

Modélisation thermo-fluidique d'un écoulement alterné de fluide pour le couplage multiphysique

Antony PLAIT*, Philippe NIKA, Stefan GIURGEA, Thierry de LAROCHELAMBERT, Christophe ESPANET

Institut FEMTO-ST, CNRS, Univ. Bourgogne Franche-Comte, UTBM
Dpt Energie, 90000 Belfort, France

* (auteur correspondant : antony.plait@utbm.fr)

Résumé - L'analyse du cycle de réfrigération magnétique actif pour différentes formes d'onde du champ magnétique et de la vitesse du fluide caloporteur est un défi essentiel pour concevoir et mettre en œuvre des applications de chauffage et de refroidissement basées sur l'utilisation de l'effet magnétocalorique. L'étude numérique des régénérateurs thermiques passifs et actifs avec écoulements alternés d'un liquide entre plaques parallèles est nécessaire pour simuler les phénomènes thermo-fluidiques se déroulant au sein d'un régénérateur placé dans un entrefer en présence d'un champ magnétique de 1 tesla.

Nomenclature

e	largeur de canal, m	B, B'	rappports de forme
e'	largeur de plaque, m	K	facteur de forme
L	longueur de plaque, m	c	capacité thermique massique, $J kg^{-1} K^{-1}$
x	coordonnée axiale, m	p	pression, Pa
r	coordonnée transverse, m	<i>Symboles grecs</i>	
A	déplacement relatif du fluide	ρ	masse volumique, $kg m^{-3}$
d_h	diamètre hydraulique, m	λ	conductivité thermique, $W m^{-1} K^{-1}$
u, v	vitesse adimensionnelles	ν	viscosité cinématique, $m^2 s^{-1}$
U_M	vitesse maximale du fluide	μ	viscosité dynamique, $kg m^{-1} s^{-1}$
t	temps adimensionnel	τ	période adimensionnelle
t_0, t_m	temps adimensionnel	δ, θ	temps adimensionnels
T, T_0	températures	Θ	température adimensionnelle
N_s	nombre adimensionnel	ω	vitesse angulaire, $rad s^{-1}$
Pr	nombre de Prandtl	<i>Indices et exposants</i>	
Re	nombre de Reynolds	$*, ' $	partie temporelle variable

1. Introduction

Le département ÉNERGIE de l'Institut FEMTO-ST développe depuis quelques années des recherches autour de la production de froid ou de chaleur à haut rendement grâce aux propriétés dites « magnétocaloriques » à température ambiante de certains matériaux [1]. Cette technologie offre d'importants avantages environnementaux car, d'une part l'efficacité théorique des cycles utilisés est supérieure à celle des technologies classiques, et d'autre part son fonctionnement ne nécessite pas une utilisation de fluide frigorigène (gaz à effet de serre), contrairement aux machines classiques de compression de vapeur.

L'effet magnétocalorique est une propriété intrinsèque des matériaux magnétiques qui se traduit par l'échauffement du matériau durant la phase d'aimantation (lorsqu'il est soumis à un champ magnétique) et un refroidissement durant la phase de désaimantation (lorsqu'il est soustrait au champ magnétique). Ce phénomène magnéto-thermodynamique est réversible.

La modélisation des phénomènes multi-physiques qui se produisent à l'intérieur des régénérateurs magnétocaloriques nécessite le couplage de modèles magnétostatiques, magnétoca-

loriques et thermo-fluidiques. Nous nous focaliserons dans cet article sur le modèle thermo fluidique numérique permettant l'étude des régénérateurs à plaques parallèles avec un écoulement alterné laminaire de fluide incompressible. Les effets de la conduction thermique axiale dans les plaques sont pris en compte et il n'est nullement besoin d'imposer la valeur des coefficients d'échange thermique fluide/paroi au moyen de corrélations plus ou moins bien adaptées, comme c'est le cas dans de nombreux modèles. Au contraire les évolutions spatio-temporelles de ces échanges thermiques découlent des calculs 2D instationnaires modélisant les échanges thermiques entre la paroi et le fluide.

