

# Définition d'une méthodologie pour l'estimation de la diffusivité thermique de métaux solides et liquides par méthode bayésienne

Thomas PIERRE<sup>1\*</sup>, Mickaël COURTOIS<sup>1</sup>, Muriel CARIN<sup>1</sup>, Helcio R.B. ORLANDE<sup>2</sup>, Philippe LE MASSON<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Univ. Bretagne Sud, FRE CNRS 3744, IRDL, F-56100 Lorient, France.

<sup>2</sup> Université fédérale de Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brésil.

\*(auteur correspondant: [thomas.pierre@univ-ubs.fr](mailto:thomas.pierre@univ-ubs.fr))

**Résumé** – L'objectif de ce travail est de définir une méthodologie d'estimation de la diffusivité thermique de métaux autour et au-delà de leur point de fusion. Expérimentalement, un dispositif est mis au point à cet effet pour conditionner jusqu'à 2 500 °C les échantillons testés dans le but ensuite de les solliciter *via* une excitation laser. La température de l'échantillon est contrôlée par pyrométrie multispectrale. Les incertitudes liées au modèle théorique aux hautes températures et à la mesure pyrométrique ont conduit à l'utilisation des méthodes bayésiennes. L'échantillonnage implique de développer un modèle réduit permettant d'accélérer l'algorithme. Ainsi, plusieurs tests de réduction de modèle sont analysés avec une méthode bayésienne afin d'estimer la diffusivité thermique à partir des températures ou des flux radiatifs issus de la face avant de l'échantillon. Les tests présentés analysent la performance de l'algorithme.

## Nomenclature

### Lettres latines

$a$	diffusivité thermique, $m^2 \cdot s^{-1}$
$c_p^m$	chaleur massique, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$e$	épaisseur, $m$
$h$	coefficient d'échange, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$k$	conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$M$	nombre de mesures
$N$	nombre de paramètres
$P, p$	paramètre
$r$	coordonnée, $m$
$r_0$	rayon du faisceau laser, $m$
$s$	surface, $m^2$
$t$	temps, $s$
$T$	température, $K$

$Y$	mesure
$z$	coordonnée, $m$

### Lettres grecques

$\varepsilon$	émissivité, -
$\varphi$	densité de flux, $W \cdot m^{-2}$
$\lambda$	longueur d'onde, $\mu m$
$\pi$	densité de probabilité
$\rho$	reflectivité, -
$\rho$	masse volumique, $kg \cdot m^{-3}$
$\sigma$	écart-type, $m$
$\theta$	température, °C

### Indices et exposants

$g$	global(e)
-----	-----------

## 1. Introduction

L'objectif de ce travail est de définir une méthodologie d'estimation de la diffusivité thermique de métaux autour et au-delà de leur point de fusion. Expérimentalement, un dispositif a été mis au point à cet effet pour conditionner jusqu'à 2 500 °C les échantillons testés dans le but ensuite de les solliciter *via* une excitation laser en face avant. La température de l'échantillon est contrôlée par pyrométrie multispectrale (figure 1) [1]. Afin de tenir compte des incertitudes liées au modèle et aux mesures, une méthode bayésienne est développée. De plus, pour accélérer l'algorithme, un modèle réduit est caractérisé vis à vis de modèles plus complexes. Finalement, les tests présentés analysent la performance de l'algorithme pour estimer la diffusivité thermique à partir des températures de la face avant de l'échantillon.

## 2. Présentation générale du dispositif hautes températures

Dans le dispositif à hautes températures (figure 2), les échantillons métalliques de petites dimensions sont placés dans un creuset en nitrure de bore, lui-même disposé dans un élément en graphite entouré d'un isolant. Le diamètre de l'élément en graphite est tel que ce dernier absorbe intégralement le champ électromagnétique. Le creuset et l'échantillon sont uniquement chauffés par conduction et rayonnement. L'ensemble est placé dans une enceinte étanche en aluminium assurant la mise sous vide ou sous gaz neutre (argon). Enfin, le flux radiatif émis par les échantillons passe à travers une fenêtre saphir placée en haut de l'enceinte et est collecté par un pyromètre multispectral (figure 1) *via* un collimateur. Ce pyromètre sépare le flux radiatif en direction de cinq détecteurs silicium qui mesurent chacun un flux quasi-monochromatique. L'étalonnage de cette chaîne de mesure [2] a permis de souligner les incertitudes et donc la difficulté intrinsèque de l'estimation.

