

# Analyse des résultats de modélisation dynamique de transfert de chaleur et de masse par la méthode ACP (analyse en composante principale) : application à un mur poreux multicouche

Brice TREMEAC<sup>1\*</sup>, Karina AZOS<sup>1,2</sup>, Florian SIMON<sup>2</sup>, David CORGIER<sup>2</sup>, Christophe MARVILLET<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Chimie Moléculaire, Génie des Procédés Chimiques et Énergétiques (CMGPCE, EA7341), CNAM

292 rue Saint Martin – 75003 Paris, France

<sup>2</sup>MANASLU Ing.

Savoie Technolac, BP80209 – 73374 Le Bourget du Lac

\*(auteur correspondant : [brice.tremeac@lecnam.net](mailto:brice.tremeac@lecnam.net))

**Résumé** - La mise en place d'une modélisation temporelle de transfert de chaleur couplé au transfert de masse appliquée à des structures multicouches poreuses peut engendrer une quantité de résultats difficile à traiter. Ce papier propose la mise en place originale d'une méthode statistique d'analyse des données : l'analyse en composante principale considérant la composante temporelle (ACP pour les phénomènes transitoires). Les résultats ont mis en évidence les configurations ayant la même tendance globale temporelle. L'ACP peut s'avérer être un outil de pré-traitement d'un problème complexe par une approche globale avant une analyse détaillée des résultats retenus après ce screening par ACP.

## Nomenclature (11 points, 2 colonnes)

$D_{\varphi}$	coef. de conduction liquide, $kJ.m^{-2}.s^{-1}.K^{-1}$	$x$	dimension spatiale, -
$H$	enthalpie totale, $J.m^{-3}$		
$h_v$	enthalpie de changement d'état, $J.kg^{-1}$		<i>Symboles grecs</i>
$T$	température, $K$	$\delta_p$	coefficient de diffusion de vapeur,
$t$	temps, <i>heure/minutes</i>		$kg.m^{-1}.s.Pa^{-1}$
$p_v$	pression de vapeur, $Pa$	$\lambda$	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$T$	température, $K$	$\varphi$	Humidité relative, -
$w$	teneur en humidité, $kg.m^{-3}$		

## 1. Introduction

L'étude de transferts complexes type transferts de chaleur et de masse pour des configurations de parois poreuses multicouches soumises à différents types de conditions aux limites et dans lesquelles on fait varier la position, le type d'une couche, l'orientation et la part volumique, et pour cinq variables observées (température, humidité relative, teneur en humidité, flux de chaleur et flux de masse) génère un jeu de données de l'ordre de  $1.10^3$ . Il devient donc très complexe d'analyser toutes les données, sans avoir recours à une méthode de pré-traitement permettant une vision globale de l'ensemble des configurations. Parmi les méthodes statistiques, l'analyse en composantes principales (ACP) groupe les données par leur ressemblance en termes de variables et d'individus. Il s'agit d'une méthode de représentation des données qui consiste à réduire la dimension d'un problème de  $p$ -variables et  $n$ -observations (individus) à un problème de dimension  $r$  tel que  $r < p$ . La conception de cette méthode statistique est attribuée à Karl Pearson (1901). Elle a été intégrée à la statistique mathématique par Harold Hotelling (1933) mais son développement et utilisation sont survenus après les années 90 grâce aux outils de calcul modernes [1-3]. Dans l'analyse des

données, le problème est généralement formulé de la manière suivante : on dispose de  $p$ -variables et  $n$ -individus (sur lesquels ces variables sont mesurées ou simulées) distribués dans une matrice  $X$  de dimension  $n \times p$ , où les variables figurent dans les colonnes et les individus dans les lignes. L'objectif de l'ACP est de trouver un sous-ensemble à dimension réduite (nouvelle variable sur laquelle les points (individus) projetés conservent leur structure initiale, i.e., avec la moindre distorsion possible). L'ACP étant normée (le diamètre du cercle dans lequel sont contenues les variables est égale à un), l'interprétation des données dans le plan de corrélation entre variables est faite de la manière suivante : les variables qui se trouvent le plus proche du périmètre du cercle sont les mieux représentées.

