masse. Alors  $Re$  et  $St$  s'écrivent :

$$Re = \frac{\rho^\circ V^\circ L^\circ}{\mu^\circ} = \frac{G L^\circ}{\mu^\circ} \quad (4.10b)$$

$$St = \frac{h}{G C_p} \quad (4.10c)$$

On emploie également à la place de  $St$  le « nombre de Nusselt »  $Nu$  :

$$Nu = h L^\circ / \lambda^\circ = St Re Pr \quad (4.10d)$$

qui est sans dimension, et qui est souvent plus commode pour le calcul de  $h$ . Mais contrairement à  $St$ , ce n'est pas un critère de similitude (FEMM, Ch. 2). Rappelons à cette occasion que  $Re$  et  $Pe$  sont également des critères de similitude, cependant que  $Pr$  est un terme de couplage entre diffusion de chaleur et diffusion de quantité de mouvement.

◆ Plus précisément, les relations utilisées expriment  $St$  en fonction de  $Re$ , de  $Pr$ , éventuellement de  $Pe$ , d'un facteur de forme géométrique et d'un terme correctif sur des grandeurs thermophysiques. De la valeur obtenue pour  $St$  on déduit ensuite  $h$  ou  $\varphi_p$ .

Ces formules sont plus connues sous le nom de « *corrélations* » pour signifier qu'elles sont souvent obtenues à partir de l'analyse statistique de nombreux résultats expérimentaux.

♥ Les diverses corrélations ont une validité soit locale, soit globale, selon la définition des grandeurs de référence. En pratique, dans les calculs d'ingénierie concernant les échangeurs, on travaille avec des *grandeurs globales* prises en moyenne sur l'ensemble du volume d'échange :  $h \equiv \langle h \rangle$ ,  $St \equiv \langle St \rangle$  etc., le symbole  $\langle \rangle$  de moyenne spatiale étant très souvent négligé, pour alléger les notations. En particulier, pour les températures de référence on prend :

$$\begin{aligned} T_m &\equiv \langle T_m \rangle = (T_{me} + T_{ms}) / 2 \\ T_p &\equiv \langle T_p \rangle = (T_{pe} + T_{ps}) / 2 \\ T_F &\equiv \langle T_F \rangle = (\langle T_p \rangle + T_\infty) / 2 \quad \text{ou} \quad (\langle T_p \rangle + \langle T_m \rangle) / 2 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Une mention spéciale doit être faite pour *le nombre de Reynolds, qui est normalement évalué à  $T_m$* . Mais il est parfois prudent de lui faire subir un contrôle à l'entrée et à la sortie pour s'assurer que le régime d'écoulement reste le même au cours de la traversée du fluide.

## 4.2. – COEFFICIENTS D'ÉCHANGE INTERNES

### 4.2.1 – Écoulements laminaires

#### 4.2.1.1. – BASES PHYSIQUES

♣ En écoulement laminaire, le transfert thermique s'effectue à la fois par conduction au sein du fluide, et par transport lié au mouvement. Ainsi, dans l'expression du flux pariétal  $\varphi_p$  (en valeur absolue) :

$$\varphi_p = \lambda (\partial T / \partial y)_{y=0} \quad (4.12)$$

le gradient de température à la paroi dépend lui-même du profil de vitesse, de la conductivité  $\lambda$  du fluide, et aussi des conditions thermiques en amont du point considéré ; en particulier, comme l'établissement du régime d'écoulement n'est pas immédiat (FEMM, Ch. 6),  $\varphi_p$  est fonction de la distance  $x$  à l'entrée, ce qui se traduit pour un tube de longueur  $L$  par l'intervention du rapport  $L/D$  dans l'expression du flux moyen.

◆ Si en outre la viscosité dynamique  $\mu$  du fluide est significativement thermodépendante dans la plage de température envisagée, le profil de vitesse va s'en trouver modifié, ce qui se répercutera donc encore sur le champ de température, et par conséquent sur

la densité de flux  $\varphi_p$ . Par exemple, le coefficient  $h$  augmente si un liquide refroidit une paroi chaude (pour un liquide,  $\mu$  diminue quand  $T$  augmente), l'écart pouvant dépasser 40%. A l'inverse,  $h$  peut chuter de 20 à 30% si un liquide réchauffe une paroi froide.

⚠ Pour prendre en compte ce phénomène, on propose en général des lois de transfert relatives à des fluides de viscosité constante, auxquelles on adjoint un terme d'ajustement en  $(\mu/\mu_p)$ ,  $\mu$  étant évaluée à la température moyenne de mélange, et  $\mu_p$  à la température moyenne de paroi. L'analyse de nombreux résultats expérimentaux a permis d'aboutir à une bonne corrélation en prenant  $(\mu/\mu_p)^{0,14}$ . Pour les gaz, cette correction est d'ailleurs le plus souvent négligeable, sauf si le gradient  $\partial T/\partial y$  est important.

🎵 Une petite remarque au passage : la validité de beaucoup de corrélations est donnée pour  $Pr > 0,5$ . Cette limite de 0,5 est un peu artificielle, étant donné qu'on ne connaît aucun fluide dont le nombre de Prandtl soit compris entre 0,5 et 0,66 (qui est le  $Pr$  minimum de l'air, voir « Données numériques », à la fin de l'ouvrage).

#### 4.2.1.2. – TUBES DE SECTION CIRCULAIRE

Les paramètres de référence sont ici :  $L^\circ = d$  (diamètre intérieur du tube),  $V^\circ =$  vitesse débitante  $V$  (vitesse de mélange, FEMM, § 6.1.1), d'où :

$$Re = V d / \nu ; \quad Pe = Re Pr = V d / a ; \quad St = h / \rho C_p V \quad (4.13)$$

♣ Dans les conditions courantes rencontrées avec les échangeurs, qui correspondent à  $\varphi_p \cong cte$ , la corrélation de **Sieder et Tate** (1936) donne des ordres de grandeur corrects :

$Re < 2100 ; \quad Pr > 0,5 ; \quad \mu/\mu_p < 10 ; \quad L/d < 0,08 Pe$
$St = 1,86 Pe^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{L}{d}\right)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$
$L =$ longueur du tube $St, Pe$ et $\mu$ à la température moyenne de mélange

(4.14)

◆ Cependant, pour des *tubes longs*, où le régime dynamique peut être considéré comme établi, et en admettant toujours un flux pariétal  $\varphi_p \cong cte$ ,  $St$  tend vers une limite :

$L/d > 0,08 Pe$
$St = \frac{4,36}{Pe} \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$

(4.15)

♥ Lorsqu'il se produit un *changement de phase à l'extérieur des tubes* (évaporateurs, condenseurs), on admet  $T_p \cong cte$ . Par rapport au cas précédent, la valeur de  $St$  est alors légèrement inférieure.

(4.16a)

Avec des tubes courts, on pourra reprendre (4.14)  
en remplaçant le coefficient 1,86 par **1,61**

Si les tubes sont assez longs, il existe là encore une valeur limite :

(4.16b)

$$L/d > 0,08 Pe$$

$$St = \frac{3,66}{Pe} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}$$

♠ Il est toujours utile d'avoir en tête un **ordre de grandeur** des valeurs numériques à calculer. Ici,  $St$  se situe en gros dans la fourchette  $[1.10^{-4}; 4.10^{-2}]$ .

#### 4.2.1.3. – CONDUITS DE SECTION RECTANGULAIRE PLATE

La section du tube est notée  $2b \times l$  ;  $L^\circ = D_h$  diamètre hydraulique (FEMM, §.6.6.1.5) :

$$D_h = \frac{4bl}{l + 2b} \cong 4b \quad \text{si } b \ll l$$

$V^\circ$  = vitesse débitante  $V$  (FEMM, § 6.1.1). D'où :

$$Re = V D_h / \nu ; \quad Pe = Re Pr = V D_h / a ; \quad St = h / \rho C_p V$$

♣ Dans les conditions courantes d'utilisation, où l'on peut admettre l'approximation  $\varphi_p \cong cte$ ,  $St$  se calcule ainsi pour un conduit de longueur  $L$  :

(4.18)

$$Re < 2500 ; \quad Pr > 0,5 ; \quad \mu / \mu_p < 10 ; \quad L / D_h < 0,014 Pe$$

$$St = 3,55 Pe^{-\frac{2}{3}} \left( \frac{L}{D_h} \right)^{-\frac{1}{3}} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}$$

$St, Pe$  et  $\mu$  à la température moyenne de mélange

◆ Dans les mêmes conditions, pour des tubes longs, la limite de  $St$  est :

