

# Étude numérique de la résolution du couplage convection/radiation/diffusion dans une structure de chaussée hybride

Nicolas LE TOUZ<sup>1,2</sup>, Jean DUMOULIN<sup>1,2</sup>, Jean-Michel PIAU<sup>3</sup>

<sup>1</sup> IFSTTAR, COSYS-SII et MAST-LAME, Route de Bouaye, F-44344, Bouguenais, France

<sup>2</sup> Inria, Équipe I4S, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes, France

<sup>3</sup> IFSTTAR, MAST-LAME, Route de Bouaye, F-44344, Bouguenais, France

**Résumé** - Dans cette étude, nous évaluons par modélisation numérique les apports énergétiques susceptibles de se produire dans une structure de chaussée routière hybride revêtue d'une couche de roulement semi-transparente ou opaque collée sur une couche de base poreuse, siège d'une circulation de fluide caloporteur. Les études numériques conduites proposent une résolution couplée de différents phénomènes thermiques : diffusion/convection dans le cas d'une chaussée drainante opaque en surface, et diffusion/convection/radiation pour une chaussée avec un revêtement semi-transparent. Les systèmes d'équations couplées sont résolus numériquement à l'aide de la méthode des éléments finis. Ce modèle a été développé directement sur un noyau Matlab®. Une discussion sur les résultats obtenus est proposée suivie d'une conclusion et de perspectives.

## Nomenclature

$B$	luminance énergétique d'un corps noir	$\kappa$	coefficient d'absorption
$k$	conductivité thermique	$\lambda$	longueur d'onde
$L$	luminance énergétique	$\Omega$	domaine spatial étudié
$N_S$	nombre de directions	$\phi$	fonction d'interpolation
$\mathbf{n}_{ext}$	normale extérieure	$\Phi_s$	flux solaire
$q$	source volumique de chaleur	$\rho$	coefficient de réflexion
$s$	position dans l'espace	$\sigma$	constante de Stefan, coefficient de diffusion
$S_2$	sphère unité	$\tau$	Épaisseur optique
$\mathcal{S}_i$	$i^{\text{ème}}$ élément directionnel	$\tau_D$	Épaisseur optique de la couche étudiée
$t$	temps	$\vartheta$	direction dans la sphère unité
$T$	température	$a, c$	indices relatifs à l'air et au ciel
$\beta$	coefficient d'extinction	$\nu, \lambda$	par unité de fréquence ou de longueur
$\varepsilon$	émissivité		

## 1. Introduction

Dans le cadre de la transition énergétique (*i.e.* économie d'énergie et diminution de la consommation en énergies fossiles), de nombreuses études et développements ont été conduits sur l'utilisation des énergies renouvelables (eau, vent, solaire, vagues). De plus, avec l'accroissement de l'urbanisation et le besoin croissant d'infrastructures routières plus performantes et ouvertes au trafic par tout temps, ces structures font également l'objet de travaux de recherche.

Les routes sont soumises à deux phénomènes pouvant donner lieu à de la récupération d'énergie : le roulement des véhicules ainsi que les apports du rayonnement solaire [7]. Plusieurs solutions ont été envisagées pour récupérer une partie de ces énergies. Ainsi, l'énergie provenant de la contrainte exercée par des camions et l'énergie cinétique peuvent être converties en énergie électrique à l'aide de générateurs piézoélectriques [24, 3] ou de générateurs électromagnétiques [3, 1].

Une autre manière de récupérer de l'énergie grâce aux chaussées est d'utiliser l'énergie apportée par le rayonnement solaire au travers de collecteurs convertissant l'énergie thermique en énergie électrique [7] ou à l'aide d'un fluide caloporteur [16] circulant dans des canaux insérés dans la structure. Une variante consistant en l'ajout d'une couche de surface semi-transparente peut également être mise en oeuvre [6]. Ces méthodes de récupération d'énergie thermique présentent aussi l'avantage de réduire la température en surface (qui peut atteindre 70 °C en été) et ainsi limiter l'orniérage provoqué par la perte de rigidité des matériaux bitumineux avec la température [23]. La circulation de fluide chaud peut aussi produire l'effet inverse en hiver en réchauffant la surface de la chaussée [2], afin d'éviter la présence de glace [15].

Pour optimiser les possibilités de récupération d'énergie, sans modifier lourdement les techniques de construction, nous étudions ici une solution de récupération du rayonnement solaire à l'aide d'un fluide caloporteur circulant dans une couche intermédiaire drainante (couche de liaison) localisée en-dessous de la couche de roulement sur laquelle circule les véhicules. Puis nous évaluons les gains apportés par l'utilisation d'un revêtement de surface semi-transparent.

