

Convection mixte au sein d'une cavité carrée entraînée remplie d'un nanofluide et munie d'un bloc générateur de chaleur

Abdelkader BOUTRA^{1,2*}, Karim RAGUI¹, Nabila LABSI¹, Youb Khaled BENKAHLA¹, Rachid BENNACER³

1. Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés, B.P. 32, El-Alia Bab Ezzouar 16111, Alger, Algérie.

2. Ecole Préparatoire aux Sciences Techniques, au lycée Emir Abdelkader, B.P. 474, Place des Martyrs, Alger, Algérie.

3. L.M.T. Cachan 61, Avenue du Président Wilson 94235 CACHAN Cedex, France.

*(A. BOUTRA : aeknad@yahoo.fr)

Résumé - La présente investigation porte sur l'étude numérique de l'écoulement bidimensionnel et plan et du transfert thermique en mode de convection mixte au sein d'une cavité carrée, entièrement remplie d'un nanofluide (Ag-eau). Au centre de la cavité est placée une source de chaleur, de forme carrée et de taille variable, dont la température est supérieure à celle des parois de l'enceinte. La paroi supérieure de cette dernière est animée d'un mouvement de translation rectiligne, de la gauche vers la droite. Une étude paramétrique a été réalisée, afin d'analyser les effets du nombre de Richardson, de la taille de la source de chaleur ainsi que de la fraction volumique en nanoparticules, sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques du fluide.

Mots clés : nanofluide, convection mixte, cavité carrée, source de chaleur, volume finis.

Nomenclature

AR rapport de forme de l'obstacle, $= h/H$
 C_p chaleur spécifique du fluide, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
 g accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$
 Gr nombre de Grashof, $= g \beta \Delta T H^3 \rho_f^2 / \mu_f^2$
 H hauteur de la cavité, m
 h dimension de l'obstacle, m
 k conductivité thermique, $W.m^{-2}.K^{-1}$
 Nu nombre de Nusselt
 P pression adimensionnelle, $= p H^2 / \rho_{nf} \alpha_{nf}$
 Pr nombre de Prandtl, $= C_p \mu_f / k$
 Ra nombre de Rayleigh, $= g \beta \rho_f^2 \Delta T' H^3 C_p / \mu_f k$
 Ri nombre de Richardson, $= Gr / Re^2$
 U, V vitesses adimensionnelles, $u / V_p, v / V_p$
 V_p vitesses de la paroi, m
 x coordonnée longitudinale, m
 y coordonnée transversale, m

X, Y coordonnées adimensionnelles, $= x/H, y/H$
Symboles grecs
 α diffusivité thermique, m^2/s
 β coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
 φ fraction volumique
 μ viscosité dynamique du fluide, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
 θ température adimensionnelle, $(T-T_f)/(T_c-T_f)$
 ρ masse volumique, $kg.m^{-3}$

Indices et Exposants

f fluide
 nf nanofluide
 0 référence
 s solide

1. Introduction

L'intensité du transfert thermique dépend principalement de la conductivité thermique et de la chaleur spécifique des fluides caloporteurs. Cependant, la conductivité thermique des fluides non métalliques est très faible. Il s'avère alors que l'ajout de particules nanométriques, telles que les particules d'oxyde métallique (oxyde de Cuivre (CuO), oxyde d'Aluminium (Al₂O₃), oxyde de Titanium (TiO₂), oxyde de Silicium (SiO₂)...), ou des nanoparticules métalliques (Cuivre Cu, Aluminium Al, Titanium Ti, Silicium Si, Argent Ag, ...) dans un fluide tel que l'eau (la suspension est alors appelée nanofluide), fait augmenter le transfert

thermique en comparaison avec le cas des fluides conventionnels (l'eau, l'huile, l'éthylène glycol) et ce, en modifiant de manière significative la conductivité thermique du fluide caloporteur.

Plusieurs recherches en matière de transfert thermique ont été menées au cours des dernières décennies, liées au développement de nouvelles techniques, susceptibles d'améliorer les performances thermiques. Ainsi, l'introduction d'additifs métalliques ou non métalliques aux fluides de base est l'une des techniques utilisées afin d'augmenter la conductivité thermique du mélange. Les suspensions ainsi obtenues peuvent être utilisées dans une multitude d'applications, telles que le refroidissement des réacteurs nucléaires, l'optimisation du transfert thermique au sein d'un échangeur de chaleur, etc.