(4.19)

$$L / D_h > 0,014 Pe$$

$$St = \frac{8,23}{Pe} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}$$

♥ S'il y a *changement de phase à l'extérieur du conduit*, la condition à la limite devient  $T_p \cong cte$ . Dans ce cas, et toujours pour un tube assez long, on a :



$L/D_h > 0,014 Pe$
$St = \frac{7,54}{Pe} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}$

(4.20)

## 4.2.2. – Écoulements turbulents

### 4.2.2.1. – OÙ L'ON REPARLE DE THERMODÉPENDANCE

En régime turbulent, l'essentiel du transport de chaleur est assuré par la composante fluctuante de la vitesse dans la direction perpendiculaire à celle de la paroi (FEMM, Ch. 3). La viscosité turbulente  $\nu_t$  et la diffusivité turbulente  $a_t$  étant peu sensibles aux variations des propriétés physiques du fluide, les effets de la thermodépendance sont donc perceptibles essentiellement dans la zone de paroi, là justement où  $\nu_t$  et  $a_t$  tendent vers zéro, alors qu'en régime laminaire ils se répercutaient dans l'ensemble de la veine fluide. A ceci près, ils sont qualitativement de même nature. En outre, dans la mesure où  $\lambda$  et  $C_p$  sont peu tributaires de la température, la modification du profil de vitesse dans la couche limite interne repose essentiellement sur les variations de  $\mu$ .

Avec les liquides,  $\mu$  varie en sens contraire de  $T$ , et de façon notable. Si le fluide qui circule dans un tube est le fluide froid, on a  $T_p > T_m$  d'où  $\mu_p < \mu$  : la couche limite devient plus mince que dans l'écoulement isotherme, sa résistance thermique diminue, et  $h$  augmente. Le contraire se produit si c'est le fluide chaud qui transite à l'intérieur d'un tube.

Le comportement des gaz est inversé puisque  $\mu$  varie dans le même sens que  $T$ , mais l'effet est moins marqué (de l'ordre de quelques pour cent) excepté si les gradients de température sont très élevés.

En ce qui concerne la prise en compte du phénomène dans l'expression de  $St$ , on rencontre plusieurs écoles qui différencient les effets de la thermodépendance soit par l'exposant du nombre de Prandtl (puisque  $Pr$  varie comme  $\mu$ ), soit par un ajustement en  $(\mu/\mu_p)^{0,14}$  (comme en laminaire), soit encore par un coefficient multiplicateur, ou enfin par l'intervention de la température de film  $T_F$  comme température de référence. Devant cette diversité, on ne peut que rappeler les remarques et les réserves faites en début de chapitre.

Il convient cependant de signaler que deux procédures de correction se dégagent de cet ensemble :

- soit on affecte  $Pr$  de l'exposant  $-2/3$  dans le nombre de Stanton, avec  $T_F$  comme température de référence
- soit on écrit  $Pr^{-0,6}$  pour le fluide froid et  $Pr^{-0,7}$  pour le fluide chaud, avec  $T_m$  comme température de référence.

Nous avons sélectionné quelques règles qui conviennent pour la plupart des calculs d'ingénierie, et qui font appel à la seconde procédure : ceci offre un léger avantage, en dispensant de faire *a priori* une estimation de la température moyenne de paroi  $T_p$ , souvent

mal connue, puisqu'on a seulement besoin d'une estimation de la température de mélange  $T_m$ . Une exception sera faite malgré tout pour les écoulements de gaz à forts gradients thermiques pariétaux, où  $T_F$  paraît plus représentative.

Signalons enfin, avant de passer aux formules, que *les valeurs numériques de St* sont ici, comme en laminaire, de l'ordre de  $10^{-4}$  à  $10^{-2}$ .

#### 4.2.2.2. – TUBES CIRCULAIRES LONGS ET LISSES

Pour la définition du régime hydrauliquement lisse, on se reportera à FEMM, Ch.6 ; les grandeurs de référence ont été précisées au § 4.2.1.2.

♣ L'écart de température  $T_p - T_m$  n'est pas trop grand ( $\leq 400^\circ\text{C}$ )

On peut conseiller les corrélations suivantes (*Dittus – Boelter*)

(4.21)

$Pr \geq 0,66 ; Re < 10^5 ; L/d > 60$
Fluide froid : $St_f = 0,023 Re^{-0,2} Pr^{-0,6}$
Fluide chaud : $St_c = 0,023 Re^{-0,2} Pr^{-0,7}$
$Re$ et $Pr$ à la température moyenne de mélange $T_m$

◆ L'écart  $T_p - T_m$  est élevé ( $\geq 400^\circ\text{C}$ )

(4.22)

Mêmes formules (4.21) mais avec $Re$ et $Pr$ évalués à la température moyenne de film $T_F$
---

#### 4.2.2.3. – TUBES CIRCULAIRES LONGS ET RUGUEUX

En régime hydrauliquement rugueux (FEMM, Ch.6), les transferts sont accrus ; le coefficient d'échange  $h$  est donc plus élevé que lorsque la paroi est lisse.

*Sous les mêmes conditions qu'au paragraphe précédent (sauf  $Re \geq 10^5$ ), on prendra :*

Fluide froid : $St_f = \frac{1}{2} C_f Pr^{-0,6}$
Fluide chaud : $St_c = \frac{1}{2} C_f Pr^{-0,7}$
$C_f$ = coefficient de frottement donné par FEMM (7.10) (formule de Colebrook):
$\frac{1}{\sqrt{C_f/2}} = -2,5 \operatorname{Ln} \left( 0,285 \frac{\varepsilon}{d} + \frac{0,883}{Re \sqrt{C_f/2}} \right)$
$\varepsilon$ = rugosité de la paroi (hauteur moyenne des aspérités)

(4.23)

#### 4.2.2.4. – TUBES CIRCULAIRES COURTS

Vers l'entrée d'un tube, l'établissement du régime dynamique a pour corollaire une augmentation du coefficient  $h$ . En première approximation, on pourra tenir compte de cette propriété par la correction  $C(L/d)$  suivante :

(4.24)

	$L/d < 60 ; St = St_{\infty} C(L/d)$							
$L/d$	5	10	15	20	30	40	50	60
$C(L/d)$	1,32	1,2	1,15	1,12	1,09	1,06	1,03	1
	$St_{\infty}$ calculé pour un tube long							

#### 4.2.2.5. – TUBES CORRUGUÉS (OU ANNELÉS)

Les tubes corrugués sont obtenus par moletage d'un tube lisse. Les sillons ont pour effet de créer une turbulence et d'accroître le transfert thermique. En contrepartie, les pertes de charge sont également accrues (FEMM, Ch.7).

Les notations sont les suivantes (fig. 4.1) : pour les corrugations,  $pas = l$  ; hauteur =  $e$  ; pour le tube, diamètre intérieur =  $d$ .

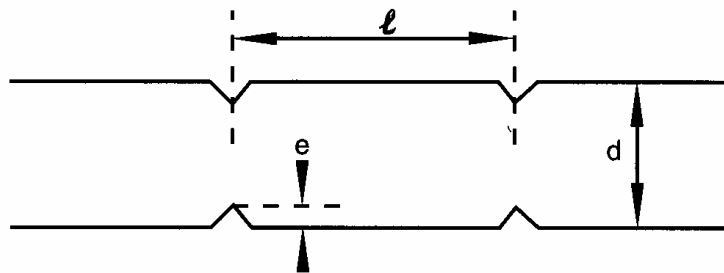


FIG. 4.1. – Exemple de tube corrugué.

Nous proposons, d'après Goth, Feidt et coll. :

(4.25)

$10^4 < Re < 7.10^4 ; 7 < l/e < 14 ; 0,05 < e/d < 0,11$ fluide : eau ; tube long (régime établi)
$St = \frac{Pr^{\alpha}}{Re} \left( \frac{Re}{112 \left[ 1 - \exp\left(-0,22 \frac{l}{e}\right) \right]} \right)^{0,8} \left[ 1 + 0,2 \exp\left(-\frac{l}{20e}\right) \right]$
fluide froid : $\alpha = -0,6$ ; fluide chaud : $\alpha = -0,7$ $St, Re$ et $Pr$ évalués à $T_m$

Lorsque  $e/l \rightarrow 0$ , on retrouve les formules (4.21) de Dittus et Boelter relatives au tube lisse.

#### 4.2.2.6. – SECTIONS NON CIRCULAIRES

A condition d'utiliser pour longueur de référence  $L^\circ$  le diamètre hydraulique  $D_h$  (par exemple  $D_h = 4b$  pour la section rectangulaire plate, voir § 4.2.1.3), il est raisonnable d'utiliser les corrélations (4.21) à (4.24) dans les sections non circulaires. La marge d'incertitude sera un peu plus élevée mais les ordres de grandeur obtenus resteront corrects.