Dans ce contexte, une modélisation numérique multiphysique a été étudiée et développée pour résoudre ce problème couplant des phénomènes d'échanges radiatifs, de diffusion thermique et de convection hydraulique dans un milieu poreux. Dans un premier temps, après avoir introduit le concept, nous présentons la modélisation étudiée et développée à l'aide d'une approche numérique basée sur la méthode des éléments finis. Dans un second temps, les méthodes de résolution sont couplées en vue de réaliser une évaluation des performances énergétiques sur un cas test. L'effet de l'adjonction d'une couche semi-transparente est discutée, puis des conclusions et perspectives sont présentées.

## 2. Concept de structure routière modifiée

Nous introduisons ici le concept de chaussée routière hybride qui est un système multicouche pour lequel les deux premières couches en partant de la surface font l'objet de modifications.

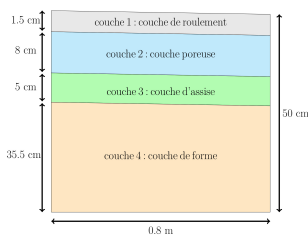


Figure 1: Structure étudiée

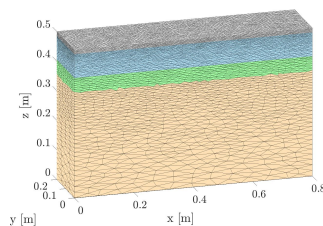


Figure 2: Maillage spatial

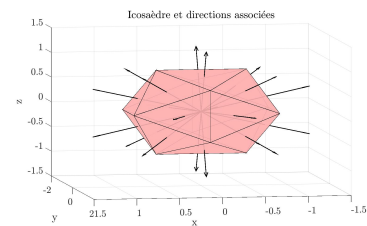


Figure 3: Maillage directionnel

La figure 1 présente une vue en coupe de la géométrie de chaussée étudiée. La couche 1 est, selon le cas étudié, semi-transparente ou opaque. La couche 2 est poreuse : un fluide s'écoule à l'intérieur dans son épaisseur et selon le sens de la largeur de la chaussée, sous l'effet du dévers imposé à la construction des chaussées. Les couches 3 et 4 sont opaques.

La géométrie du cas d'étude (Route de 5ème Génération - R5G) présenté dans cet article consiste en une portion de chaussée de 0.8 m de largeur, 0.2 m de longueur et 0.5 m de hauteur. Les propriétés thermiques prises en considérations sont reportées dans la table 1. Le maillage spatial utilisé lors de la résolution du problème par éléments finis est présenté sur la figure 2. Il est constitué d'éléments  $\mathcal{P}_1$ , et le maillage directionnel utilisé dans le cas d'une couche semi-transparente comporte 20 nœuds et est représenté sur la figure 3.

Les propriétés optiques de la couche semi-transparente varient selon la longueur d'onde du rayonnement. Pour les calculs, nous utilisons les valeurs des coefficients d'absorption (par bande spectrale) données par [19] et listées dans la table 2. Le revêtement semi-transparent étant

très diffusant, nous choisissons un coefficient de diffusion de  $10 \text{ m}^{-1}$  et un indice de réfraction de 1.5.

	couche 1	couche 2	couche 3	couche 4	fluide
$k \text{ [W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}\text{]}$	0.85	1.03	1.40	1.10	0.60
$\rho \text{ [kg.m}^{-3}\text{]}$	2700	2360	2620	2300	1000
$C_p \text{ [J.K}^{-1}\text{.kg}^{-1}\text{]}$	840	780	860	1000	4180

Tableau 1: Propriétés thermiques utilisées [2, 13, 21]

$\lambda \text{ [}\mu\text{m]}$	$\lambda < 0.5$	$0.5 \leq \lambda < 2.7$	$2.7 \leq \lambda < 4.5$	$4.5 \leq \lambda < 50$	$\lambda \geq 50$
$\kappa_\lambda \text{ [m}^{-1}\text{]}$	0	10	1000	5000	$+\infty$
$\sigma_\lambda \text{ [m}^{-1}\text{]}$	10	10	10	10	10

Tableau 2: Propriétés optique du matériau semi-transparent [19]

Le parcours moyen du rayonnement dans le matériau semi-transparent est inférieur au mm au-delà d'une longueur d'onde de  $2.7 \mu\text{m}$ . Étant donnée l'épaisseur de la couche (1.5 cm), nous faisons l'hypothèse que le rayonnement, au-delà d'une longueur d'onde de  $2.7 \mu\text{m}$ , est absorbé aussitôt qu'il arrive en surface du matériau semi-transparent. En pratique, nous prendrons donc des valeurs infinies pour le coefficient d'absorption  $\kappa_\lambda$  pour les bandes spectrales situées au-delà de  $2.7 \mu\text{m}$ .