Choi [1] et Wang et *al.* [2] ont étendu le domaine d'application des nanofluides au transfert thermique s'opérant au sein de cavités, de différentes géométries [3-5]. Ho et *al.* [6] ont réalisé une étude numérique portant sur la convection naturelle au sein d'une cavité carrée différentiellement chauffée, entièrement remplie d' Al_2O_3 -eau. Pour un nombre de Rayleigh allant de 10^3 jusqu'à 10^6 et une fraction volumique variant de 0 à 0,40, Ces auteurs relèvent que le choix du modèle de la viscosité dynamique effective du nanofluide est **déterminant** pour l'obtention de résultats proches de la réalité.

Ehsan et *al.* [7] ont étudié l'effet de type de nanoparticules (Cu et l' Al_2O_3) sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique du fluide caloporteur, contenu au sein d'une cavité carrée à parois horizontales différentiellement chauffées. L'effet du nombre de Rayleigh ainsi que celui de la fraction volumique en nanofluides ont également été investigué. Les résultats montrent que le taux de transfert thermique est une fonction croissante du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique. Par ailleurs, l'utilisation de nanoparticules, de type métaux solides a permis d'optimiser l'échange thermique au sein de l'enceinte.

Salari et *al.* [8] ont présenté des résultats issus d'une étude numérique concernant la convection mixte au sein d'une cavité remplie d'un nanofluide. Les résultats montrent que le transfert thermique augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et des dimensions de la source de chaleur, alors qu'il diminue avec l'augmentation de la fraction volumique en nanoparticules et celle du nombre de Reynolds. Talebi et *al.* [9] et Mahmoud et *al.* [10] ont montré que les nanoparticules ont une influence majeure sur l'écoulement et le champ thermique.

Dans le présent travail, nous étudions numériquement le transfert de chaleur par mode de convection mixte laminaire et stationnaire des nanofluides confinés dans une enceinte carrée, contenant une source de chaleur isotherme. Des simulations numériques ont été réalisées pour prédire l'effet du mode d'écoulement (à travers le nombre de Richardson), de la fraction volumique en nanoparticules, du rapport de forme de l'obstacle placé au centre de la cavité, sur la structure de l'écoulement et sur le transfert thermique.

2. Description du problème étudié

Comme schématisé à travers la figure 1, il s'agit d'une cavité carrée, maintenue à une température inférieure à celle d'un obstacle carré, isotherme et chaud, placé en son milieu. La paroi horizontale supérieure est animée d'un mouvement de translation rectiligne dans le sens des X croissants.

Notons que toutes les propriétés physiques du fluide caloporteur sont supposées constantes, à l'exception de la masse volumique du fluide qui suit l'approximation de Boussinesq.

Le tableau 1 résume les propriétés thermophysiques du fluide de base ainsi celle de nanoparticule.

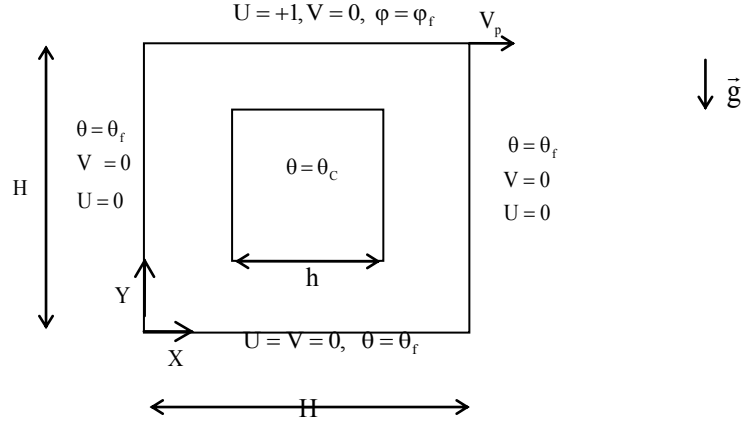


Figure 1 : Schématisation de problème physique et des conditions aux limites.