#### 4.2.3. – Régimes de transition

Dans un avant-projet, lorsqu'on se trouve dans la situation où  $Re_c < Re < 10^4$  (pour la section circulaire  $Re_c \approx 2200$ , pour les autres sections  $\approx 2500$ ), le plus simple consiste à interpoler entre  $St(Re = 10^4)$  calculé en régime turbulent et  $St(Re = Re_c)$  calculé en régime laminaire.

Pour des tubes circulaires, la corrélation de Hausen offre une garantie supplémentaire :

$$2200 < Re < 10000 ; \quad Pr > 0,66 \quad (4.26)$$

$$St = \frac{0,116}{Re} (Re^{2/3} - 125) Pr^{-2/3} \left[ 1 + \left( \frac{d}{L} \right)^{2/3} \right] \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}$$

$\mu$ à la température moyenne de mélange
$\mu_p$ à la température moyenne de paroi

### 4.3. – COEFFICIENTS D'ÉCHANGE EXTERNES

On range dans la catégorie « échange externe » le transfert de chaleur à la paroi extérieure des tubes. Cette dénomination concerne donc en particulier les écoulements autour des faisceaux de tubes, mais aussi l'échange à la périphérie du tube central dans un espace annulaire (§ 4.4).

#### 4.3.1. – Échangeurs tubulaires à courants croisés

Il s'agit d'échangeurs dans lesquels l'écoulement autour des tubes est sensiblement perpendiculaire au faisceau de tubes. Cette disposition concerne soit des échangeurs assez courts, soit encore des échangeurs à chicanes (§ 4.3.3).

##### 4.3.1.1. – GÉOMÉTRIE D'UN FAISCEAU

Le faisceau peut être *en ligne* (fig. 4.2) ou *en quinconce* (fig. 4.3).

♣ Dans un faisceau *en ligne*, les tubes sont disposés suivant un pas rectangulaire qui peut être en particulier un pas carré.

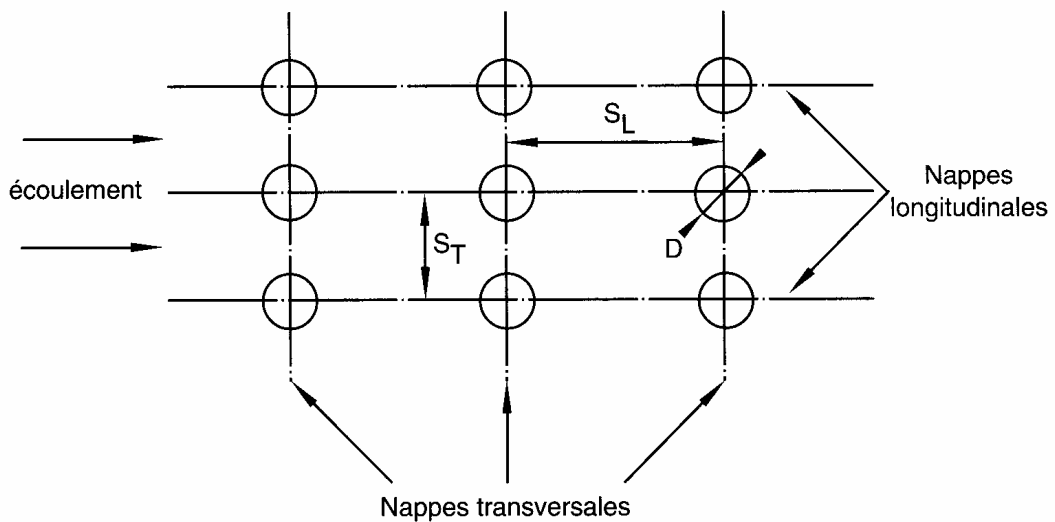


FIG. 4.2. – *Faisceau en ligne*

◆ Le faisceau est *en quinconce* si les tubes sont placés aux sommets de triangles isocèles : on dit alors que le pas est triangulaire (avec en cas particulier le pas triangulaire équilatéral).

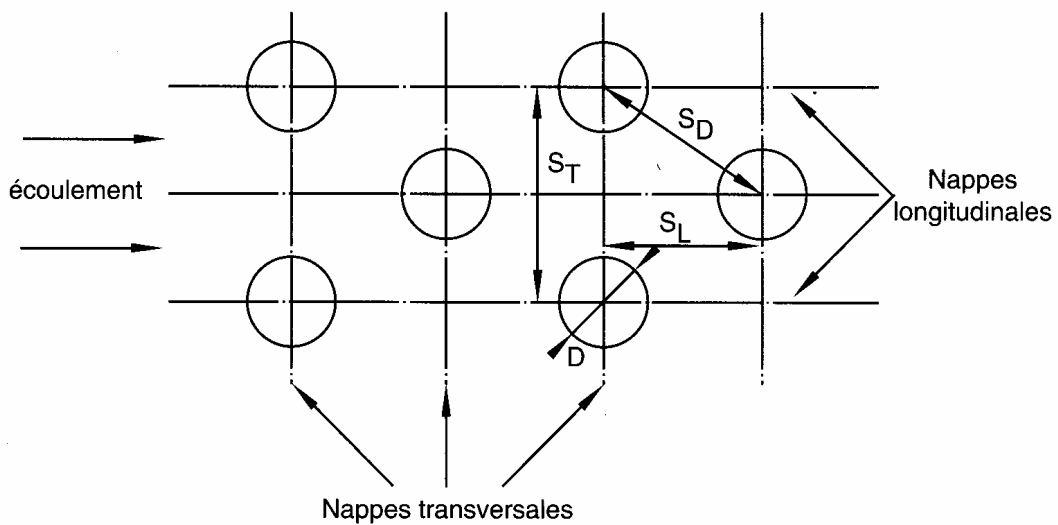


FIG. 4.3 – *Faisceau en quinconce*

♥ Paramètres caractéristiques

Les grandeurs représentatives de la géométrie d'un faisceau sont répertoriées ci-dessous :

$D$  = diamètre *extérieur* des tubes

$S_L$  = pas longitudinal (entre-axes dans le sens de l'écoulement)

$S_T$  = pas transversal (entre-axes perpendiculairement à l'écoulement)

$S_D$  = pas diagonal (pour un faisceau en quinconce)

$$e_L^+ = \frac{S_L}{D} ; \quad e_T^+ = \frac{S_T}{D} ; \quad e_D^+ = \frac{S_D}{D} : \text{ pas adimensionnés (ou relatifs)}$$

$L$  = longueur du faisceau

$N_L$  = nombre de nappes longitudinales (rangées de tubes parallèles à l'écoulement)

$N_T$  = nombre de nappes transversales (rangées de tubes perpendiculaires à l'écoulement).

⚠ Le nombre de tubes d'une nappe transversale est donc égal au nombre  $N_L$  de nappes longitudinales.

N.B. Dans un faisceau en quinconce,  $S_T$  vaut deux fois la distance entre deux nappes longitudinales.

⚠ La notation  $S_L$ ,  $S_T$ ,  $S_D$  est usuelle mais pas très heureuse : ces grandeurs ne sont pas ici des sections mais des longueurs ; ainsi, la section de passage transversale entre deux tubes est  $(S_L - D)L$ .

#### 4.3.1.2. – GRANDEURS DE RÉFÉRENCE

On choisit pour *longueur de référence* conventionnelle de l'écoulement dans le faisceau le *diamètre extérieur des tubes* :

$$L^\circ = D \quad (4.27a)$$

Comme *vitesse de référence*  $V^\circ$ , nous adopterons la *vitesse débitante frontale dans la calandre vide*, les tubes étant supposés ôtés ; soit, en appelant  $S^\circ$  la *section droite de la calandre* :

$$V^\circ = \frac{q_m}{\rho S^\circ} = \frac{q}{S^\circ} \quad (4.27b)$$

On a donc en particulier ici :

$$Re = \frac{V^\circ D}{\nu} = \frac{q_m D}{\mu S^\circ} \quad \text{et} \quad St = \frac{h}{\rho C_p V^\circ} = \frac{h S^\circ}{q_m C_p} \quad (4.27c)$$

ou encore (§ 4.1.5. ♣) :

$$Re = \frac{GD}{\mu} \quad \text{et} \quad St = \frac{h}{G C_p} \quad \text{avec} \quad G = \rho V^\circ \quad (4.27d)$$

#### 4.3.1.3. – CALCUL DU COEFFICIENT MOYEN D'ÉCHANGE

Pour le calcul de  $St$ , puis de  $h$ , nous retiendrons les formules suivantes (Boissier et al., 1971), construites avec les grandeurs conventionnelles que nous venons de définir, *et en particulier avec la vitesse (4.27b)*. Elles sont valables dans une large gamme de nombres de Reynolds, car les sinuosités dans le parcours du fluide engendrent un brassage qui s'apparente à un mouvement turbulent, même pour les faibles valeurs de  $Re$  (c'est en ce sens que nous avons parlé au paragraphe 3.4.3 de *fluide brassé*). La distinction laminaire – turbulent n'a donc pas lieu d'être envisagée, et la température  $T_\infty$  peut être identifiée à la température de mélange  $T_m$  (§ 4.1.3).