Les conditions aux limites prises en considération lors des calculs sont en conditions environnementales estivales. La surface de chaussée est soumise au rayonnement solaire, aux échanges convectifs avec l'air extérieur et aux échanges radiatifs avec le ciel.

Les températures de l'air  $T_a$  (en  $^\circ\text{C}$ ), du ciel  $T_c$  (en  $^\circ\text{C}$ ) et la densité de flux solaire (en  $\text{W.m}^{-2}$ ) sont fonctions du temps et sont supposés vérifier :

$$\begin{cases} T_a(t) = 20 + 5 \sin(\omega t) \\ T_c(t) = T_a(t) - 6 \text{ (d'après [9])} \\ \Phi(t) = \frac{1000}{2} \times (\sin(\omega t - \phi_0) + a + |\sin(\omega t - \phi_0) + a|) \end{cases} \quad (1)$$

Où  $a = 0.3827$  pour avoir une durée d'ensoleillement égale à 15 heures,  $\omega = \frac{2\pi}{86400}$  et  $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ .

Le coefficient d'échange convectif ( $h$  en  $\text{W.m}^{-2}\text{.C}^{-1}$ ) avec l'air est estimé d'après la corrélation de McAdams par  $h = 5.7 + 3.8 \times V_w$  avec  $V_w$  la vitesse du vent supposée ici constante et égale à  $1 \text{ m.s}^{-1}$ .

Le fluide caloporteur est injecté dans la couche poreuse à une température constante, égale à  $20^\circ\text{C}$ . La conductivité hydraulique est prise égale à  $2.18 \text{ cm.s}^{-1}$  [2], et la pente à 1 %.

### 3. Modélisation éléments finis des phénomènes

#### 3.1. Diffusion thermique

La résolution de l'équation de la chaleur avec la méthode des éléments finis est un problème classique largement traité dans la littérature [8, 21]. Nous considérons ici des apports convectif et radiatif à la surface, l'adiabaticité étant supposée sur les autres frontières. En particulier, la profondeur est suffisamment grande pour que les échanges thermiques sur la frontière inférieure soient négligeables. L'équation de la chaleur et les conditions aux limites s'écrivent (2). Des formulations éléments finis de cette équation peuvent être trouvées dans [8].

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot [k \nabla T] + q & \text{sur le domaine } \Omega \\ k \nabla T \cdot \mathbf{n} = \Phi_s + h(T_a - T) + \varepsilon \sigma (T_c^4 - T^4) & \text{à la surface} \\ k \nabla T \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2)$$

### 3.2. Convection hydraulique

Nous supposons que la couche drainante, de porosité  $\varphi$ , est entièrement saturée de fluide caloporteur à la température  $T_f$ . L'écoulement du fluide est alors régi par la loi de Darcy et sa vitesse  $u$  vérifie :  $u = \frac{-K\rho g}{\mu} \nabla \left( \frac{p}{\rho g} + z \right)$ , avec  $K$  la perméabilité ( $\text{m}^2$ ),  $\rho$  la masse volumique du fluide ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ),  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $\mu$  la viscosité dynamique ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ). Deux champs de température sont utilisés : un premier pour le solide, défini sur tout le domaine étudié, noté  $T$ , et le second pour le fluide, défini seulement sur le domaine poreux, noté  $T_f$ .

L'écriture de l'équation de la chaleur au niveau microscopique, sur chaque pore et l'utilisation d'un volume élémentaire représentatif permettent d'obtenir un système couplé d'équations mettant en jeu les valeurs moyennes, sur chaque volume élémentaire représentatif, des deux champs de température. Le système obtenu s'écrit [4, 18] :

$$(1 - \varphi) \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = (1 - \varphi) \nabla \cdot [k \nabla T] + h_{fs} a_{fs} (T_f - T) \quad (3)$$

$$\varphi \rho_f c_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho_f c_f u \cdot \nabla T_f = \varphi \nabla \cdot [k_f \nabla T_f] + h_{fs} a_{fs} (T - T_f) \quad (4)$$

Avec  $h_{fs}$  un coefficient d'échange vérifiant [18]  $\frac{1}{h_{fs}} = \frac{d_p}{Nu_{fs} k_f} + \frac{d_p}{\beta k}$ , et  $a_{fs}$  la surface spécifique (surface par unité de volume) donnée par  $a_{fs} = \frac{6(1-\varphi)}{d_p}$  avec  $d_p$  la taille des granulats,  $Nu_{fs}$  le nombre de Nusselt et  $\beta$  une constante.