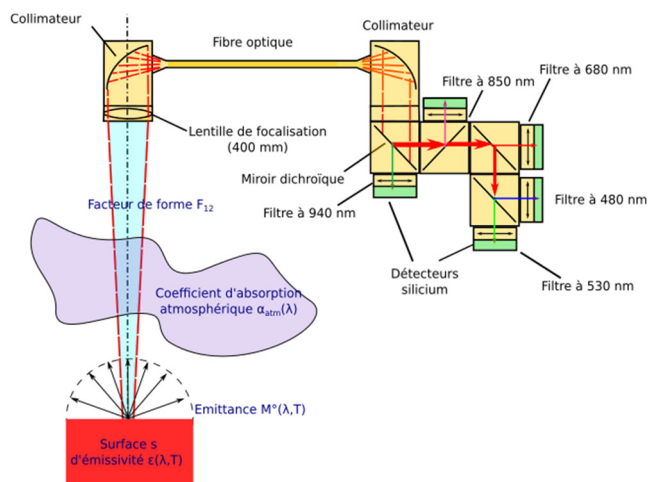


Figure 1 : pyromètre multispectral.

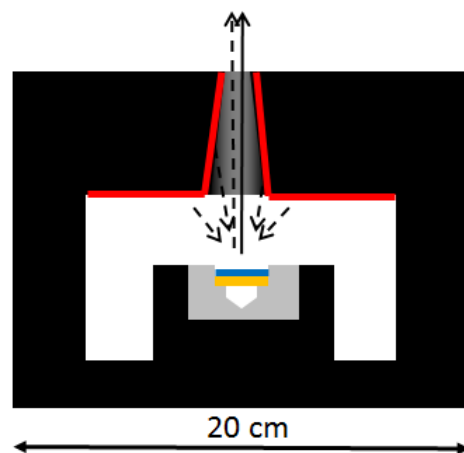


Figure 2 : schématisation du flux radiatif reçu par le pyromètre (trait pointillé : flux réfléchi ; trait plein : flux émis par l'échantillon vers le collimateur du pyromètre).

## 3. Modèles associés en flash face avant

En plus de contrôler la température, le pyromètre a pour vocation d'être utilisé pour l'estimation de la diffusivité thermique de l'échantillon placé dans son creuset. Il est envisagé d'équiper le dispositif hautes températures d'un laser pour réaliser une méthode flash face avant et le flux radiatif mesuré par chaque détecteur servira d'observable. Lorsque le domaine d'étude est solide, sa forme est maîtrisée et seules les conditions de transfert aux bornes du domaine demandent une définition plus approfondie. Dans le travail qui nous intéresse, les problèmes sont accrus. En effet, les transferts à hautes températures induisent, d'une part, au niveau du domaine d'étude, des évolutions liées à la fusion et donc des forces de tension superficielle avec éventuellement des écoulements, et, d'autre part, sur la surface des transferts radiatifs accentués avec des réactions chimiques (pollution du milieu étudié). En raison de tous ces effets, le modèle direct associé à ces études intègre des équations impliquant plusieurs physiques et complexifie la résolution. Les approches inverses demandant de multiples résolutions des modèles directs, l'inversion reste très consommatrice de temps de calcul. De plus, il existe des incertitudes sur les paramètres *a priori* connus. En complément, les mesures dans ces conditions sévères font apparaître elles aussi de nombreuses incertitudes.

En raison des incertitudes sur les modèles ainsi que sur les mesures, une approche bayésienne est proposée afin d'estimer les paramètres inconnus. Une particularité de cette approche est que les méthodes bayésiennes utilisent toutes les informations disponibles afin d'obtenir une fonction de densité a posteriori  $\pi(P|Y)$  des paramètres  $P$  à estimer au regard des mesures  $Y$ . Ainsi, chaque analyse statistique sur un paramètre  $P$  permet de quantifier la qualité de l'estimation. Cependant, cet avantage se paye par un temps de calcul accru, spécialement lors de l'utilisation des méthodes d'échantillonnage du type Monte Carlo par Chaîne de Markov (MCCM) qui impose la résolution d'un nombre important de problèmes directs. L'algorithme de Metropolis Hasting (MH) est un exemple de ce type de méthode (le nombre d'itérations peut atteindre 100 000). Pour cette raison, afin d'accélérer l'algorithme, l'utilisation d'un modèle réduit est proposée et conduit à des temps de calcul acceptables. L'algorithme doit dans ce cas intégrer une analyse statistique sur l'erreur introduite entre le modèle réduit et un modèle plus complet.