♣ *Faisceau en ligne*

$Pr > 0,66 ; 10^2 < Re < 2.10^5 ; N_T \geq 10$
$St = 0,023 \left\{ 1 + 6,2 \left( \frac{e_T^+ + 0,90}{e_T^+ - 0,98} \right)^{0,6} (e_L^+)^{-0,2} \right\} Re^{-0,32} Pr^\alpha$
$St, Re$ et $Pr$ à la température moyenne de mélange $T_m$ Fluide froid : $\alpha = -0,6$ ; fluide chaud : $\alpha = -0,7$

(4.28)

◆ *Faisceau en quinconce*

On est amené ici à introduire un paramètre adimensionnel supplémentaire :

$$\Psi = \frac{e_T^+ - 1}{2(e_D^+ - 1)} = \frac{e_T^+ - 1}{2 \left\{ \sqrt{\left( \frac{1}{2} e_T^+ \right)^2 + (e_L^+)^2} - 1 \right\}} \quad (4.29a)$$

La valeur de  $\Psi$  est représentative de l'endroit où le fluide franchit sa *section minimale de passage*. En effet, après avoir traversé l'espace  $(S_T - D)$  entre deux tubes d'une nappe transversale, le fluide doit contourner un tube de la nappe suivante, et donc traverser deux espaces de largeur  $(S_D - D)$  (fig. 4.3). Selon que le plus étroit de ces passages est le premier ou le second, on a  $(S_T - D) < 2(S_D - D)$  ou  $(S_T - D) > 2(S_D - D)$ , c'est-à-dire  $\Psi < 1$  ou  $\Psi > 1$ . Dans le premier cas, la situation est comparable à celle d'un faisceau en ligne. Au contraire, dans le second, l'expérience montre que  $\Psi$  joue un rôle significatif dans l'expression de  $St$ .

$Pr > 0,66 ; 10^2 < Re < 2.10^5 ; N_T \geq 10$
Si $\Psi \leq 1$ :
$St = 0,023 \left\{ 1 + \left( \frac{29 e_T^+}{e_T^+ - 1} - 1 \right)^{0,66} \right\} Re^{-0,346} Pr^\alpha$
Si $\Psi > 1$ :
$St = 0,023 \left\{ 1 + \left( \frac{29 \Psi^{1,2} e_T^+}{e_T^+ - 1} - 1 \right)^{0,66} \right\} Re^{-0,346} Pr^\alpha$
$St, Re$ et $Pr$ évalués dans les deux cas à la température moyenne de mélange $T_m$ Fluide froid : $\alpha = -0,6$ ; fluide chaud : $\alpha = -0,7$

(4.29b)

♪ Dans le cas particulier d'un *faisceau triangulaire équilatéral*, on a  $\Psi = 0,5$ .

♥ *Cas des faisceaux peu épais*

Les formules précédentes sont valables pour un nombre  $N_T$  de nappes transversales au moins égal à 10, le régime dynamique étant alors considéré comme établi. Pour  $N_T < 10$ , le brassage est moins important, ce qui se traduit par une légère détérioration du coefficient d'échange. Il y a lieu alors de multiplier  $St$  par un terme correctif  $C < 1$  (Tableau 4.1) :

$$St(N_T < 10) = C \cdot St(N_T \geq 10) \quad (4.30)$$

$N_T$	2	3	4	6	8	10
en quinconce	0,74	0,82	0,88	0,94	0,98	1
en ligne	0,80	0,87	0,90	0,94	0,98	1

Tableau 4.1 - Terme correctif  $C$  pour  $N_T < 10$  (relation 4.30)

4.3.1.4. – COMMENTAIRES

♣ Avec des écarts de température  $T_c - T_f$  importants, il est préférable d'évaluer  $Re$  et  $Pr$  à la température moyenne de film  $T_F$  (4.4 et 4.11).

◆ On cite souvent pour le calcul de  $St$  la *formule de Grimison*, ou sa version généralisée (Incropera).

⚠ Cette formule est construite sur une autre vitesse de référence qui est la vitesse dans la plus petite section de passage entre deux tubes, et non la vitesse  $V^\circ$  définie par (4.27b) (de même d'ailleurs que les expressions donnant les pertes de charge : voir FEMM, Ch. 7). Son inconvénient est de faire intervenir des coefficients tabulés, alors que (4.28) et (4.29b) sont complètement analytiques.

♥ En toute rigueur, les expressions ((4.28) et (4.29b) ont été établies pour des gaz. La comparaison avec d'autres formules au champ d'application plus large (telle que la formule générale de Grimison) montre une bonne concordance dans le cas des liquides. On peut donc leur attribuer une validité assez étendue.

♠ Lorsque la section  $S^\circ$  de la calandre n'est pas constante dans le sens de l'écoulement, on est condamné à prendre une section moyenne ou conventionnelle pour définir la vitesse de référence  $V^\circ$ . Les résultats devront être considérés avec les précautions d'usage.

4.3.1.5. – À PROPOS DE LA LONGUEUR DE RÉFÉRENCE  $L^\circ$

Dans les formules citées (4.28 et 4.29b) aussi bien que dans la formule de Grimison, la longueur de référence choisie est le diamètre extérieur  $D$  des tubes.

⚠ Si l'on raisonne en termes de similitude, ce choix est inadapté. En effet, la grandeur significative de l'écoulement est la longueur caractéristique  $L_c$  définie par  $L_c = (\text{volume de la veine fluide}) / (\text{surface latérale})$ , ou encore, conformément à l'usage, le diamètre hydraulique  $D_h = 4 L_c$  (FEMM, § 2.A.4 et 6.6.1). Cette longueur  $L_c$  est d'ailleurs la même



pour un écoulement parallèle aux tubes (§ 4.3.2) ; en plus de  $D$ , elle fait intervenir les pas  $S_L$  et  $S_T$ .

Très peu d'auteurs retiennent  $D_h$  comme grandeur de référence. Ceci n'a pas de conséquences lorsqu'on veut simplement bâtir des grandeurs sans dimension. Mais il faut bien voir que, avec  $L^\circ \neq D_h$ ,  $Re$  et  $St$  perdent leur signification de critères de similitude.

#### 4.3.1.6. – QUEL FAISCEAU CHOISIR : EN LIGNE OU EN QUINCONCE ?

Le choix d'une géométrie peut évidemment dépendre de contraintes de fabrication. Au point de vue thermique, le faisceau en quinconce assure un coefficient de transfert plus élevé (approximativement 10% de plus que le faisceau en ligne) en raison du meilleur brassage du fluide, avec une distribution de température à la périphérie de chaque tube un peu plus uniforme que dans le faisceau en ligne. Mais en contrepartie les pertes de charge sont majorées (FEMM, § 7.3.4).

#### 4.3.2. – Échangeurs tubulaires à courants parallèles

On rencontre occasionnellement des échangeurs tubulaires dans lesquels l'écoulement en calandre est sensiblement parallèle aux tubes, et qui se rangent donc dans les catégories « co-courant pur » ou « contre-courant pur » (fig. 4.4). Il y a lieu alors d'adapter les grandeurs de référence  $L^\circ$  et  $V^\circ$ .