Propriétés physiques	Fluide de base (eau)	Ag
C_p (J/kg K)	4179	235
ρ (kg/m ³)	997,1	10500
k (W/m K)	0,613	429
β (K) 10 ⁶	210	19,7

Tableau 1 : Propriétés physiques de l'eau et des nanoparticules Ag données à $T = 25^\circ\text{C}$.

3. Mise en équations du problème physique

Les équations de continuité, de la quantité de mouvement et celle de l'énergie forment le système d'équations qui régit l'écoulement et le transfert thermique au sein de notre enceinte carrée. Sous forme adimensionnelle, ce système peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re} \rho_{\text{nf}} \nu_f} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(2\mu_{\text{nf}} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\mu_{\text{nf}} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re} \rho_{\text{nf}} \nu_f} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left[\mu_{\text{nf}} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left(2\mu_{\text{nf}} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \text{Ri} \frac{(\rho\beta)_{\text{nf}} \theta}{\rho_{\text{nf}} \nu_f} \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{\text{nf}}}{\alpha_f} \frac{1}{\text{RePr}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

Où, la masse volumique ρ_{nf} , la capacité calorifique, $(\rho C_p)_{\text{nf}}$, ainsi que le coefficient d'expansion thermique $(\rho \beta)_{\text{nf}}$, et la diffusivité thermique du nanofluide α_{nf} , sont définis par les expressions suivantes [11] :

$$\rho_{\text{nf}} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_s \quad (5)$$

$$(\rho C_p)_{\text{nf}} = (1 - \phi) (\rho C_p)_f + \phi (\rho C_p)_s \quad (6)$$

$$(\rho \beta)_{\text{nf}} = (1 - \phi) (\rho \beta)_f + \phi (\rho \beta)_s \quad (7)$$

$$\alpha_{\text{nf}} = \frac{k_{\text{nf}}}{(\rho C_p)_{\text{nf}}} \quad (8)$$

La viscosité dynamique, ainsi que la conductivité thermique effective du nanofluide sont déterminées suivant les modèles de Brinkman [12] et de Maxwell [13], respectivement :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \quad (9)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{(k_s + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \phi(k_f - k_s)} \quad (10)$$

Le nombre de Nusselt est moyenné le long des parois froides, en utilisant l'expression suivante : $\overline{Nu} = -2 \frac{k_{nf}}{k_f} \left[\int_0^1 (\partial\theta/\partial X)_{X=0,L} dY + \int_0^1 (\partial\theta/\partial Y)_{Y=0,L} dX \right]$ (11)

4. Procédure numérique et validation

La résolution des équations générales est effectuée par le biais de la méthode des volumes finis et ce, en considérant des volumes de contrôles quadrilatéraux et un maillage uniforme. Comme l'équation de la quantité de mouvement est écrite à l'aide des variables primitives (U, V et P), la procédure itérative tient compte de la correction de pression, par l'implémentation de l'algorithme SIMPLER [14]. Le critère de convergence imposé à la fonction de courant, la température ainsi qu'à la pression est défini comme suit :

$$\frac{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N |\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k|}{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N |\phi_{i,j}^{k+1}|} \leq 10^{-5} \quad (12)$$

De manière à vérifier la fiabilité de nos simulations numériques quant au phénomène de convection, nous avons confronté nos résultats à ceux d'Oztop et Abu-Nada [15] et ceux de Arefmanesh [11] (Figure 2). Le tableau 2 regroupe les valeurs du nombre de Nusselt moyen (issus de nos simulations et celles de [15]) pour deux valeurs du nombre de Rayleigh et trois valeurs de la fraction volumique de nanoparticules de cuivre, diluées dans de l'eau (Cu-eau). Les résultats obtenus sont très satisfaisants, étant donné que l'écart relatif ne dépasse pas dans tous les cas 1,4 %, ce qui valide, en conséquence, le présent code de calcul.