	Semi-infini	Monocouche	Bicouche
1D cartésien	1	2	3
2D axisymétrique :			
- Sollicitation homogène	4	5	6
- Sollicitation réduite	7	8	9

Tableau 1 : récapitulatif des modèles analytiques développés.

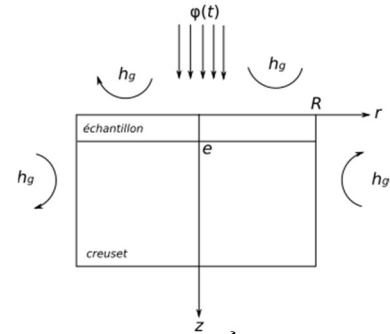


Figure 3 : Échanges thermiques.

Dans ce cadre, il est donc nécessaire de développer un modèle théorique représentatif et à la fois simplifié - ou réduit - qui décrit le champ de température dans l'échantillon soumis à une excitation laser. Ainsi, dans le cas d'une géométrie 2D axisymétrique deux couches (figure 3) en régime transitoire, un modèle complet est tout d'abord établi et donné par l'équation de la chaleur (1) et les conditions initiale (2) et aux limites suivantes (3)-(9) :

$$k_{jz} \frac{\partial^2 \theta_j(r, z, t)}{\partial z^2} + k_{jr} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_j(r, z, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta_j(r, z, t)}{\partial r^2} \right] = (\rho c_p^m)_j \frac{\partial \theta_j(r, z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$t = 0 \quad \theta_j(r, z, 0) = 0 \quad (2)$$

$$r = 0 \quad \frac{\partial \theta_j(0, z, t)}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

$$r = R \quad k_{jr} \frac{\partial \theta_j(R, z, t)}{\partial r} + h_g \theta_j(R, z, t) = 0 \quad (4)$$

$$z = 0 \quad 0 < r < r_0 \quad k_{jr} \frac{\partial \theta_1(r, 0, t)}{\partial z} + h_g \theta_1(r, 0, t) = \varphi(0, t) \quad (5)$$

$$z = 0 \quad r > r_0 \quad \lambda_{jr} \frac{\partial \theta_1(r, 0, t)}{\partial z} + h_g \theta_1(r, 0, t) = 0 \quad (6)$$

$$z = e \quad \theta_1(r, e, t) = \theta_2(r, e, t) \quad (7)$$

$$z = e \quad k_{1z} \frac{\partial \theta_1(r, e, t)}{\partial z} = k_{2z} \frac{\partial \theta_2(r, e, t)}{\partial z} \quad (8)$$

$$z \rightarrow \infty \quad \theta_2(r, \infty, t) = 0 \quad (9)$$

À partir du système d'équations (1)-(9), plusieurs modèles sont développés (Tableau 1) et comparés entre eux puis à un modèle numérique plus complexe. Il reste à définir le modèle réduit le plus pertinent.

## 4. Méthode bayésienne pour la réduction de modèle [3-4]

### 4.1. Principe de la méthode

Considérons le vecteur des paramètres apparaissant dans la formulation du problème physique. Parmi ces paramètres, la diffusivité et la conductivité du matériau étudié, le coefficient de transfert en surface de l'échantillon, la durée d'impulsion du laser, l'énergie surfacique déposée et l'épaisseur de l'échantillon sont des paramètres à étudier.