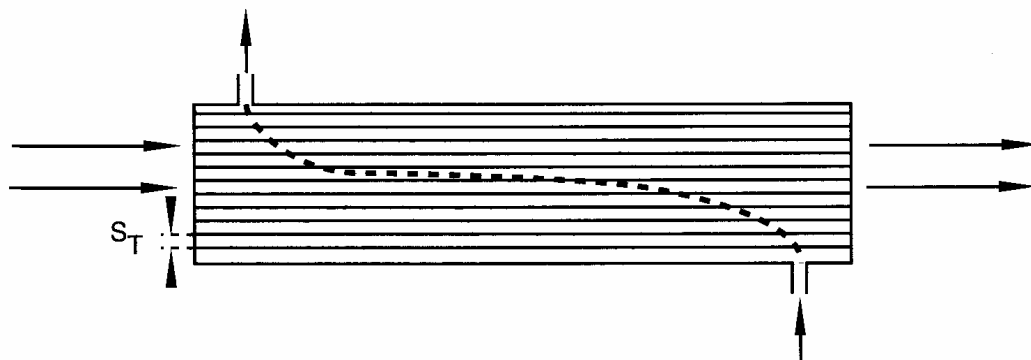


FIG. 4.4. – Échangeur tubulaire à courants parallèles

La vitesse  $V^\circ$  est logiquement la vitesse débitante de l'écoulement en calandre. La section  $S$  de veine fluide à prendre en compte est évidemment :

$$S = \text{section calandre } S^\circ - \left( \text{nombre de tubes} \times \frac{\pi D^2}{4} \right) \quad (4.31a)$$

Pour  $L^\circ$ , on doit prendre la longueur caractéristique de l'écoulement, qui est dans tous les cas (FEMM, § 6.6.1):

$$L_c = \text{volume de fluide} / \text{surface des parois} \quad (4.31b)$$

ou encore le diamètre hydraulique  $D_h = 4 L_c$ .

⚠ À cet égard, il faut souligner fortement que la définition de  $L_c$  est indépendante de la direction de l'écoulement en calandre, et que  $D_h$  est donc le même si l'écoulement est perpendiculaire au faisceau de tubes (§ 4.3.1.5).

Dans le calcul de  $D_h$ , on néglige toujours la surface intérieure de la calandre, ce qui est parfois discutable. Alors le volume de fluide associé à un tube est un prisme dont la section est un rectangle (faisceau en ligne, fig. 4.5) ou un losange (faisceau en quinconce, fig. 4.6) moins la section du tube.

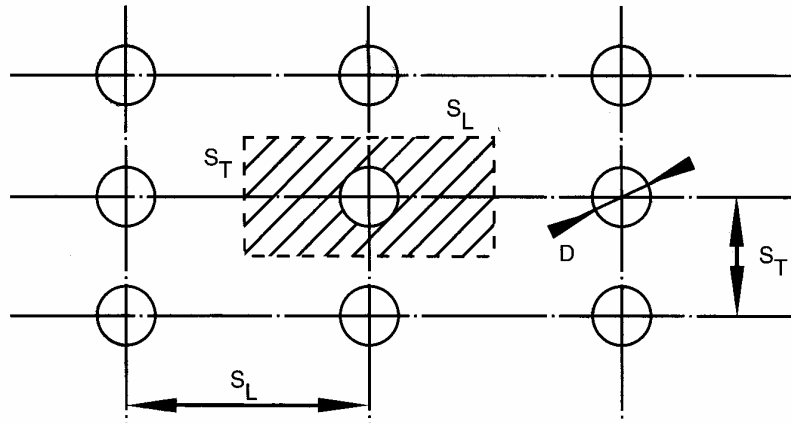


FIG. 4.5. – Section de veine fluide associée à un tube. Faisceau en ligne.

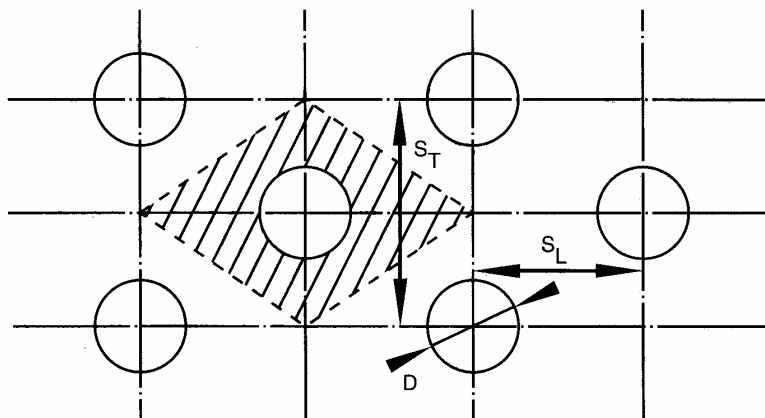


FIG. 4.6. - Section de veine fluide associée à un tube. Faisceau en quinconce.

En raisonnant sur une tranche du faisceau de longueur unité, on a donc :

$$L^{\circ} = D_h = \frac{4 \times \text{section hachurée}}{\pi D}$$

soit pour le faisceau en ligne :

$$D_h = \frac{4 (S_T S_L - \pi D^2 / 4)}{\pi D}$$

et pour le faisceau en quinconce :

$$D_h = \frac{4 \left( \frac{1}{2} S_T \times 2 S_L - \frac{\pi D^2}{4} \right)}{\pi D}$$

Ainsi, l'expression de  $D_h$  est la même dans les deux cas :

$$\boxed{D_h = 4 \frac{S_T S_L}{\pi D} - D} \quad (4.31c)$$

⚠ *mais attention* (voir fig. 4.5 et 4.6) :  $S_T$  n'a pas la même définition pour les deux géométries !

En construisant  $Re$  et  $St$  sur  $V^\circ$  et  $D_h$ , on obtiendra le coefficient d'échange côté calandre au moyen de la corrélation proposée par Mahfoud et al. :

$$\begin{array}{|c|} \hline 5.10^3 < Re < 10^5 \\ \hline St = 0,026 Re^{-0,18} Pr^\alpha \\ \hline St, Re \text{ et } Pr \text{ à } T_m \\ \hline \text{Fluide froid : } \alpha = -0,6 \text{ ; fluide chaud : } \alpha = -0,7 \\ \hline \end{array} \quad (4.32)$$

En ce qui concerne la *perte de charge* en calandre, les mêmes auteurs proposent :

$$\frac{1}{2} C_f = 0,030 Re^{-0,2} \quad (4.33)$$

ou

$$A = 4 C_f = 0,24 Re^{-0,2}$$

$A$  étant le coefficient classique de perte de charge (FEMM, 6.133).

### 4.3.3. – Échangeurs à faisceau de tubes et chicanes

#### 4.3.3.1. – RÔLE DES CHICANES

Dans beaucoup d'échangeurs tubulaires, le mouvement du fluide autour du faisceau est modifié grâce à la présence de plaques perpendiculaires aux tubes, qui obturent partiellement la section de la calandre (fig. 4.7).

Ces chicanes ont un triple rôle :

- faire circuler le fluide presque perpendiculairement au faisceau de tubes
- allonger le temps de séjour du fluide dans la calandre
- augmenter la turbulence,

toutes choses qui accroissent le flux de chaleur transféré.

Elles présentent cependant l'inconvénient d'augmenter les pertes de charge dans la calandre, et par conséquent la consommation d'énergie nécessaire pour faire circuler le fluide.

Désignons par «  $l$  » l'espacement des chicanes et par «  $f$  » la hauteur de la fenêtre laissée libre pour le fluide au droit de chaque chicane. Si  $D_c$  est le diamètre de la calandre (ou sa hauteur lorsqu'elle est de section rectangulaire), le meilleur compromis pour la disposition des chicanes paraît être :

$$\frac{l}{f} \cong 1 ; \quad \frac{f}{D_c} \cong 0,25 \text{ à } 0,3$$

Les chicanes normalisées correspondent à  $l/f = 1$  et  $f/D_c = 0,25$ .

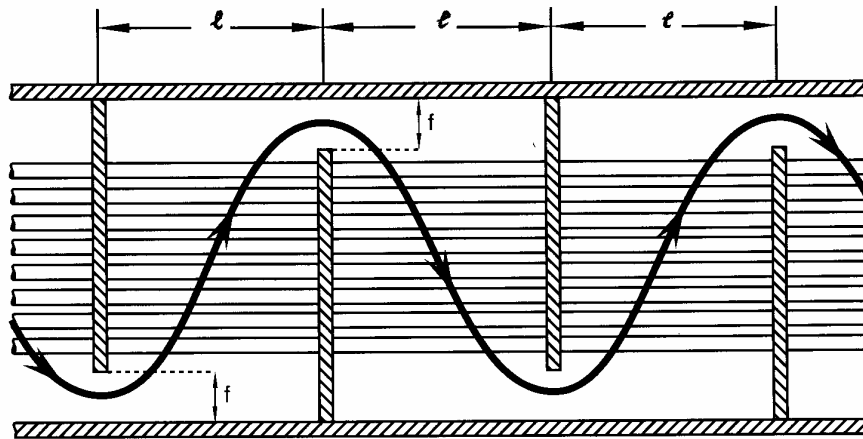


FIG. 4.7. – Échangeur à faisceau de tubes et chicanes

Dans la calandre, il y aura inévitablement un certain passage de fluide à travers les chicanes par les petits espaces qui subsistent autour des tubes et en bordure de calandre : une étanchéité parfaite n'est pas réalisable, ni même souhaitable car l'effet de ces court-circuits est plutôt bénéfique dans la mesure où ils provoquent localement une élévation du coefficient d'échange.