On peut noter que des méthodes complexes basées sur l'ACP existent dans la littérature afin de prendre en compte la variabilité temporelle : récursive, pondération exponentielle ou la méthode de la fenêtre mobile [4,5]. Dans le travail présenté ici, nous avons eu la volonté d'utiliser une ACP simple afin de ne pas alourdir la méthodologie. L'objectif est alors de mettre en évidence le(s) paramètre(s) le(s) plus influant sur la variable étudiée. Ainsi, dans le cadre de ce travail, l'ACP est formulée de manière originale afin de grouper les configurations par leur ressemblance ou corrélation. On dispose alors de  $p^t$ -configurations (constituées des résultats de la variable analysée) et de  $n^t$ -individus (constitués des valeurs numériques de la variable étudiée pour chaque pas de temps) distribués dans une matrice  $X^t$  de dimension  $n^t \times p^t$ , telle que représentée dans la figure 1.

ACP Flux de chaleur					
Temps (h)	0P	5P1H	*****	202H1Va	102H1Vb
1	0,000	0,000		0,000	0,000
2	0,000	0,000		0,000	0,000
3	0,000	0,000		0,000	0,000
*	*	*			
*	*	*			
*	*	*			
238	0,098	0,038			
239	0,095	0,037			
240	0,093	0,036			

ACP Humidité relative					
Temps (h)	0P	5P1H	*****	202H1Va	102H1Vb
1	0,500	0,500		0,500	0,500
2	0,500	0,500		0,500	0,500
3	0,500	0,500		0,500	0,500
*	*	*			
*	*	*			
*	*	*			
238	0,501	0,501			
239	0,501	0,501			
240	0,501	0,501			

ACP Température					
Temps (h)	0P	5P1H	*****	202H1Va	102H1Vb
1	20,000	20,000		20,000	20,000
2	20,000	20,000		20,000	20,000
3	20,000	20,000		20,000	20,000
*	*	*		*	*
*	*	*		*	*
*	*	*		*	*
238	19,963	19,972		19,988	19,995
239	19,964	19,973		19,988	19,995
240	19,965	19,974		19,988	19,995

Figure 1: Représentation des matrices  $X^t$  ( $n^t \times p^t$ ) pour les variables de flux de chaleur, d'humidité relative et de température et différentes configurations (ou cas d'étude OP, 5P1H ...)

Ainsi la méthode employée permet d'avoir une vision globale sur le comportement des configurations par rapport aux grandeurs étudiées (température, humidité relative, flux de chaleur et de masse, et teneur en humidité) à travers une première approche de l'ensemble de la base de données des résultats des simulations sur 10 jours.

## 2. Construction du modèle de transferts de chaleur et de masse

### 2.1. Présentation du modèle

#### 2.1.1. Modèle de Künzel

Le modèle hygrothermique à l'échelle de la paroi adopté est basé sur celui développé par [6]. Ce modèle largement utilisé dans le domaine du bâtiment permet de modéliser des parois multicouches, tenant compte de transferts d'humidité sous forme liquide et de vapeur. Ce modèle, basé sur le bilan de chaleur et de masse, décrit les transferts de chaleur et de masse à travers des équations aux dérivées partielles, où la variation de la température et de la teneur en humidité représentent les forces motrices, cette dernière assure la continuité entre les différentes couches. On souhaite étudier les transferts de chaleur (équation 1) et de masse (équation 2) des parois poreuses en pierre calcaire qui ont été rénovées avec de l'isolation thermique, ainsi que l'effet des joints sur le flux de chaleur et de masse, d'où l'intérêt de traiter les phénomènes en 2D. Ces équations ont été implantées dans l'outil COMSOL Multiphysics.