On note  $\Omega_f$  le domaine constitué de la couche poreuse solide et du fluide. Dans ce domaine, la couche poreuse est soumise à des échanges convectifs avec le fluide. La méthode de Galerkin permet d'écrire, sur  $\Omega_f$  :

$$\begin{cases} \sum_i \left\{ (1 - \varphi) \left( \int_{\Omega_f} \rho c \phi_i \phi_j d\Omega \right) \frac{\partial T_i}{\partial t} + (1 - \varphi) \left( \int_{\Omega_f} \nabla \phi_i k \nabla \phi_j d\Omega + \int_{\partial\Omega_{f,in}} h_f \phi_i \phi_j d\Gamma \right) T_i \right\} \\ = \left( \int_{\partial\Omega_{f,in}} h_f \phi_j T_{f0} d\Gamma \right) + \sum_i \left\{ \left( \int_{\Omega_f} h_{fs} a_{fs} \phi_i \phi_j d\Omega \right) (T_{f,i} - T_i) \right\} \forall j \\ \sum_i \left\{ \varphi \left( \int_{\Omega_f} \rho c \phi_i \phi_j d\Omega \right) \frac{\partial T_{f,i}}{\partial t} + \left( \varphi \int_{\Omega_f} \nabla \phi_i k \nabla \phi_j d\Omega + \int_{\Omega_f} \phi_i \rho_f c_f u \cdot \nabla \phi_j d\Omega \right) T_{f,i} \right\} \\ = \sum_i \left\{ \left( \int_{\Omega_f} h_{fs} a_{fs} \phi_i \phi_j d\Omega \right) (T_i - T_{f,i}) \right\} \forall j \end{cases} \quad (5)$$

### 3.3. Échanges radiatifs dans la couche semi-transparente

Dans cette partie, nous étudions la modélisation des effets du couplage diffusion thermique/échanges radiatifs se produisant dans le revêtement. Ce revêtement semi-transparent est quasi transparent pour le rayonnement solaire, et quasi opaque pour le rayonnement aux grandes longueurs d'ondes. Les transferts radiatifs sont régis à l'intérieur du domaine semi-transparent par l'équation de transfert radiatif. Cette équation permet de déterminer le champ de luminance énergétique (flux radiatif directionnel) connaissant les propriétés optiques du domaine.

L'équation de transfert radiatif s'écrit [10] :

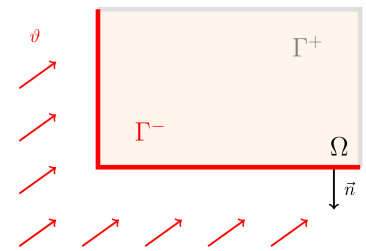


Figure 4: Frontières pour une direction donnée

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\vartheta} \cdot \nabla L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}) &= -(\kappa_\nu + \sigma_\nu) L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}) + \kappa_\nu B_\nu(T(s)) + \frac{\sigma_\nu}{4\pi} \int_{4\pi} p_\nu(\tilde{\boldsymbol{\vartheta}}, \boldsymbol{\vartheta}) L_\nu(s, \tilde{\boldsymbol{\vartheta}}) d\tilde{\boldsymbol{\vartheta}} \\ \forall (s, \boldsymbol{\vartheta}) &\in \Omega \times S_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Le terme transitoire est ici négligé, les phénomènes en jeu étant lents [10]. Les conditions limites s'écrivent, sur les frontières d'entrée du domaine  $\Gamma^-$  (représentée sur la figure 4) à partir de deux composantes : le rayonnement provenant de l'extérieur  $g_{ext}$  et le rayonnement interne réfléchi à la frontière  $g_{int}$ .

$$L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}) = g_{ext}(s, \boldsymbol{\vartheta}) + g_{int}(L_\nu, s, \boldsymbol{\vartheta}) \quad (7)$$