Les données numériques relatives au transfert de chaleur prennent en compte cet aspect du problème, soit de façon fine, soit sur des bases moyennes.

#### 4.3.3.2. – ÉVALUATION DU COEFFICIENT D'ÉCHANGE CÔTÉ CALANDRE

♣ Nous donnons ci-dessous des estimations du nombre de Stanton relatives à deux situations courantes : pas carré (faisceau en ligne) ou pas triangulaire équilatéral (faisceau en quinconce). Elles sont tirées des abaques publiés (*abaque* est un nom masculin) par Tinker. Des données plus complètes se trouvent dans les ouvrages de Kakaç ou Fraas.

Pour les deux cas :

- 1) la longueur de référence  $L^\circ$  est le diamètre extérieur des tubes  $D$
- 2) la vitesse de référence  $V^\circ$  est la vitesse entre deux rangées de tubes (*dans la section minimale de passage  $S_{min}$* , voir § 4.3.1.3 ♦ et § 4.3.1.4).
- 3) le nombre de Reynolds, noté  $Re_h$ , est affecté de coefficients correcteurs tenant compte de la géométrie du chicanage :

$$Re_h = \frac{V^\circ D}{\nu} \frac{F_h}{M} \quad \text{avec} \quad F_h = \frac{1}{1 + N_h \sqrt{D_c / S_T}} \quad (4.34)$$

$N_h$  et  $M$  sont fournis numériquement.

4)  $St$ ,  $Re_h$  et  $Pr$  sont calculés à la température moyenne de mélange  $T_m$ .

◆ *Faisceau à pas carré* ( $S_T = S_L$ )

$30 < Re_h < 10^4$
$St = 0,235 Re_h^{-0,37} Pr^\alpha$
Fluide froid : $\alpha = -0,6$ ; fluide chaud : $\alpha = -0,7$

(4.35a)

$M = 0,96$

$N_h$  est donné dans le tableau 4.2.

$\frac{D_c}{l}$	$\frac{f}{D_c}$	$S_T/D$	$S_T/D$	$S_T/D$	$S_T/D$
		1,25	1,30	1,40	1,50
		$N_h$	$N_h$	$N_h$	$N_h$
1	0,46	0,36	0,29	0,21	0,17
1,5	0,34	0,42	0,33	0,25	0,19
2	0,25	0,50	0,40	0,29	0,24
3	0,20	0,63	0,51	0,36	0,30
4	0,16	0,77	0,63	0,45	0,37

Tableau 4.2. – *Faisceau à pas carré. Coefficient correctif  $N_h$*

♥ *Faisceau à pas triangulaire équilatéral* ( $S_T = S_D$ , fig. 4.3)

$30 < Re_h < 10^4$
$St = 0,16 Re_h^{-0,21} Pr^\alpha$
Fluide froid : $\alpha = -0,6$ ; fluide chaud : $\alpha = -0,7$

(4.35b)

$M = 0,88$

$N_h$  est donné dans le tableau 4.3.

$\frac{D_c}{l}$	$\frac{f}{D_c}$	$S_T/D$	$S_T/D$	$S_T/D$	$S_T/D$
		1,25	1,30	1,40	1,50
		$N_h$	$N_h$	$N_h$	$N_h$
1	0,46	0,37	0,30	0,21	0,17
1,5	0,34	0,45	0,36	0,26	0,20
2	0,25	0,54	0,43	0,31	0,25
3	0,20	0,70	0,54	0,40	0,31
4	0,16	0,86	0,68	0,50	0,39

Tableau 4.3. – Faisceau triangulaire équilatéral. Coefficient correctif  $N_h$

#### 4.3.4. – Échangeurs à tubes ailetés

##### 4.3.4.1. – EFFICACITÉ D'UNE AILETTE

Les ailettes qui peuvent être disposées à la périphérie des tubes (ou sur des plaques) ont pour objet d'accroître la surface d'échange.

Cependant, en raison du gradient de température qui existe dans l'ailette, un mètre carré d'ailette n'est pas équivalent à un mètre carré de paroi. On est alors conduit à caractériser globalement une « efficacité de l'ailette ».

Procédons à l'appel des grandeurs suivantes :

$\varphi_a$  = densité moyenne de flux à la surface d'une ailette

$h$  = coefficient moyen de convection à la surface d'une ailette

$\varphi_{max}$  = densité moyenne de flux à la surface pour une ailette de température uniforme égale à la température  $T_p$  de la paroi (c'est-à-dire une ailette de conductivité infinie)

$T_m$  = température de mélange du fluide au niveau de l'ailette considérée

On a, bien entendu :

$$\varphi_{max} = h (T_p - T_m) \quad (4.36a)$$

Notons de plus :

$\Sigma_a$  = surface totale d'une ailette (incluant les deux faces)

$\Sigma_L$  = surface latérale de la paroi entre deux ailettes (température  $T_p$ )

Le flux total transféré par la paroi ailetée a donc pour valeur, en considérant le tronçon associé à une ailette :

$$\Phi_t = \varphi_{max} \Sigma_L + \varphi_a \Sigma_a \quad (4.36b)$$

On définit « l'efficacité  $\varepsilon$  d'une ailette » par le rapport :

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\varphi_a}{\varphi_{max}}} \quad (4.37)$$

d'où :  $\varphi_a = \varepsilon \varphi_{max} \quad (\varepsilon < 1)$

et :  $\Phi_t = \varphi_{max} (\Sigma_L + \varepsilon \Sigma_a)$

soit d'après (4.36a) :

$$\boxed{\Phi_t = h (\Sigma_L + \varepsilon \Sigma_a) (T_p - T_m)} \quad (4.38)$$

Pour l'ensemble de la paroi ailetée :

$$\Phi = \Phi_t \times \text{nombre d'ailettes} \quad (4.39)$$

🎵 On notera la parenté de  $\varepsilon$  avec l'efficacité d'un échangeur (§ 3.2). Les deux concepts sont tout à fait analogues.

⚠ *Attention* : il existe un sérieux flottement dans la terminologie. En anglais,  $\varepsilon$  est appelée soit « efficiency » (Zukauskas, ...) soit « effectiveness » (Kays & Crawford, ...). Et dans certains ouvrages en français,  $\varepsilon$  porte le nom de « rendement de l'ailette », cependant que le substantif « efficacité » concerne un autre paramètre. Il sera prudent de toujours bien vérifier la définition de la grandeur utilisée.

#### 4.3.4.2. – CALCUL DE L'EFFICACITÉ POUR DES AILETTES CIRCULAIRES

Dans les traités de thermocinétique, on trouvera le calcul de  $\varepsilon$  pour des configurations variées. En pratique cependant, on se sert volontiers d'abaques donnant  $\varepsilon$  en fonction des paramètres géométriques et thermiques.

Ainsi, pour les ailettes circulaires (fig. 4.8), posons :

$D_e$  = diamètre extérieur de l'ailette

$b$  = hauteur de l'ailette =  $(D_e - D) / 2$

$e$  = épaisseur de l'ailette ;  $l$  = distance entre deux ailettes

$\lambda_a$  = conductivité thermique de l'ailette

$h$  = coefficient d'échange moyen

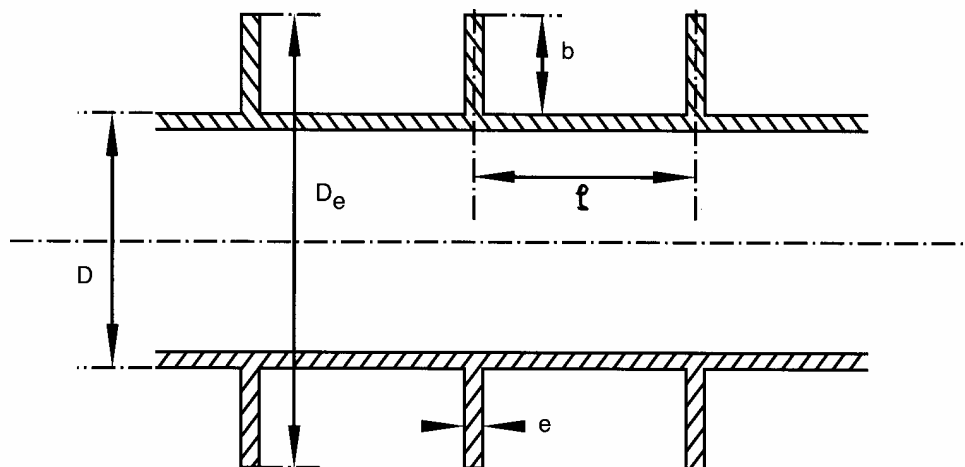


FIG. 4.8. – Coupe d'un tube aileté

Le calcul montre que  $\varepsilon$  dépend à la fois du rapport  $D_e/D$  et du groupement adimensionnel  $b(2h/\lambda_a e)^{1/2}$ , comme il apparaît sur l'abaque de la figure 4.9.