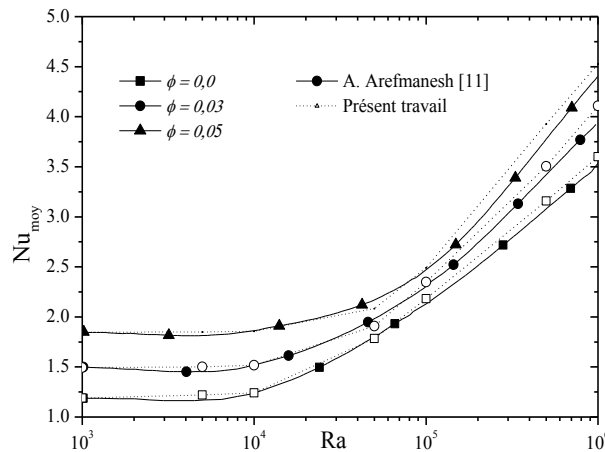


Figure 2 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes fractions volumiques en nanoparticules.

Oztop et Abu-Nada [15]		Présent travail		Ecart relatif (%)		
φ	Ra		Ra			
	10^3	10^5	10^3	10^5	10^3	10^5
0,00	1,004	3,983	1,005	3,992	0,09	0,22
0,10	1,251	4,440	1,248	4,389	0,24	1,16
0,20	1,627	4,875	1,621	4,861	0,37	0,29

Tableau 2 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique.

5. Résultats et Interprétation

5.1. Structure hydrodynamique et thermique

La figure 3, représente le comportement hydrodynamique (lignes de courant colonne à gauche) et thermique (isothermes, colonne à droite) du nanofluide (Eau-Ag) pour différents nombres de Richardson (0,01 ; 1 ; et 100) et différentes valeurs de la fraction volumique ($\varphi = 0$ et 0,1), avec une dimension de l'obstacle égale à 0,50 ($AR = 0,50$).

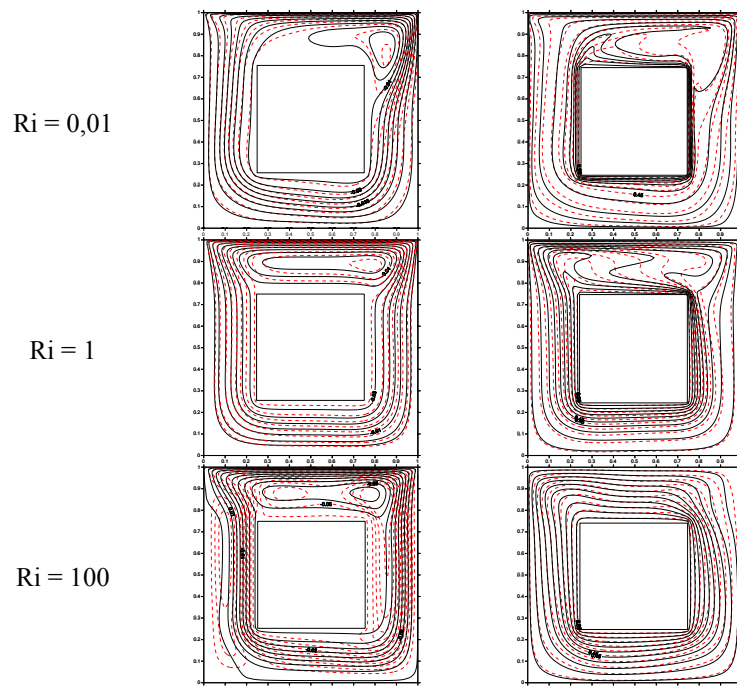


Figure 3 : Lignes de courant (à gauche) et isothermes (à droite) pour différents Richardson, $AR = 0,5$; — $\varphi = 0,1$; - - - $\varphi = 0$.

Pour $Ri = 0,01$, les lignes de courant forment une seule cellule rotative, tournant dans le sens des aiguilles d'une montre et englobant l'obstacle. Pour la cellule la plus interne, on note l'apparition d'une nouvelle cellule fermée en son sein, localisée au-dessus de l'obstacle, légèrement déportée sur la droite de la cavité, étant donné le mouvement de translation de la paroi horizontale supérieure. L'intensité des vitesses croît au fur et à mesure que l'on s'approche des parois. Notons que l'addition des nanoparticules élargie l'étendue de la cellule fermée, localisée au-dessus de l'obstacle. D'autre part, le transfert thermique se fait de l'obstacle chaud vers les molécules du fluide adjacent, par conduction, puis se propage par la suite dans la cavité par convection. Pour la région au-dessus de l'obstacle où les isothermes

sont fortement incurvées, l'effet de la convection forcée est dominant. En outre, l'addition de nanoparticules permet une meilleure propagation de la chaleur vers les parois.