Plusieurs méthodes existent afin de résoudre cette équation : volumes finis, Monte Carlo, ordonnées discrètes [10, 17]. Nous proposons ici d'utiliser la méthode des éléments finis en nous appuyant sur les travaux de [12, 20], ceci permettant notamment de conserver le même maillage spatial que celui utilisé pour la diffusion thermique. Deux discrétisations sont pour cela effectuées : une première pour les directions, dans la sphère unité, et une seconde dans l'espace. La discrétisation directionnelle est réalisée à l'aide de la méthode des ordonnées discrètes. Pour un maillage directionnel avec des nœuds  $\boldsymbol{\vartheta}_i$  situés au centre des éléments  $\mathcal{S}_i$  associés à des poids  $w_i$ , les termes intégraux peuvent être réécrits, pour toute variable  $u$  continue sur la sphère unité  $\int_{4\pi} u(\boldsymbol{\vartheta}) d\boldsymbol{\vartheta} = \sum_{i=1}^{N_S} w_i u(\boldsymbol{\vartheta}_i)$ . Cette discrétisation est équivalente à l'application de la méthode de Dirichlet avec des fonctions d'interpolation constantes sur chaque élément directionnel  $\mathcal{S}$ . Afin d'obtenir un maillage directionnel ayant des directions réparties le plus uniformément dans la sphère unité, nous proposons l'utilisation d'une discrétisation basée sur un icosaèdre régulier déjà évoquée par [20]. Chaque direction est orientée vers le centre d'une des faces triangulaires, les poids étant proportionnels aux surfaces des faces, donc égales. Par défaut, ce maillage présente 20 directions (figure 5), mais il peut être raffiné en décomposant chaque face en quatre triangles équilatéraux projetés ensuite sur la sphère unité (figure 6). Ce processus peut être répété plusieurs fois afin d'obtenir un maillage directionnel encore plus raffiné.

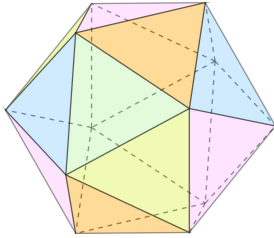


Figure 5: Icosaèdre

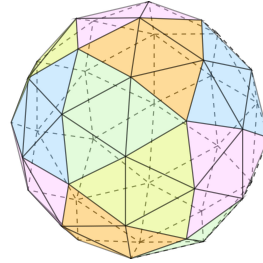


Figure 6: Polyèdre à 80 faces obtenu à partir d'un icosaèdre

Un système de  $N_S$  équations est obtenu à partir de (6) et (7) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\vartheta}_k \cdot \nabla L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}_k) = -(\kappa_\nu + \sigma_\nu) L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}_k) + \kappa_\nu B_\nu(T(s)) + \frac{\sigma_\nu}{4\pi} \sum_{l=1}^{N_S} w_l p_\nu(\boldsymbol{\vartheta}_l, \boldsymbol{\vartheta}_k) L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}_l) \\ \forall (s, k) \in \Omega \times \llbracket 1, N_S \rrbracket \\ L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}_k) = g_{ext}(s, \boldsymbol{\vartheta}_k) + g_{int}(L_\nu, s, \boldsymbol{\vartheta}_k), (s, \boldsymbol{\vartheta}_k) \in \Gamma^- \end{cases} \quad (8)$$

Nous introduisons des produits scalaires sur  $\Omega$  et  $\partial\Omega_k^-$  notés  $\langle \cdot | \cdot \rangle_\Omega$  et  $\langle \cdot | \cdot \rangle_{k^-}$  et définis par :

$$\langle a_1 | b_1 \rangle_\Omega = \int_\Omega a_1(s) b_1(s) d\Omega, \quad \langle a_2 | b_2 \rangle_{k^-} = \int_{\partial\Omega_k^-} a_2(s, \boldsymbol{\vartheta}) b_2(s, \boldsymbol{\vartheta}) d\sigma$$

Avec  $a_1, b_1 \in W_\Omega$  où  $W_\Omega = \{u \in L^2(\Omega) / \forall \boldsymbol{\vartheta} \in S_2, \boldsymbol{\vartheta} \cdot \nabla u \in L^2(\Omega \times S_2)\}$ ,  $a_2, b_2 \in W_{0,k}$  où  $W_{0,k} = \{u \in L^2(\partial\Omega_k^-)\}$ , et  $\partial\Omega_k^-$  les frontières entrantes dans  $\Omega$  pour la direction  $\boldsymbol{\vartheta}_k$  :  $\partial\Omega_k^- = \{s \in \partial\Omega \text{ tels que } \mathbf{n}_{ext}(s) \cdot \boldsymbol{\vartheta}_k < 0\}$ .

L'équation de transfert radiatif peut se réécrire, pour chaque direction du maillage directionnel  $\boldsymbol{\vartheta}_k$  sous la forme faible [12],  $\forall \varphi \in W_\Omega$  :

$$\begin{cases} \langle \mathcal{A}_\nu L_\nu(\cdot, \boldsymbol{\vartheta}_k) | \varphi \rangle_\Omega = \langle f_k | \varphi \rangle_\Omega \\ \langle \mathcal{B}_\nu L_\nu(\cdot, \boldsymbol{\vartheta}_k) | \varphi \rangle_{k^-} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