$$P^T \equiv [P_1, P_2, \dots, P_N] \quad (10)$$

où  $N$  est le nombre de paramètres. Le théorème de Bayes peut ensuite être défini :

$$\pi_{a \text{ posteriori}} = \pi(P|Y) = \frac{\pi(P)\pi(Y|P)}{\pi(Y)} \quad (11)$$

avec  $\pi(P)$  la densité *a priori* sur les paramètres inconnues ou incertains,  $\pi(Y|P)$  la fonction de vraisemblance donnant la densité de probabilité sur les différentes mesures au regard des paramètres  $P$  fixés et  $\pi(Y)$  la densité de probabilité marginale des mesures, jouant le rôle d'une constante de normalisation. Nous supposons que les erreurs de mesures ont une distribution gaussienne avec une moyenne et une covariance connues et sont additives et indépendantes des paramètres inconnus. Ainsi, la fonction de vraisemblance peut s'écrire :

$$\pi(Y|P) = (2\pi)^{-M/2} |W|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [Y - T(P)]^T W^{-1} [Y - T(P)] \right\} \quad (12)$$

où  $M$  est le nombre de mesures et  $W$  est la matrice de covariance des erreurs de mesure. Cependant, comme souligné précédemment et afin d'accélérer l'algorithme, un modèle réduit est utilisé. Ainsi, dans la fonction de vraisemblance, la matrice de covariance cumule deux termes : le premier est relatif aux erreurs de mesure ; le second prend en compte l'écart entre le modèle réduit et le modèle plus complet.

Concernant la densité de distribution des paramètres prise *a priori*, elle s'écrit :

$$\pi(P) = (2\pi)^{-N/2} |V|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [P - \mu]^T V^{-1} [P - \mu] \right\} \quad (13)$$

où  $\mu$  et  $V$  sont respectivement la moyenne et la matrice de covariance pour les paramètres  $P$ .

En remplaçant  $\pi(P)$  et  $\pi(Y|P)$  dans le théorème de Bayes et en faisant abstraction de la constante de normalisation  $\pi(Y)$ , nous obtenons :

$$\ln[\pi(P|Y)] \propto -\frac{1}{2} [(M + N) \ln(2\pi) + \ln|W| + \ln|V| + S_{MAP}(P)] \quad (14)$$

$$S_{MAP}(P) = [Y - T(P)]^T W^{-1} [Y - T(P)] + [P - \mu]^T V^{-1} [P - \mu] \quad (15)$$

La première de ces deux équations révèle que la maximisation de la probabilité de distribution *a posteriori* peut être obtenue par la minimisation de la seconde équation. L'inférence Bayésienne suppose que les incertitudes dans les modèles de vraisemblance et *a priori* reflètent toutes les incertitudes. Afin de rechercher le maximum de la probabilité de distribution *a posteriori*, une méthode d'échantillonnage basée sur la méthode MCCM est choisie. L'algorithme MH est un exemple de ce type de méthode. Cet algorithme débute avec une sélection d'un saut de distribution  $p(P^*, P^{t-1})$  qui est utilisée pour définir un nouveau candidat  $P^*$ , donnant l'état courant  $P^{t-1}$  de la chaîne de Markov. Une fois le saut de distribution défini, l'algorithme d'échantillonnage de MH peut être implémenté à travers la répétition des étapes suivantes :

- 1- Échantillonner un candidat  $P^*$  d'un saut de distribution  $p(P^*, P^{t-1})$ .
- 2- Calculer le facteur d'acceptation :

$$\alpha = \min \left[ 1, \frac{\pi(P^* | Y), p(P^{t-1}, P^*)}{\pi(P^{t-1} | Y), p(P^*, P^{t-1})} \right] \quad (16)$$

- 3- Générer une valeur aléatoire  $U$  uniformément répartie sur  $(0,1)$ .
- 4- Si  $U \leq \alpha$ , fixer  $P^t = P^*$  ; sinon, définir  $P^t = P^{t-1}$ .
- 5- Retourner à l'étape 1 afin de générer la séquence  $\{P^1, P^2, \dots, P^n\}$ .

De cette façon, une séquence est générée pour représenter la distribution *a posteriori* et l'inférence sur cette distribution postérieure est obtenue de l'inférence sur les échantillons  $\{P^1, P^2, \dots, P^n\}$ . À noter que les valeurs  $P^i$  doivent être rejetées tant que la chaîne n'a pas convergé.