Pour $Ri = 1$, on remarque un élargissement de la cellule fermée, située au-dessus de l'obstacle. Cette dernière occupe la totalité de la surface, au-dessus de l'obstacle. Notons également que l'intensité de l'écoulement diminue en comparaisons avec le cas précédent ($Ri = 0,01$). Enfin, les phénomènes de conduction et de convection au-dessus de l'obstacle occupent plus d'espace.

Pour $Ri = 100$, on remarque pour le cas où le fluide de base est pur ($\varphi = 0$), que les lignes de courant passent à une structure multicellulaires, étant donné l'importance des forces de poussée. D'un autre côté, les isothermes deviennent parallèles entre elles et l'effet induit par le mouvement translationnel de la paroi horizontale supérieure, disparaît complètement.

La figure 4, représente les lignes de courant et les isothermes pour trois dimensions de l'obstacle ($AR = 0,3 ; 0,5 ; 0,7$), ainsi que pour deux valeurs de la fraction volumique ($\varphi = 0 ; 0,1$), en mode de convection mixte ($Ri = 1$).

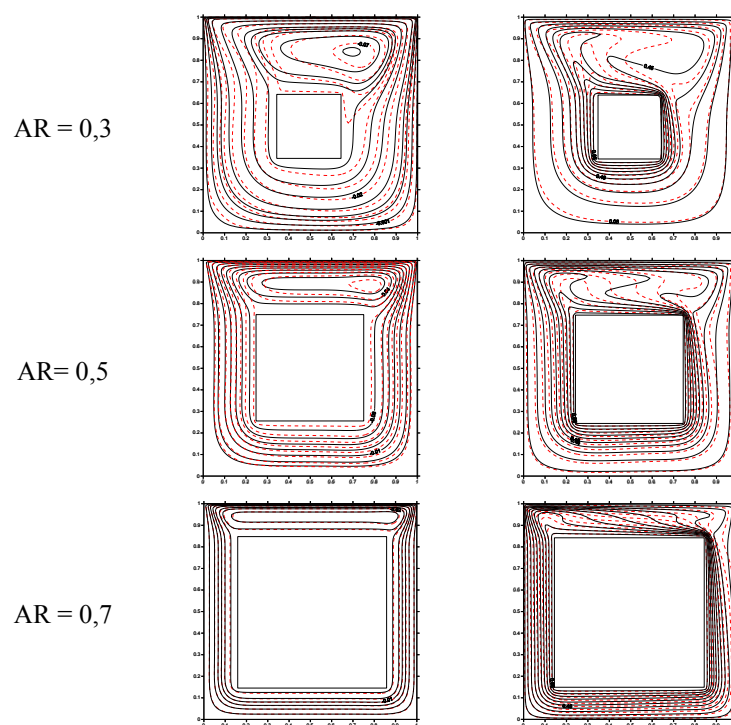


Figure 4 : Lignes de courants et isothermes pour différentes dimensions de l'obstacle, $Ri = 1$, — $\varphi = 0,1$; --- $\varphi = 0$.

On remarque qu'avec l'augmentation des dimensions de l'obstacle, ce qui induit une diminution de l'espace offert à la cellule fermée (située au-dessus de l'obstacle), les lignes de courant s'incurvent moins pour contourner l'obstacle et sont plus serrées entre elles. Ceci est d'autant plus visible pour les cellules principales, qui voient l'intensité des vitesses décroître, étant donnée la diminution de l'espace offert à l'écoulement.

Pour un rapport de forme égal à 0,30, le transfert thermique s'effectue par mode de conduction au sein des couches fluides, situées dans le voisinage immédiat de l'obstacle, puis se propage par convection dans tout le reste de la cavité. Pour $AR = 0,50$, l'étendue de la région où le transfert thermique se fait par conduction augmente, jusqu'à envahir presque complètement la cavité lorsque $AR = 0,70$, hormis la région située au-dessus de l'obstacle,

en particulier pour $\phi = 0,10$, où le transfert thermique se fait par convection. Il est enfin intéressant de noter que pour le cas d'un obstacle de grande dimension ($AR = 0,7$), les lignes de courant et les isothermes correspondant au fluide de base et au nanofluide sont presque confondues.