L'équation de transfert radiatif étant hyperbolique, des oscillations non physiques peuvent survenir dans les résultats. Pour prévenir de cela, un terme de diffusion numérique peut être rajouté [11]. En injectant de plus les conditions limites sous la forme de contraintes faibles, la formulation suivante est obtenue :

$$\langle \mathcal{A}_\nu L_\nu(\cdot, \boldsymbol{\vartheta}_k) | \varphi + \delta \boldsymbol{\vartheta}_k \cdot \nabla \varphi \rangle_\Omega + \langle \mathcal{B}_\nu L_\nu(\cdot, \boldsymbol{\vartheta}_k) | \varphi \rangle_{k^-} = \langle f_k | \varphi + \delta \boldsymbol{\vartheta}_k \cdot \nabla \varphi \rangle_\Omega \quad (10)$$

Avec  $\delta$  un paramètre lié à la taille des mailles. [12] propose d'utiliser  $\delta = 0.3h$  dans le cas où le coefficient d'extinction  $\kappa_\nu + \sigma_\nu$  est inférieur à  $1 \text{ m}^{-1}$ , et une valeur nulle pour  $\kappa_\nu + \sigma_\nu \gg 1$ .

Pour un maillage spatial à  $N_\Omega$  nœuds, un système d'équation de taille  $(N_S \times N_\Omega)^2$  peut être obtenu pour chaque intervalle fréquentiel. Il s'écrit sous la forme [12] :

$$(T_h + M_h(\kappa_\nu) + S_h(\sigma_\nu + R_h(\rho_\nu))) L_\nu = M_h(\kappa_\nu) B_\nu + Q_h G_\nu \quad (11)$$

Où  $T_h L_\nu$  représente les variations d'énergie radiative,  $M_h(\kappa_\nu) L_\nu$  les pertes par absorption,  $S_h(\sigma_\nu) L_\nu$  les effets de la diffusion,  $R_h(\rho_\nu) L_\nu$  les effets de la réflexion,  $M_h(\kappa_\nu) B_\nu$  les gains par émission propre et  $Q_h G_\nu$  les apports provenant de l'extérieur.

Le terme source peut être divisé en deux parties : une source volumique provenant de l'absorption du rayonnement à l'intérieur du matériau semi-transparent, et un flux atteignant les interfaces avec des matériaux opaques.

Les composantes volumique  $S_{vol}$  et en flux  $S_{flux}$  du terme source s'obtiennent de la manière suivante [17] :

$$S_{vol} = -\nabla \cdot \int_{\nu=0}^{+\infty} \int_{4\pi} L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}) \boldsymbol{\vartheta} d\boldsymbol{\vartheta} d\nu \quad (12)$$

$$S_{flux} = \int_{\nu=0}^{+\infty} \left[ (1 - \rho_\nu) \int_{\boldsymbol{\vartheta} \cdot \mathbf{n}_{ext} > 0} L_\nu(s, \boldsymbol{\vartheta}) \boldsymbol{\vartheta} \cdot \mathbf{n}_{ext} d\boldsymbol{\vartheta} - \varepsilon_\nu \pi B_\nu(T) \right] d\nu \quad (13)$$

La résolution temporelle du problème couplé est réalisée avec un schéma de Crank-Nickolson. À chaque pas de temps, l'équation de transfert radiatif (11) est d'abord résolue, permettant d'obtenir la luminance en chaque nœud spatial et directionnel. Les termes sources sont ensuite calculés avec (12) et (13) et réinjectés dans l'équation de la diffusion thermique, afin de prendre en compte les effets de la couche semi-transparente. Le champ de température au pas de temps suivant est enfin calculé en résolvant l'équation de la chaleur pour le solide et le fluide avec la méthode des éléments finis (système (5)).

## 4. Exemples de résultats et analyse

Les résultats présentés et discutés dans ce paragraphe ont été obtenus pour les conditions aux limites en régime pseudo-périodique présentées au paragraphe 2. Les conditions initiales sont effacées en réalisant le calcul sur 10 périodes. L'influence du revêtement semi-transparent se fait principalement ressentir en présence de rayonnement solaire, avec une température jusqu'à  $10^\circ\text{C}$  plus élevée au niveau de l'interface entre le revêtement et la couche poreuse (figure 7). La modification du champ de température provoquée par la présence du revêtement semi-transparent, permet de rediriger la chaleur apportée par le rayonnement solaire plus en profondeur, afin d'accroître le réchauffement du fluide. Cette modification de la répartition de l'apport

de chaleur dans la chaussée est visible sur la figure 9, qui représente le profil de température selon la profondeur à 70 cm de l'injection du fluide, au milieu de la largeur. La diminution de la température maximale observée ici (figures 7 et 8) permet de plus de prévenir la surface de la chaussée d'un vieillissement prématuré.