$$\frac{dH}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda \nabla T) + h_v \nabla(\delta_p \nabla p_v) \quad (1)$$

$$\frac{dw}{d\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \nabla(D_\varphi \nabla \varphi) + \nabla(\delta_p \nabla p_v) \quad (2)$$

#### 2.1.2. Conditions aux limites et initiales

Les échanges de chaleur et de masse entre les parois intérieure ou extérieure et l'air environnant sont ici décrits à travers la condition aux limites type Fourier dans laquelle les échanges à la surface sont déterminés par un coefficient d'échange : 8 et 17  $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  (échange thermique) et  $25.10^{-9}$  et  $75.10^{-9} \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}.\text{Pa}^{-1}$  (échange de masse). A l'instant initial et durant une période de six heures, le matériau est en équilibre hygrothermique avec son environnement (une température de 20°C et une humidité relative de 50%), puis une condition sinusoïdale (cyclique) est appliquée à la surface extérieure durant une période de quatre jours (cycles de 24 heures), avant de reprendre une valeur constante durant les six jours suivants (figure 2).

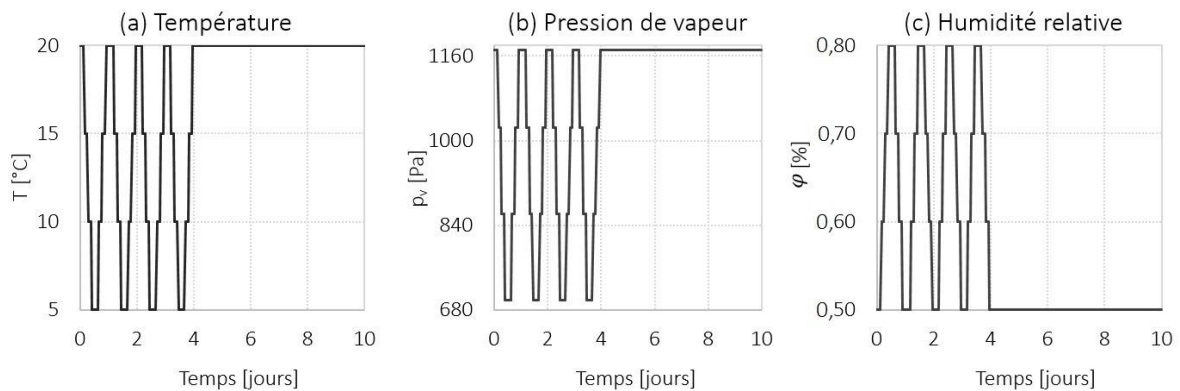


Figure 2: Conditions aux limites de forme sinusoïdale

### 2.1.3. Hypothèses prises en compte

Les modélisations sont réalisées sur des configurations de parois en 2D sur lesquelles on applique les hypothèses suivantes : les propriétés sont isotropes; les phénomènes de remontée capillaire sont négligés ; la teneur en humidité est régie par des isothermes de sorption où l'effet de la température est négligé ; la diffusion de la vapeur peut être représentée en introduisant un coefficient de résistance à la vapeur d'eau ; on impose des conditions aux limites (surface supérieure et inférieure) adiabatiques et isolées; le contact est supposé parfait aux interfaces ; seule la conductivité thermique du matériau est affectée par la teneur en humidité, les autres propriétés thermiques restent constantes.