5.2. Transfert thermique

La figure 5 trace l'évolution du nombre de Nusselt, moyenné le long des parois froides de la cavité en fonction de la fraction volumique en nanoparticules ($\phi = 0$ à $0,1$) et pour différents nombres de Richardson et différentes dimensions de l'obstacle.

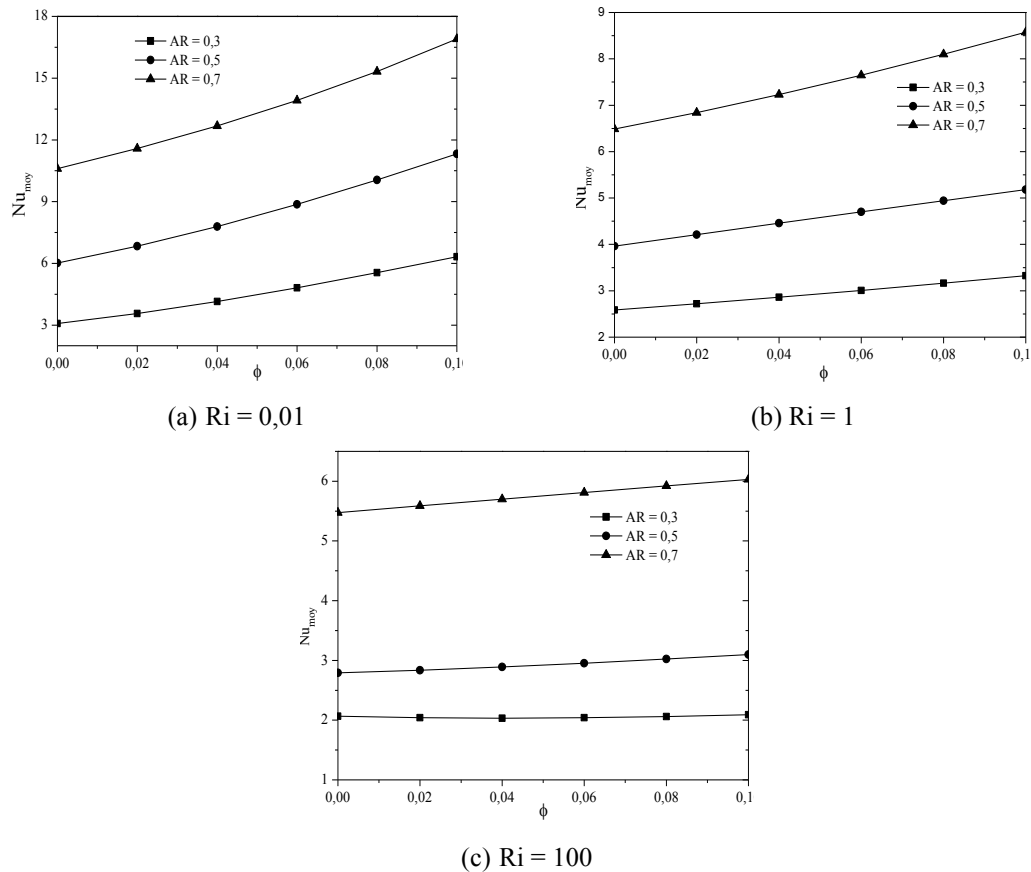


Figure 5 : Effet des dimensions de l'obstacle sur le nombre de Nusselt moyen pour différents mode de convection.

Quel que soit le mode de convection, excepté le cas correspondant à $AR = 0,30$ et en mode de convection naturelle ($Ri = 100$), où l'apport des nanoparticules au fluide de base n'améliore pas l'échange thermique, le nombre de Nusselt moyen augmente de manière monotone en fonction de la fraction volumique en nanoparticules. Cependant, Cette augmentation est d'autant plus importante que le nombre de Richardson est faible ($Ri = 0,01$), c'est-à-dire en mode de convection forcée dominante. En effet, en mode de convection naturelle dominante, c'est-à-dire lorsque l'effet d'entraînement de la paroi n'est plus ressenti, d'importantes quantités de fluide chaud sont pulsées, depuis la paroi verticale chaude vers les régions supérieures de la cavité, sous l'effet de la poussée thermique. En conséquence, du fluide chaud s'y amasse et la paroi horizontale supérieure de l'obstacle chaud est mise en contact avec ce fluide chaud. Les gradients pariétaux de température s'en trouvent alors diminués par rapport à ceux relatifs au mode de convection forcée où le mouvement translationnel de la paroi verticale de la cavité évacue cette masse de fluide chaud vers les régions inférieures de la cavité. Signalons que les valeurs du nombre de Nusselt moyen pour le nanofluide sont plus élevées que celles relatives au fluide pur. Ceci est en fait dû à