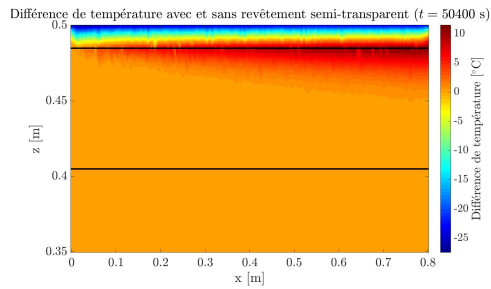


Figure 7: Différence de température avec et sans revêtement semi-transparent (vue en coupe  $y = 0.1$  m à  $t = 50400$  s)

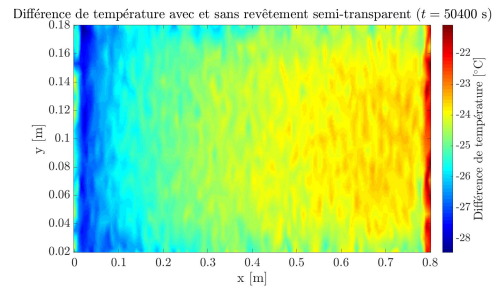


Figure 8: Vue de dessus de la différence de température avec et sans revêtement semi-transparent

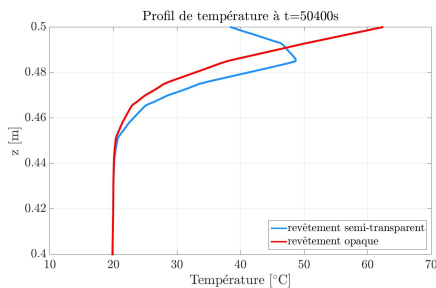


Figure 9: Profils verticaux de température en  $x = 0.7$  m,  $y = 0.1$  m à  $t = 50400$  s

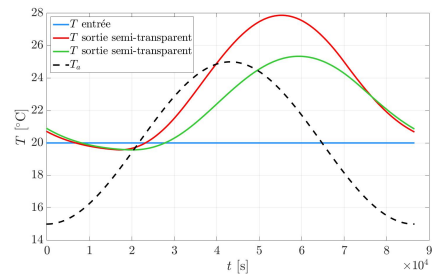


Figure 10: Évolutions journalières des températures d'entrée et de sortie du fluide

L'étude de la température de sortie du fluide, représentée sur la figure 10 permet de mettre en évidence cette différence de comportement entre les deux chaussées. Le rayonnement solaire, en étant absorbé à l'intérieur de la structure, permet de chauffer plus en profondeur, et donc de façon plus efficace le fluide. Celui-ci ressort ainsi jusqu'à  $2.5^{\circ}\text{C}$  plus chaud en journée en présence d'un revêtement semi-transparent. Dans les deux cas la récupération du fluide en sortie permet un apport d'énergie, celui-ci ressortant plus chaud qu'injecté sauf pendant la fin de la nuit. La puissance moyenne peut être évaluée, sur une journée estivale telle que simulée ici, à  $295$  W par  $\text{m}^2$  de chaussée avec le revêtement semi-transparent contre  $199$  W par  $\text{m}^2$  avec le revêtement opaque. Il faut cependant noter que ces évaluations ont été obtenues pour une largeur de chaussée égale à  $0.8$  m et que l'échangeur devient moins efficace pour des longueurs de chaussées plus importantes [14]. Le gain ainsi obtenu avec un revêtement semi-transparent atteint  $49.3\%$ . Il faut néanmoins noter que ces résultats correspondent à un maximum et ne peuvent être obtenus que pour une journée chaude et fortement ensoleillée ayant une densité de flux solaire atteignant  $1000$   $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ .

## 5. Conclusion et perspectives

Dans cette étude numérique, nous avons présenté une manière de résoudre le couplage entre diffusion thermique, convection hydraulique et échanges radiatifs basée sur les éléments finis. Un cas d'étude, basé sur les chaussées de cinquième génération, capables de récupérer de l'énergie, a été mis en œuvre afin d'analyser les effets induits par la présence d'un revêtement semi-transparent. L'application du modèle éléments finis a permis d'obtenir le champ de température à l'intérieur de la chaussée pour une journée type, ainsi que d'évaluer les apports énergétiques induits par la présence du revêtement semi-transparent.

En perspective, l'analyse du comportement thermique de ce type de chaussée sur des durées plus longues et sous des conditions météorologiques différentes est une piste à approfondir, tout comme la recherche des paramètres optiques permettant d'optimiser les apports énergétiques d'une telle chaussée.