## 2.2. Cas d'étude : mur poreux multicouche

Les murs des façades étudiées dans cette partie sont constitués de moellons en calcaire, hourdés avec du mortier à base de chaux et de plâtre, joints et revêtement extérieur de même nature et le revêtement intérieur en plâtre. Sur ces parois, de l'isolation thermique a été installée avec deux techniques distinctes, suivant la position de la couche isolante (figure 3) : (i) isolation thermique par l'intérieur (ITI) avec laine minérale et (ii) isolation thermique par l'extérieur (ITE) avec du polystyrène (PSE). Ces deux solutions ont été comparées à des parois isolées par l'intérieur et par l'extérieur avec du béton de chanvre de formulation HLC1. Des configurations ont été créées à partir de ces quatre compositions de parois à quatre couches faisant varier la part volumique et l'orientation des joints. Dans la suite du document les configurations auront la nomenclature suivante : aPcd avec a : la proportion volumique (5, 10 ou 20 %) de joint, c : le nombre de joints (1 ou 2) et d : joint horizontal (d=H) ou vertical (d=V).

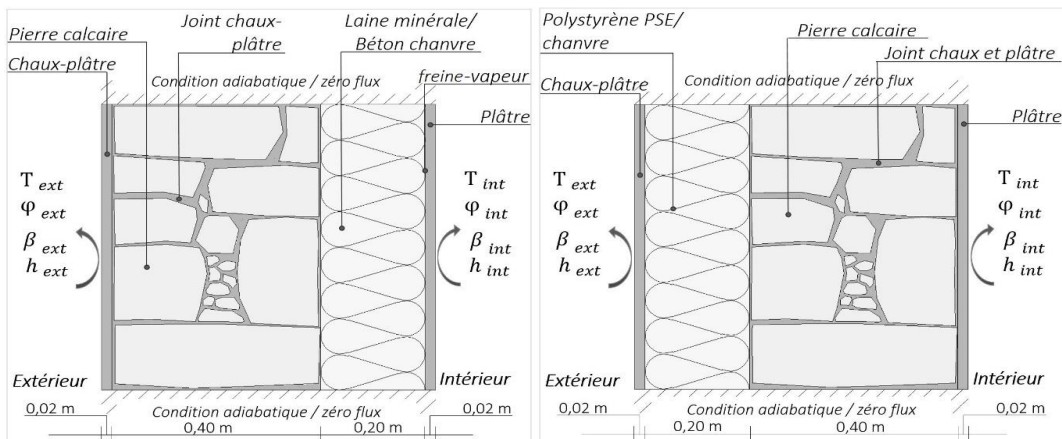


Figure 3: Composition des parois de référence : parois anciennes rénovées avec isolation thermique par l'intérieur (ITI, à gauche) et par l'extérieur (ITE, à droite). Conditions aux limites et dimensions des couches

Les propriétés thermiques (conductivité, masse volumique, capacité thermique, diffusivité thermique) et hygriques (diffusion à la vapeur d'eau et teneur en humidité) des matériaux sont des propriétés standards de la littérature et sont disponibles sur [7].

## 2.3. Validation du modèle

Le projet européen benchmark HAMSTAD, auquel huit institutions ont participé, a été développé en 2002 par l'École Polytechnique Chalmers en Suède afin de mettre à disposition cinq cas d'étude numériques pour évaluer la fiabilité/qualité des modèles de transferts de chaleur et

de masse à travers les composants des bâtiments [8]. Les résultats obtenus avec le modèle sur COMSOL sont en très bon accord avec les résultats du benchmark (figure 4).