Dans ce travail, nous nous sommes focalisés sur la validation de l'estimation des paramètres inconnus vis-à-vis de l'utilisation d'un modèle réduit et donc de la définition de la matrice de covariance construite sur l'erreur entre ce modèle réduit et un modèle plus complet.

Tout d'abord, nous travaillons sur six paramètres pour lesquels nous définissons *a priori* une valeur moyenne  $\mu_p$  et un écart type  $\sigma_p$  égal à 1 % de la valeur moyenne. Pour des raisons de calcul, ces valeurs sont bornées entre 0 et 3 ou 4 fois la valeur moyenne. Ensuite, afin de définir la matrice de covariance liée à l'écart entre le modèle réduit et le modèle plus complet, 2 000 échantillonnages suivant la méthode de Monte Carlo sont effectués. Le calcul de la moyenne des écarts permet ensuite de définir cette matrice de covariance. Dans cette phase de validation du modèle réduit vis-à-vis du modèle complet, les mesures sont d'une part, issues du modèle plus complet et prises en face avant de l'échantillon, et d'autre part, bruitées (écart-type du bruit de mesure égal à 1 % de la valeur maximale de la mesure).

L'étape suivante consiste donc après la définition de la matrice de covariance sur les erreurs de mesure et l'écart sur le modèle, de prendre les mesures bruitées issues du modèle plus complet pour l'algorithme MH, défini ci-dessus. Pour l'initialisation du calcul, les valeurs initiales des paramètres sont définies égales à deux fois la valeur moyenne recherchée. Aussi, à l'issue des 100 000 calculs liés à l'échantillonnage, les 50 000 premières valeurs sont retirées (« brûlées ») du fait de la convergence de l'algorithme.

## 4.2. Application de la méthode

La méthodologie développée dans ce travail consiste à partir d'un modèle réduit le plus simple possible, de venir le confronter à des modèles de plus en plus complexes. Les analyses des résultats permettent ensuite de conclure sur la validité ou non du modèle réduit choisi (tableau 1).

			Modèle complet / Modèle réduit n°2					
	n°		3	5	6	8	9	Comsol
	grandeurs	imposées	estimées					
mesure	$\sigma$ (K)		3,6					
diffusivité	$\mu_a$ (mm <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup> )	14,1	14,0	14,7	14,1	14,8	14,5	14,6
	$\sigma_a$ (10 <sup>-14</sup> m <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup> )		15,00	1,31	1,46	3,08	1,62	1,37
conductivité	$\mu_\lambda$ (W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	50	50,23	50,33	50,07	50,17	50,34	50,28
	$\sigma_\lambda$ (W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )		0,074	0,0374	0,043	0,0622	0,0391	0,0086
coefficient de transfert	$\mu_h$ (W·m <sup>-2</sup> ·K <sup>-1</sup> )	40	39,7	40,11	39,95	40,04	39,9	40,04
	$\sigma_h$ (W·m <sup>-2</sup> ·K <sup>-1</sup> )		0,0072	0,0193	0,0062	0,0256	0,0157	0,009
durée d'impulsion	$\mu_t$ (ms)	50	50,8	53,1	51,4	52,1	51,4	51,8
	$\sigma_t$ (ns)		211	5,11	4,13	7,09	14,9	164
énergie du flash	$\mu_\phi$ (MJ·m <sup>-2</sup> )	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\sigma_\phi$ (J·m <sup>-2</sup> )		83,32	67,66	65,3	61,7	67,67	41,26
épaisseur de l'échantillon	$\mu_e$ (mm)	4,00	5,10	4,30	3,90	4,30	3,80	4,10
	$\sigma_e$ (mm)		0,68	0,47	0,446	0,424	0,438	1,02
temps de calcul	$t_{mod}$ (s)		8,66	1 818	1 579	2 290	1 678	13 423
	$t_{sim}$ (s)		224	224	224	224	224	224

Tableau 2 : bilan des estimations des paramètres.