l'augmentation de la conductivité thermique du nanofluide : eau-Ag, en comparaison avec celle du fluide pur.

Par ailleurs, le transfert thermique est une fonction croissante des dimensions de l'obstacle, étant donné l'augmentation de la surface d'échange. En définitive, l'addition de nanoparticules favorise les échanges thermiques, de surcroît en mode de convection forcée ($Ri = 0,01$), pour un obstacle de rapport de forme égal à 0,70.

Conclusion

Dans cette étude nous avons mis en évidence l'effet du mode d'écoulement, de la fraction volumique en nanoparticules et du rapport de forme de l'obstacle, sur le comportement hydrodynamique et thermique d'un nanofluide placé dans une cavité dotée d'un obstacle chaud en son centre. Les résultats montrent que lorsque le nombre de Richardson diminue, le nombre de Nusselt moyen augmente. En outre, l'augmentation de la concentration du nanofluide et du rapport de forme de l'obstacle permet d'améliorer le transfert thermique.

Références

- [1] S.U.S. Choi, Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *ASME Fluids Engineering Division*, Volume 231, Pages 99-105, 1995.
- [2] X. Wang, X. Xu, S.U.S. Choi, Thermal Conductivity of Nanoparticle-Fluid Mixture, *J. Thermophysics and Heat Transfer*, Volume 13- 4, Pages 474-480, 1999.
- [3] E.B. Ogut, Heat transfer of water-based nanofluids with natural convection in a inclined square enclosure, *J. Thermal Science and Technology*, Volume 30-1 , Pages 23-33, 2010.
- [4] B. Ghasemi, S.M. Aminossadati, Brownian motion of nanoparticles in a triangular enclosure with natural convection, *Int. J. Thermal Sciences*, Volume 49 , Pages 931-940, 2010.
- [5] S.M. Aminossadati, Hydromagnetic natural cooling of a triangular heat source in a triangular cavity with water-CuO nanofluid, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, Volume 43, Pages 22-29, 2013.
- [6] C.J. Ho, M.W. Chen, and Z.W. Li, Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square enclosure: Effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 51, Pages 4506-4516, 2008.
- [7] F. Ehsan F. Mousa, S. Kurosh, N. Hasan, Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in nanofluids, *Int. J. Thermal Sciences*, Volume 52, Pages 137-144, 2012.
- [8] M. Salari, M.M. Tabar, A.M. Tabar et H.A. Danesh, Mixed convection of nanofluid flows in a square lid-driven cavity heated partially from both the bottom and side walls, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 62 (2012)158-177.
- [9] F. Talebi, A. Houshang M. Mahmoudi, M. Shahi, Numerical study of mixed convection Flows in a square lid-driven cavity utilizing nanofluid, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, 37 (2010) 79-90.
- [10] N. Pourmahmoud, A. Ghafouri, I. Mirzall, Numerical study of mixed convection heat transfer in lid-driven cavity utilizing nanofluid: Effect of type and model, *Thermal Science*, (2013) 53-53.
- [11] A. Arefmanesh, M. Amini, M. Mahmoodi, M. Najafi, Buoyancy-driven heat transfer analysis in two-square duct annuli filled with a nanofluid, *Europ. J. Mech. B/Fluids*, Volume 33, Pages 95-104, 2012.
- [12] H.C. Brinkman, the viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J. Chemical Physics*, Volume 20, Pages 571-581, 1952.
- [13] J.C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, vol. II, *Oxford University Press, Cambridge, UK* , Volume, 54, 1873.
- [14] S.V. Patankar, Numerical Heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, *Taylor and Francis Group, New York* (1980).
- [15] H.F. Oztop, E. Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Volume 29, Pages 1326-1336, 2008.