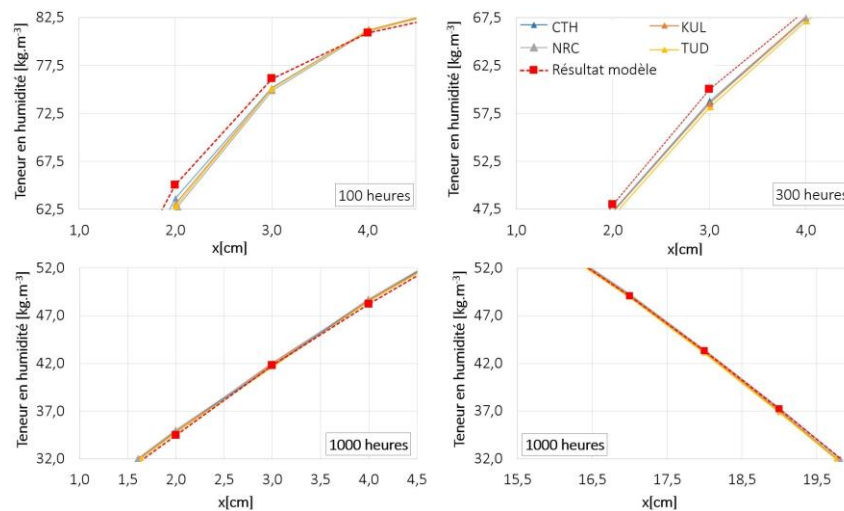


Figure 4: Comparaison du modèle et des résultats du benchmark HAMSTAD N°2 [8].

### 3. Analyse des données par la méthode d'analyse en composantes principales (ACP) adaptée

Les données générées par les simulations numériques ont été traitées à l'aide des outils statistiques développés sous le langage open-source R. La figure 5 montre un exemple de résultat ACP pour toutes les configurations dont le problème a été réduit à 2 dimensions (composante 1 = Dim 1 et composante 2 = Dim 2). L'interprétation des résultats de ce type d'analyse se fait de la manière suivante : le nuage des configurations est fortement corrélé avec la composante 1 laquelle retient le plus d'information (> 99,5%, figure 5). On note cependant une légère distinction des configurations suivant les matériaux d'isolation thermique en ITI (figure 5 gauche) et en ITE (figure 5 droite). Afin de comprendre ce résultat, on peut observer l'évolution de la grandeur en fonction du temps sur la figure 6. On constate que, pour chaque technique d'isolation, deux groupes sont formés : (i) un groupe constitué des parois en laine minérale (ITI) ou polystyrène PSE (ITE) et (ii) un groupe constitué des parois avec isolation en béton de chanvre HLC1 (ITI et ITE).

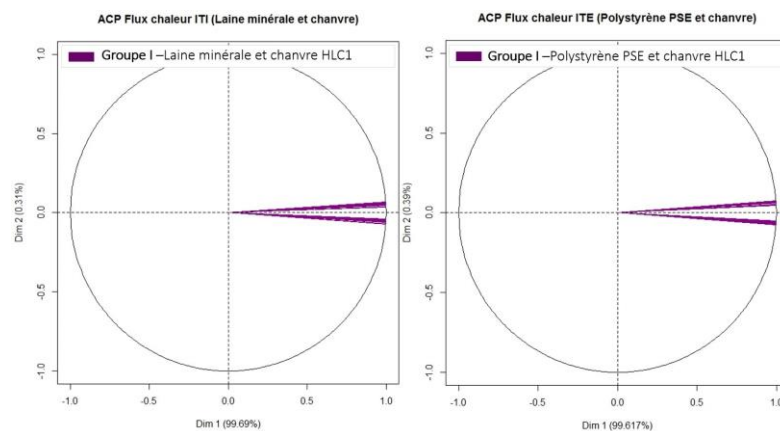


Figure 5: ACP des résultats de simulation des configurations (en ITI et en ITE) concernant la variable flux de chaleur traversant la surface intérieure