## Références

- [1] E. Arroyo et A. Badel, *Electromagnetic vibration energy harvesting device optimization by synchronous energy extraction*, Sensors and Actuators A, Vol. 171, pp. 266-273, 2011
- [2] S. Asfour, F. Bernardin, E. Toussaint et J.-M. Piau, *Hydrothermal modeling of porous pavement for its surface de-freezing*, Applied Thermal Engineering, Vol. 107, pp. 493-500, 2016
- [3] S. P. Beeby, M. J. Tudor et N. M. White, *Energy harvesting vibration sources for microsystems applications*, Meas. Sci. Technol., Vol. 17, pp. R175-R195, 2006
- [4] A. Bejan, I. Dincer, S. Lorente, A. F. Miguel et A. H. Reis, *Porous and Complex Flow Structures in Modern Technologies*, Springer-Verlag New York, 1ère édition, 2004
- [5] J. Brouns, A. Nassiopoulou, F. Bourquin et K. Limam, *Dynamic building performance assessment using calibrated simulation*, Energy and Buildings, Vol. 122, pp. 160-174, 2016
- [6] [http://www.ifsttar.fr/fileadmin/redaction/5\\_ressources-en-ligne/Communication/Espace\\_presse/Dossiers\\_de\\_presse/Route\\_solaire\\_Fr\\_1\\_.pdf](http://www.ifsttar.fr/fileadmin/redaction/5_ressources-en-ligne/Communication/Espace_presse/Dossiers_de_presse/Route_solaire_Fr_1_.pdf)
- [7] F. Duarte et A. Ferreira, *Energy harvesting on road pavements : state of the art*, Proceedings of the institution of civil engineers, Vol. 169, pp. 79-90, 2016
- [8] D. K. Gartling et J. N. Reddy, *The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics, Third Edition*, CRC Press, 2010
- [9] M. R. Hall, P. K. Dehdezi, A. R. Dawson, J. Grenfell, et R. Isola, *Influence of the Thermophysical Properties of Pavement Materials on the Evolution of Temperature Depth Profiles in Different Climatic Regions*, Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 24, pp 32-47, 2012
- [10] J.R. Howell, R. Siegel et M.P. Pinar, *Thermal radiation heat transfer*, CRC Press, 5ème édition, 2010
- [11] C. Johnson, *Numerical solution of partial differential equations by the finite element method*, 1ère édition, Cambridge University Press, 1987
- [12] G. Kanshat, Solution of radiative transfer problems with finite elements, In G. Kanshat, E. Meinköhn, R. Rannacher et R. Wehrse, éditeurs : *Numerical methods in multidimensional radiative transfer*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009
- [13] F. P. Incropera et D. P. DeWitt, *Fundamentals of heat and mass transfer*, troisième édition, Wiley, 1990
- [14] N. Le Touz, *Modélisation des performances énergétiques de structures routières modifiées*, rapport de stage ingénieur, École Centrale de Nantes, 2014
- [15] X. Liu, S. J. Rees et J. D. Spitler, *Modeling snow melting on heated pavement surfaces. Part I : Model development*, Applied Thermal Engineering, Vol. 27, pp. 1115-1124, 2007
- [16] R. B. Mallick, B.-L. Chen et S. Bhowmick, *Harvesting energy from asphalt pavements and reducing the heat island effect*, International Journal of Sustainable Engineering, Vol. 2, No. 3, pp. 214-228, 2009
- [17] M. Modest, *Radiative Heat Transfer*, Academic Press, deuxième édition, 2003
- [18] D.A. Nield et A. Bejan, *Convection in porous media*, Springer, 4ème édition, 2013
- [19] T. H. Ping et M. Lallemand, *Transient radiative-conductive heat transfer in flat glasses submitted to temperature, flux and mixed boundary conditions*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 32, No. 5, pp. 795-810, 1989
- [20] S. Richling, E. Meinköhn, N. Kryzhevoi et G. Kanshat, *Radiative transfer with finite elements I. Basic method and tests*, Astronomy & Astrophysics, Vol. 380, pp. 776-788, 2001
- [21] J. Taine, F. Enguehard et E. Iacona, *Transferts thermiques, introduction aux transferts d'énergie*, 5ème édition, Dunod, 2014
- [22] J.-H. Tsai et J.-D. Lin, *Transient Combined Conduction and Radiation with Anisotropic Scattering*, J. Thermophysics, Vol. 4, No. 1, pp. 92-97, 1990
- [23] W. T. Van Bijsterveld, L. J. M. Houben, A. Scarpas et A. A. A. Molenaar, *Using Pavement as Solar Collector - Effect on Pavement Temperature and Structural Response*, Transportation Research Record 1778, Paper No. 01-2795, pp. 140-148, 2001
- [24] H. Zhao, J. Yu et J. Ling, *Finite element analysis of Cymbal piezoelectric transducers for harvesting energy from asphalt pavement*, Journal of the Ceramic Society of Japan, Vol. 118, No. 10, pp. 909-915, 2010