Les éléments d'analyse sont les valeurs moyennes retrouvées, les écarts types ainsi que les temps de calcul pour, d'une part,  $t_{mod}$  le calcul de la matrice de covariance sur l'erreur entre le modèle réduit et le modèle plus complet et d'autre part,  $t_{sim}$  le calcul final avec l'algorithme MH. Un premier cas d'étude a consisté à confronter un modèle réduit de type 1 (milieu semi-infini, 1D) avec un modèle plus complexe de type 2 (milieu Mono couche 1D). Une première analyse des résultats démontre que le choix d'un modèle réduit avec un milieu semi-infini n'est pas crédible. En effet, les deux paramètres que sont la diffusivité ainsi que l'épaisseur de l'échantillon ne sont pas estimés. Ainsi, la matrice de covariance construite sur l'écart entre le modèle réduit et le modèle complet (modèle avec un milieu fini d'épaisseur 4 mm) ne peut représenter ces écarts. Pour la suite du travail, nous avons donc plutôt utilisé un modèle réduit avec un milieu fini pour l'estimation de la diffusivité.

Cas d'étude : modèle réduit : modèle 2 (milieu monocouche, 1D) ; modèles plus complexes : modèles 3, 5, 6, 8 et 9 (milieu monocouche ou bicouche, 2D). Le travail consiste à prendre le modèle n° 2 comme modèle réduit (1D, monocouche) et de venir tester l'algorithme vis-à-vis de modèles complets de plus en plus complexes (modèles analytiques n° 3 à 9). Les modèles avec un milieu semi-infini ont été écartés. À partir des modèles plus complets, l'évolution de température en face avant est relevée et bruitée ( $\sigma = 3,6$  K). L'algorithme se poursuit par le calcul de la matrice de covariance définie sur l'erreur entre le modèle réduit et le modèle complet (2 000 échantillons sont testés) et s'effectue sur un temps de calcul  $t_{mod}$  (s). Le tableau n° 2 présente les temps de calcul qui s'allongent avec la complexité des modèles ; d'un temps de 8,66 s pour qualifier l'écart entre deux modèles 1D (cas 2), le temps peut aller jusqu'à 2 290 s pour l'écart entre le modèle réduit 1D et un modèle 2D analytique.

La dernière étape de l'algorithme est de chercher à définir une distribution statistique des paramètres à partir de l'algorithme de MH en s'appuyant sur les deux étapes précédentes : mesures issues du modèle le plus complet et matrice de covariance sommant les effets du bruit de mesure et de l'écart entre les modèles réduit et complet. L'échantillonnage dans cette phase porte sur 100 000 calculs à partir du modèle réduit. Ainsi, le temps de calcul n'est que de 224 s. Les résultats sur les six paramètres recherchés démontrent que l'algorithme est efficace. Pour chaque cas étudié, nous retrouvons les grandeurs (erreurs inférieures à 5 % pour la diffusivité, à 0,6 % pour la conductivité, à 0,3 % pour le coefficient de transfert, à 5,5 % pour la durée d'impulsion, à 0,01 % pour l'énergie du flash et à 25 % sur l'épaisseur de l'échantillon). Ainsi malgré une forte incertitude (jusqu'à 25 %) sur l'épaisseur de l'échantillon, la diffusivité est obtenue avec une erreur inférieure à 5 %.

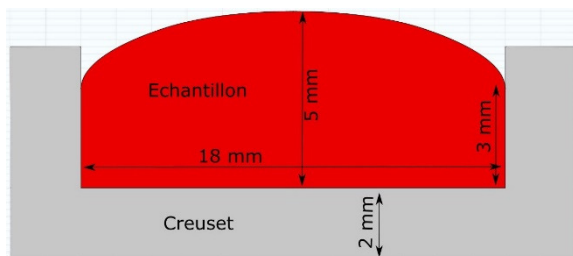


Figure 4 : simulation Comsol® de l'échantillon.

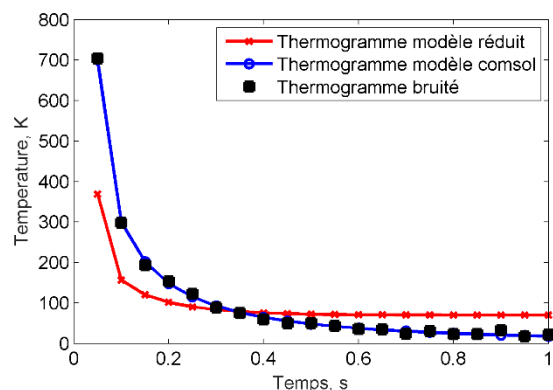


Figure 5: comparaison des températures issues des deux modèles.