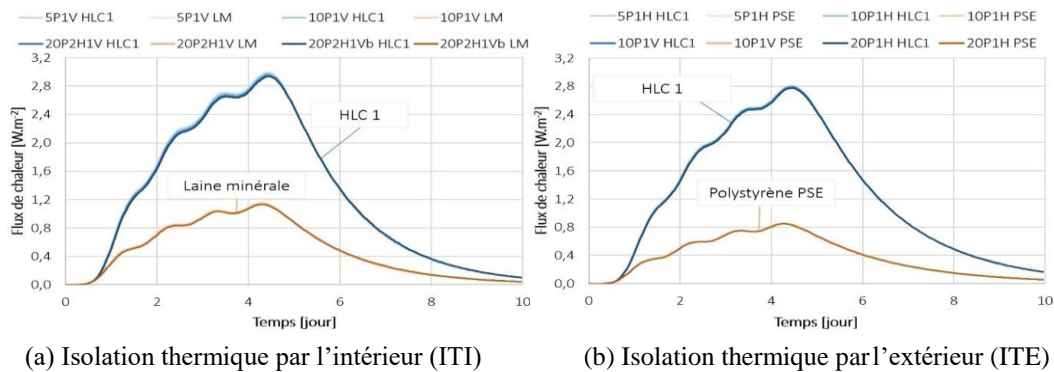


Figure 6: Flux de chaleur traversant la surface intérieure. Configurations de parois en ITE (Polystyrène PSE et chanvre HLC1) et ITE (Laine minérale (LM) et chanvre HLC1) pour les différentes configurations

Ainsi, l'ACP propose une approche qualitative et non quantitative : bien que les valeurs numériques soient différentes, nous avons globalement, pour toutes les configurations, une évolution similaire dans le temps (figure 6) ce qui donnera des résultats d'ACP fortement corrélés (figure 5). Ainsi le traitement statistique des données permet de mettre en évidence que la part et l'orientation de joint, pour un même matériau d'isolant, n'a pas d'influence sur l'évolution de la grandeur étudiée (toutes les configurations sont proches dans le cercle d'ACP). Ce résultat est corrélé par la figure 6 où l'on constate que les courbes de flux de chaleur des configurations ayant le isolant thermique sont superposées, i.e. la part volumique des joints n'a pas d'effet sur le flux de chaleur pendant la période étudiée.

Au-delà de cela, l'ACP – au travers de la grandeur (ou composante) Dim 1 – met en évidence que la dynamique reste équivalente (en tendance et non en valeur) quelle que soit la nature de l'isolant.

Vis-à-vis du flux de chaleur, on constate qu'en ITE pour une même épaisseur de couche isolante, la paroi avec isolation en polystyrène PSE est environ 3,3 fois plus résistante que la paroi avec isolation en béton de chanvre HLC1 (observée au pic du flux de chaleur). En ITI la laine minérale est 2,5 fois plus résistante que le béton de chanvre HLC1 (observée au pic du flux de chaleur). Dans l'ensemble des solutions, les configurations avec ITE restent, dans les cas étudiés, plus performantes que les parois avec ITI d'un point de vue thermique. Un effet de la position de la couche isolante sur le flux de chaleur est constaté dans les configurations avec du béton de chanvre HLC1, où pour une même géométrie, le flux de chaleur traversant la surface intérieure des configurations avec ITE est inférieur à celui des configurations avec ITI (-5,4% observé au pic des deux courbes à 4,5 jours).

Un autre exemple de résultat est présenté figure 7 où est exposée l'ACP des résultats de simulations des configurations avec ITI et ITE en terme d'humidité relative ( $\varphi$ ) observée à l'interface entre la pierre calcaire et l'isolant, au niveau de la pierre et au niveau des joints. Dans l'ACP on identifie pour chaque type de paroi (ITI et ITE) des groupes formés en fonction du type d'isolation thermique :

En ITI: le groupe I est constitué des configurations avec isolation en béton de chanvre dont la valeur de  $\varphi$  est observée au niveau du joint et de la pierre ; le groupe II est constitué des configurations avec isolation en laine minérale dont la valeur de  $\varphi$  est observée au niveau du joint et de la pierre. Dans les deux groupes, la distribution des configurations est dispersée.

En ITE: le groupe I est constitué des configurations avec isolation en béton de chanvre HLC1 dont la valeur de  $\phi$  est observée au niveau du joint et de la pierre ; le groupe V est constitué des configurations avec isolation en polystyrène PSE dont la valeur de  $\phi$  est observée au niveau de la pierre. Dans l'ACP des configurations avec ITE, trois autres groupes sont constitués des configurations avec isolation en polystyrène PSE dont la valeur de  $\phi$  est observée au niveau des joints.