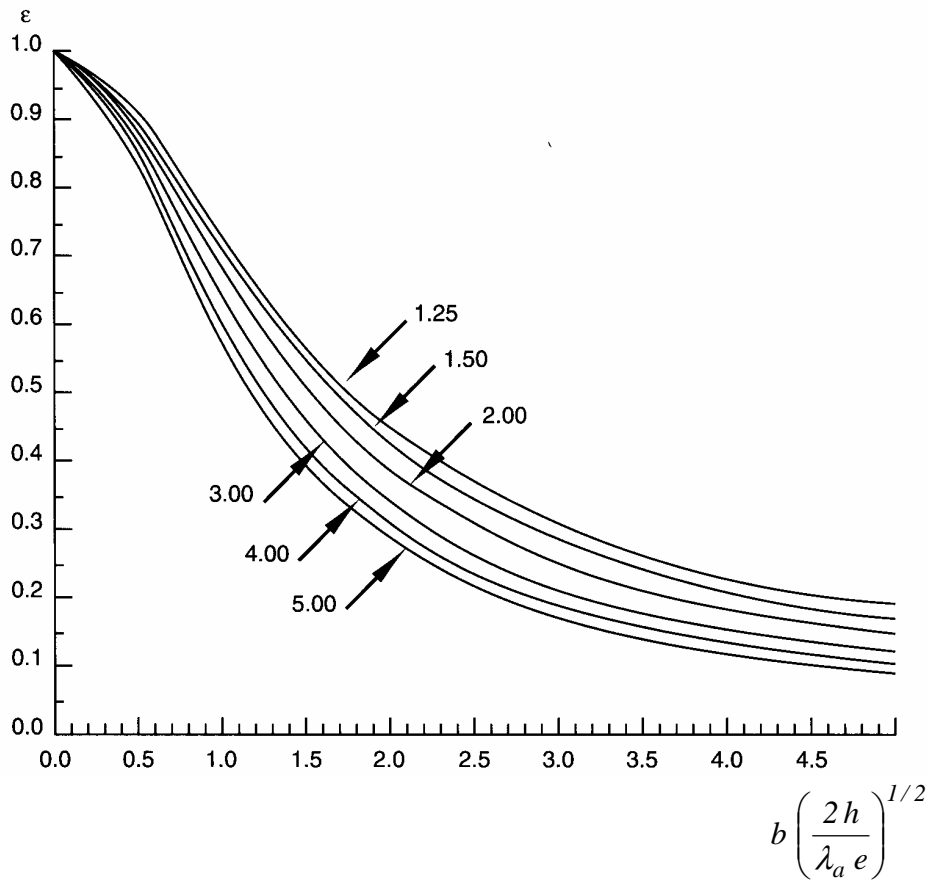


FIG. 4.9. – Efficacité d'une ailette circulaire d'épaisseur  $e$  constante, pour différentes valeurs de  $D_e/D$

#### 4.3.4.3. – ORDRE DE GRANDEUR DU COEFFICIENT $h$ MOYEN POUR DES AILETTES CIRCULAIRES

Dans un faisceau de tubes à ailettes,  $St$  dépend non seulement des paramètres géométriques du faisceau, mais encore de  $b$ ,  $l$ ,  $e$ , et  $D_e$ . Il devient donc difficile de proposer des formules générales. Nous nous limitons ici à quatre exemples (d'après Fraas) qui peuvent permettre de procéder à une première estimation numérique.

⚠ *Attention deux fois* : Dans les formules qui suivent, la vitesse de référence  $V^\circ$  est la vitesse dans la plus petite section de passage du fluide (notée  $S_{min}$  : il s'agit bien là d'une surface, et non d'une longueur comme le sont les pas  $S_L$  etc.). On a donc (cf. 4.1.5♣):

$$V^\circ = \frac{q}{S_{min}} \quad \text{ou} \quad G = \rho V^\circ = \frac{q_m}{S_{min}} \quad (4.40a)$$

$$Re = \frac{V^\circ D}{\nu} = \frac{q}{S_{min}} \frac{D}{\nu} \quad (4.40b)$$



- Pour un faisceau en ligne (fig. 4.2),  $S_{min}$  est la section transversale de passage entre les tubes, soit avec  $S^\circ$  = section de calandre et  $N_L$  = nombre de nappes longitudinales :

$$S_{min} = S^\circ - L D N_L \quad (4.40c)$$

- Pour un faisceau en quinconce (fig. 4.3), la section minimale de passage entre deux nappes correspond soit à l'intervalle transversal  $(S_T - D)/2$ , soit à l'intervalle diagonal  $(S_D - D)$ , selon la disposition des tubes. Il faudra donc comparer ces deux intervalles et calculer  $S_{min}$  cas par cas.

- Quelques exemples pour des faisceaux en quinconce

Les quatre formules données correspondent à des pas d'ailettes ( $l$ ) à peu près identiques ; elles sont valables pour :

$$900 < Re < 10^4$$

la température de référence étant la *température moyenne de mélange*.

1er cas

$S_L = 22,8 \text{ mm}$	$D = 10,6 \text{ mm}$	$e = 0,48 \text{ mm}$
$S_T = 24,7 \text{ mm}$	$D_e = 21,8 \text{ mm}$	$l = 2,90 \text{ mm}$
$St = 0,20 \mathcal{R}^{-0,385} Pr^{-2/3}$		

(4.41a)

2e cas

$S_L = 34,3 \text{ mm}$	$D = 16,4 \text{ mm}$	$e = 0,25 \text{ mm}$
$S_T = 47 \text{ mm}$	$D_e = 28,5 \text{ mm}$	$l = 2,90 \text{ mm}$
$St = 0,232 \mathcal{R}^{-0,375} Pr^{-2/3}$		

(4.41b)

3e cas

Identique au 2e cas, avec  $S_T = 31,3 \text{ mm}$

$St = 0,178 \mathcal{R}^{-0,375} Pr^{-2/3}$
---

(4.41c)

4e cas

$S_L = 44,5 \text{ mm}$	$D = 19,6 \text{ mm}$	$e = 0,30 \text{ mm}$
$S_T = 39,5 \text{ mm}$	$D_e = 37,2 \text{ mm}$	$l = 2,80 \text{ mm}$
$St = 0,091 \mathcal{R}^{-0,338} Pr^{-2/3}$		

(4.41d)

Toujours dans le cas des faisceaux en quinconce, pour  $Re > 900$ ,  $S_T/D \leq 4$  et  $N_T \geq 4$ , on pourra prendre comme coefficient de frottement [Chai, 1988] :

$$C_f = 1,748 Re^{-0,233} \left(\frac{b}{l}\right)^{0,55} \left(\frac{D}{S_T}\right)^{0,6} \left(\frac{D}{S_L}\right)^{0,174} \quad (4.41e)$$

#### 4.3.4.4. – ÉCHANGEURS COMPACTS À TUBES ET AILETTES PLANES

Beaucoup d'échangeurs compacts sont montés avec des ailettes réunies entre elles, qui constituent donc des feuilles planes traversées par le faisceau de tubes (voir Problème N° 11).

Voici d'après Fraas un exemple de corrélation correspondant à cette disposition :

Pas triangulaire (quinconce)	$400 < Re < 10^4$	
$S_L = 22 \text{ mm}$	$D = 10,2 \text{ mm}$	$e = 0,33 \text{ mm}$
$S_T = 25,4 \text{ mm}$	$l = 3,17 \text{ mm}$	
$St = 0,167 Re^{-0,4} Pr^{-2/3}$		

(4.41f)

⚠ Dans  $Re$ , la vitesse  $V^\circ$  correspond à la plus petite section de passage, c'est-à-dire ici à l'intervalle  $S_T$  ; la température de référence est  $T_m$ .

L'efficacité des ailettes pourra en première approche être tirée de la figure 4.9, en prenant pour  $D_e$  le diamètre équivalent de la surface d'ailette associée à un tube.