Cas avec un modèle numérique développé sous Comsol® : pour ce dernier cas, un modèle avec une surface déformée est proposé. La figure 4 présente la géométrie, sachant que les grandeurs (paramètres thermophysiques, paramètres de la sollicitation...) restent identiques aux cas précédemment testés. La figure 5 affiche les évolutions de températures issues du modèle réduit et du modèle complet. Malgré l'utilisation de données d'entrée identiques, nous soulignons ici la différence de réponse de ces deux modèles et donc le besoin de prendre en compte cet écart à travers la matrice de covariance. Pour ce calcul, nous obtenons un temps de calcul sur la définition de cette matrice de covariance de 13 423 s (environ 3h et 43 min). Ensuite, l'algorithme de MH nous donne des résultats sur les grandeurs recherchées tout à fait satisfaisants (tableau 3 dernière colonne). De plus, le temps de calcul pour cette dernière phase reste comme dans les cas précédents de 224 s.

## 5. Conclusion

Cette communication a présenté une première étape dans l'utilisation des méthodes bayésiennes pour l'identification de paramètres thermophysiques tels la diffusivité. L'estimation de paramètres thermophysiques à hautes températures induit généralement, à travers l'utilisation de modèles théoriques dont les paramètres sont mal connus ainsi que des mesures pour lesquelles les chaînes de mesures demandent un étalonnage poussé, de multiples incertitudes. Ainsi, les méthodes bayésiennes permettent d'évaluer des distributions statistiques des paramètres à estimer au regard, d'une part, des grandeurs *a priori* connues et pour lesquelles des distributions statistiques sont choisies, et d'autre part, des mesures contenant des incertitudes. Cependant, le choix d'utiliser ce type de méthode d'estimation induit des échantillonnages et donc des résolutions des modèles théoriques nombreux. Afin de réduire ce temps de calcul, des modèles réduits peuvent être résolus à condition de pouvoir quantifier les écarts entre ces modèles réduits et ceux se rapprochant le plus de la réalité. Nous avons ainsi démontré la faisabilité de cette méthodologie. Nous avons choisi un modèle réduit 1D et calculer la matrice de covariance construite sur l'écart entre ce modèle et différents modèles plus complexes. *In fine*, nous obtenons des résultats très satisfaisants avec un temps de calcul pour l'algorithme de MH réduit à condition d'avoir au préalable calculé la matrice de covariance de l'erreur entre les deux modèles. Ainsi, une fois cette matrice calculée, il est possible, pour des configurations identiques, d'estimer les distributions statistiques des paramètres.

Le travail doit maintenant se poursuivre en cherchant à intégrer dans nos modèles, le modèle lié à la fonction de transfert du pyromètre qui elle-même contient plusieurs incertitudes.

## Remerciements

Les auteurs remercient le FEDER, l'IRT Jules Verne (projet MAPEPAS) ainsi que la région Bretagne pour le financement de ces travaux.

## Références

- [1] L. Dejaeghere, T. Pierre, M. Carin, P. Le Masson, *Développement d'un banc expérimental dédié à la caractérisation de propriétés thermophysiques de métaux à hautes températures – Validation de la mesure de température par méthode multispectrale*, Actes du congrès de thermique SFT, Lyon, 3 – 6 juin 2014.
- [2] L. Dejaeghere, T. Pierre, M. Courtois, M. Carin, P. Le Masson, *Inductive high temperatures apparatus dedicated to physical properties characterization of melted metals and alloys*, 11<sup>th</sup> ATPC 2016, 2 – 6 October 2016, Pacifico Yokohama, Japan.
- [3] M. Neumayer, D. Watzenig, H.R. B. Orlande, M.J. Colaço, G. S. Dulikravich, *Accelerated Bayesian Inference for an inverse heat transfer problem using approximations*, Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2012 IEEE International, 13-16 May 2012.
- [4] C. A. A. Mota, H. R. B. Orlande, M. O. M. De Carvalho, V. Kolehmainen, J. P. Kaipio, *Bayesian Estimation of Temperature-Dependent Thermophysical Properties and Transient Boundary Heat Flux*, Heat Transfer Engineering, 31:7, 570-580.