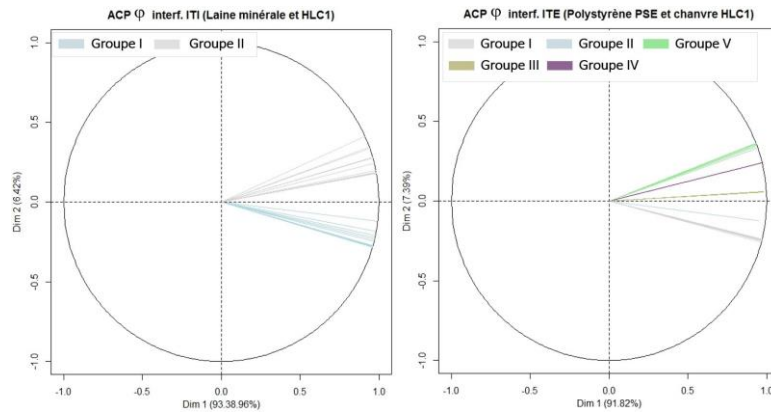


Figure 7: ACP des résultats de l'humidité relative à l'interface entre la pierre calcaire et l'isolant.

Dans les deux types de parois, avec ITI et avec ITE, les configurations restent plus corrélées avec la composante 1 (Dim 1) qu'avec la composante 2 (Dim 2). La composante 1 explique très probablement l'effet dynamique du phénomène physique : tous les résultats sont fonction du temps donc très corrélés à Dim 1 (les points sur le cercle sont proches de Dim 1=1). La composante 2 expliquerait, dans cet exemple, le comportement des configurations par rapport au matériau dans lequel le point d'observation de  $\phi$  est placé.

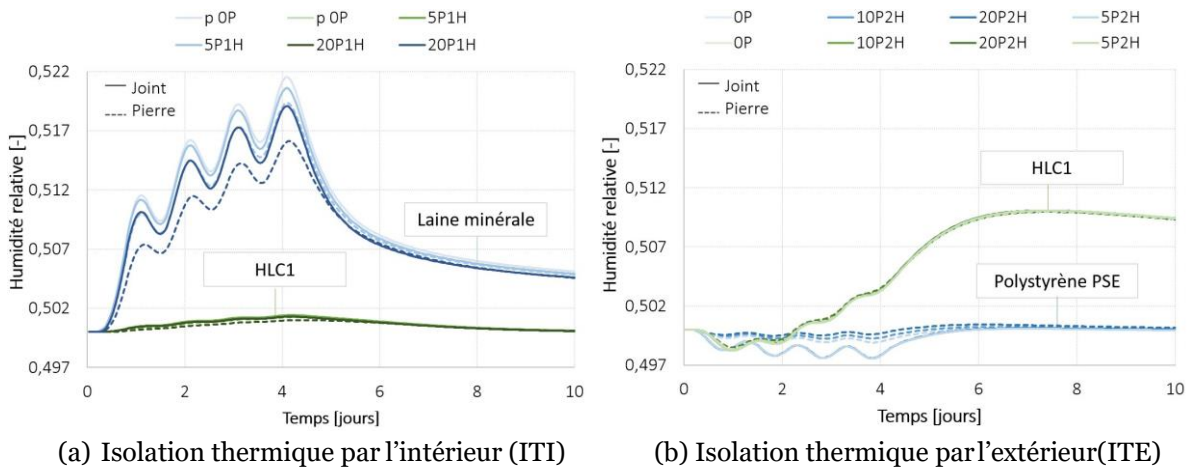


Figure 8: Humidité relative à l'interface entre la pierre et l'isolante. Isolation thermique par l'intérieur (ITI) : laine minérale et béton de chanvre HLC1. Isolation thermique par l'extérieur (ITE) : polystyrène PSE et béton de chanvre HLC1.