### 4.4. – COEFFICIENTS D'ÉCHANGE DANS UN CONDUIT ANNULAIRE

#### 4.4.1. – Paramètres caractéristiques

De nombreux échangeurs sont constitués par deux tubes circulaires coaxiaux, et rentrent donc dans la catégorie des échangeurs à courants parallèles. Il y a là, dans l'espace annulaire, deux coefficients d'échange à considérer :  $h_1$  à la paroi externe du tube intérieur (rayon  $R_1$ ) et  $h_2$  à la paroi interne du tube extérieur (rayon  $R_2$ ) (fig. 4.10).

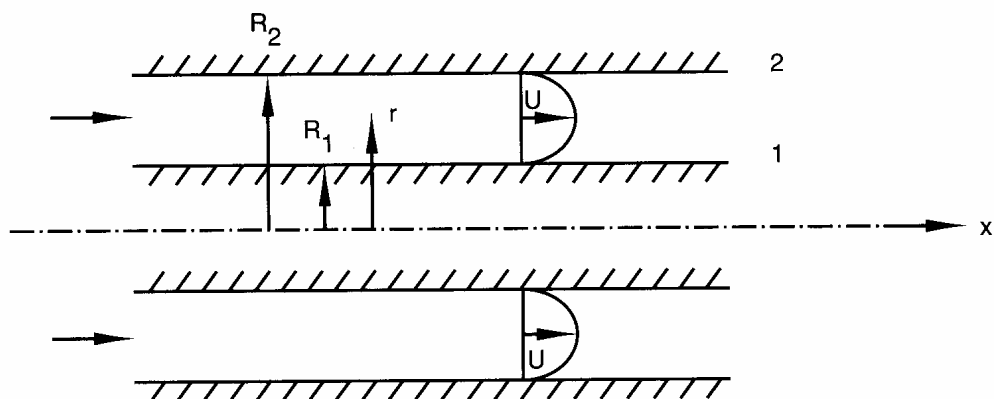


FIG. 4.10. – Écoulement dans un tube annulaire.  
1 : paroi convexe ; 2 : paroi concave

La longueur de référence  $L^\circ$  de l'écoulement (diamètre hydraulique  $D_h$ ) est maintenant (FEMM, § 6.6.1.5) :

$$L^\circ = D_h = 2(R_2 - R_1) \quad (4.42)$$

La vitesse de référence  $V^\circ$  est toujours la vitesse débitante  $V$ , d'où le nombre de Reynolds :

$$Re = 2V(R_2 - R_1)/\nu \quad (4.43)$$

En toute rigueur, les nombres de Stanton relatifs aux deux parois dépendent non seulement de  $Re$  et  $Pr$ , mais également des valeurs de  $R_1$  et  $R_2$ , plus précisément du « facteur de forme »  $R_2/R_1$ .

#### 4.4.2. – Écoulement laminaire établi (tubes longs)

##### 4.4.2.1. – PAROI CONVEXE

On considère ici la paroi externe du tube intérieur, c'est-à-dire la partie convexe de la surface latérale (rayon  $R_1$ ).

♣ *Paroi convexe à température  $T_{p1}$  uniforme ; paroi concave isolée*

D'après Incropera, pour :

$$Re < 2000 ; Pr > 0,66$$

le calcul donne, en fonction de  $R_2/R_1$  :

$R_2/R_1$	20	10	4	2	1
$Nu$	17,46	11,56	7,34	5,74	4,86
$St = \frac{Nu}{Pe} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}$					
$St, Pe, \mu$ à $T_m$					
$\mu_p$ à la température de la paroi convexe					

(4.44)

Le cas limite  $R_2/R_1 = 1$  correspond à un canal rectangulaire peu épais avec une paroi isolée.

◆ *Flux  $\varphi_{p1}$  uniforme sur la paroi convexe ; paroi concave isolée*

La même expression (4.44) de  $St$  s'applique ici, avec les valeurs suivantes de  $Nu$  :

$R_2/R_1$	20	10	5	2,5	1,25	1
$Nu$	17,8	11,9	8,5	6,58	5,58	5,38

##### 4.4.2.2. – PAROI CONCAVE

Il s'agit maintenant de la paroi interne du tube extérieur, de rayon  $R_2$ .

♣ *Paroi convexe isolée ; température  $T_{p2}$  uniforme sur la paroi concave*

Le cas « paroi convexe isolée » correspond en particulier à certains échangeurs baïonnette, pour lesquels on peut admettre  $\varphi_{p1} \ll \varphi_{p2}$ .

La même expression (4.44) s'applique,  $\mu_p$  étant prise à la température de la paroi concave, mais avec de nouvelles valeurs de  $Nu$  :

$R_2 / R_1$	20	10	4	2	1
$Nu$	4,06	4,11	4,23	4,43	4,86

◆ *Paroi convexe isolée ; flux  $\varphi_{p2}$  uniforme sur la paroi concave*

Toujours (4.44), avec  $\mu_p$  prise à  $T_{p2}$ , et pour  $Nu$  :

$R_2 / R_1$	20	10	5	2,5	1,25	1
$Nu$	4,79	4,83	4,89	4,98	5,24	5,38

Dans des cas plus complexes (paroi non isolée), on se reportera par exemple à Incropera et de Witt.

#### 4.4.3. – Écoulement turbulent, tubes longs et lisses

Lorsque le régime est turbulent dans le tube annulaire, les valeurs du nombre de Stanton sont voisines sur la paroi concave et sur la paroi convexe. On prendra donc indifféremment pour l'une ou l'autre :

$Re > 2000 ; Pr > 0,66$
Fluide froid
$St = 0,023 (R_2 / R_1)^{0,14} Re^{-0,2} Pr^{-0,6}$
Fluide chaud
$St = 0,023 (R_2 / R_1)^{0,14} Re^{-0,2} Pr^{-0,7}$

(4.45)

expressions qui constituent une généralisation des corrélations de Dittus-Boelter (4.21).

#### 4.4.4. – Tube intérieur corrugué

L'effet des corrugations (§ 4.2.2.5 et fig. 4.1) se fait évidemment sentir aussi sur le coefficient d'échange à la paroi convexe dans l'annulaire. Sur la base des travaux de Goth et coll., nous proposons :

$10^4 < Re < 7.10^4 ; 7 < l/e < 14 ; 0,05 < e/d < 0,11$
$St = \left( 0,51 - \frac{l}{100 e} \right) Re^{-0,4} Pr^\alpha$
$St, Re$ et $Pr$ à la température moyenne de mélange Fluide froid : $\alpha = -0,6$ ; fluide chaud : $\alpha = -0,7$

(4.46)

#### 4.5. – LITS DE PARTICULES

Il existe des échangeurs où le transfert de chaleur s'opère entre un fluide et un milieu solide fractionné. Le fluide concerné est en général un gaz. Quant au milieu solide, il est constitué par un empilement de billes, ou « *particules* », dont la taille va de quelques millimètres à quelques centimètres. Celles-ci peuvent être des sphères, des cylindres, des cubes, ou avoir une forme indéfinissable.

On parle de « *lit de particules* » lorsque l'empilement de billes constitue une matrice rigide, ou de « *lit fluidisé* » lorsque les particules bénéficient d'une certaine mobilité, qui se traduit par une agitation désordonnée provoquée par le fluide en écoulement.

Dans cette géométrie, pour caractériser la longueur de référence  $L^\circ$  à prendre en compte, on devrait en toute rigueur se tourner vers la longueur caractéristique

$$L_c = \text{volume veine fluide} / \text{surface latérale}$$

définie dans FEMM (6.122c) (voir aussi § 4.3.1.5 du présent chapitre). C'est ainsi que procède par exemple S. Whittaker.

Cependant, pour simplifier la manipulation des formules, on adopte souvent :

$$L^\circ = D \text{ diamètre moyen des particules}$$

s'inspirant en cela de ce qui a déjà été fait avec les écoulements dans les faisceaux de tubes.

La vitesse de référence  $V^\circ$  est la vitesse débitante dans la section moyenne de passage :

$$V = q_v / S ; S \cong \text{cte}$$

Pour un gaz circulant dans un empilement rigide de sphères (lit de particules), en introduisant la « *porosité* »  $\varepsilon$  du milieu :

$$\varepsilon = \frac{\text{volume des vides}}{\text{volume total}}$$

Incropera & de Witt citent la relation simple :

$$\boxed{\begin{array}{l} 90 < Re < 4000 ; Pr \cong 0,7 ; 0,30 < \varepsilon < 0,50 \\ St = \frac{2,06}{\varepsilon} Re^{-0,575} Pr^{-2/3} \end{array}} \quad (4.47)$$

Avec des billes cylindriques courtes,  $St$  doit être minoré d'environ 20%, et de 30% s'il s'agit d'un empilement de cubes.