Les résultats de l'ACP sont confrontés aux résultats des simulations des configurations avec ITI et ITE, exposés figure 8. On constate que les valeurs de  $\phi$  dans les configurations avec isolation thermique par l'intérieur (ITI) en laine minérale sont supérieures aux valeurs dans les configurations avec béton de chanvre HLC1 (figure 8a). Dans le cas des parois avec

isolation thermique par l'extérieur (ITE), les configurations avec béton de chanvre HLC1 présentent des valeurs de  $\phi$  supérieures à celles observées dans les configurations avec polystyrène PSE (figure 8b); à l'exception des deux premiers jours, où les configurations avec béton de chanvre HLC1 ont une valeur  $\phi$  inférieure à celle observée dans les joints des configurations avec polystyrène PSE.

## 4. Conclusion

La mise en place d'une modélisation temporelle de transfert de chaleur couplé au transfert de masse appliquée à des structures multicouches poreuses peut engendrer une quantité de résultats difficile à traiter. Ce papier propose la mise en place originale d'une méthode statistique d'analyse des données : l'analyse en composante principale considérant la composante temporelle (ACP pour les phénomènes transitoires). L'utilisation de cette méthode pour des phénomènes transitoires n'apparaît pas dans la littérature à notre connaissance.

Le cas d'application est celui de murs rénovés parisiens. La modélisation se base sur les équations de transferts de chaleur et de masse au sein d'une matrice poreuse. Ces équations ont été implantées dans l'outil COMSOL Multiphysics. 17 différentes configurations (avec différentes natures d'isolant, épaisseurs et orientations de joint), 2 positions de la couche isolante, 2 conditions aux limites (échelon et sinusoïdale) ainsi que les variables étudiées (température, flux de chaleur et de masse, humidité relative et teneur en humidité) en différents points de la matière ont été testées pour une simulation sur 10 jours, et ont généré plus de 1000 données à analyser. La méthode ACP permet de réduire la dimension d'un problème. Ainsi, une ACP a été formulée pour chaque variable. Chaque ACP tient compte de l'évolution temporelle – sur 10 jours – de cette variable pour chaque configuration. Les résultats ont mis en évidence les configurations ayant la même tendance globale temporelle. Cependant, il peut y avoir un écart notable sur la valeur numérique de la variable étudiée. La méthode ACP ne peut être découplée d'une analyse physique des résultats. Ainsi la mise en place et l'analyse adéquate des résultats d'une ACP peut s'avérer être outil de pré-traitement d'un problème complexe par une approche globale avant une analyse détaillée des résultats retenus après ce screening par ACP.

## Références

- [1] L. Lebart, A. Morineau et M. Piron. *Statistique exploratoire multidimensionnelle*. Dunod (1995)
- [2] D. Peña. *Análisis de datos multivariantes*, volume 24. McGraw-Hill Madrid (2002)
- [3] G. Saporta. *Probabilités, analyse des données et statistique*, Editions Technip (2006)
- [4] W. Li, H. Henry Yue, S. Valle-Cervantes, S. Joe Qin, Recursive PCA for adaptive process monitoring, *J. of Process Control* 10 (2000), 471-486
- [5] J.C Jeng, Adaptive process monitoring using efficient recursive PSA and moving window PCA algorithms, *J. of the Taiwan Institute of Chemical Eng.* 41 (2010), 475-481
- [6] H. Künzel. *Simultaneous Heat and Moisture Transport in Building Components*. Dissertation, Fraunhofer Institute of Building Physics, (1995)
- [7] K. Azoz-Diaz, *Etude multi-échelle des transferts de masse et de chaleur appliquée à un bâtiment parisien rénové, en condition météorologique normale et en période de vague de chaleur*, Thèse Université Pierre et Marie Curie, Paris VI (2016)
- [8] C.-E. H. Hagentoft. *Final report. Methodology of HAM-modeling, HAMSTAD-project*. Rapport technique, Chalmers University of technology, (2002)