2. Dispositif magnétocalorique

Dans le domaine de la réfrigération magnétique, un nombre croissant de prototypes de réfrigération magnétique basés sur le principe de la réfrigération par régénération magnétique active (AMRR) ont été construits et testés [2].

Un prototype expérimental spécifique a été développé et réalisé dans notre laboratoire (figure 1), comprenant une source contrôlée de champ magnétique pulsé (électroaimant) et un dispositif hydraulique contrôlé produisant des séquences d'écoulement précis dans un assemblage régénérateur magnétocalorique actif avec ses deux micro-échangeurs de chaleur disposés à chacune de ses extrémités.

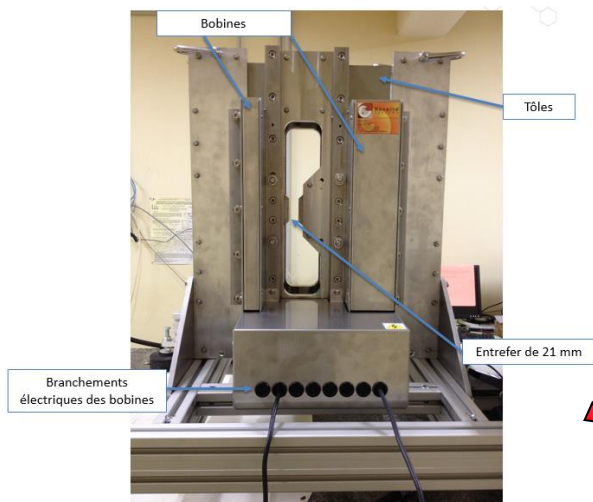


Figure 1 : Banc magnétocalorique

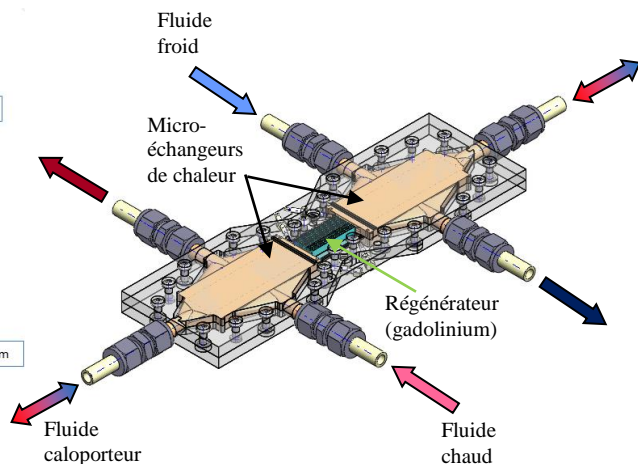


Figure 2 : Schématisation du régénérateur

Le régénérateur constitué de 13 plaques parallèles rectangulaires de gadolinium pur ($13 \times 1 \times 45 \text{ mm}^3$) espacé de 0,5 mm (figure 2) est introduit dans un entrefer de 21 mm de largeur. Les objectifs assignés au banc sont la caractérisation du régénérateur magnétocalorique, la visualisation de l'écoulement, l'évaluation et l'optimisation des performances de réfrigération.

3. Modélisation thermo-fluidique

3.1. Géométrie de l'écoulement

La géométrie est représentée en figure 3. Nous considérons un canal constitué de deux plaques planes parallèles d'épaisseur $2e'$, de longueur L espacées de $2e$. Le diamètre hydraulique du canal est donc $d_h = 4e$. Le déplacement relatif du fluide est caractérisé par le rapport $A_0 = x_{\max}/L$.

Dans ce travail, les hypothèses suivantes sont introduites :

- fluide considéré comme incompressible ;
- propriétés thermiques du fluide et des matériaux supposées indépendantes de la température, sauf la capacité et la conductivité thermiques dans le cas des régénérateurs actifs ;
- écoulement hydrauliquement développé, avec les caractères des écoulements alternés (présence de l'effet annulaire figure 3, [3]) ;
- écoulement laminaire, sans effet d'entrée à symétrie plane par rapport au plan médian.

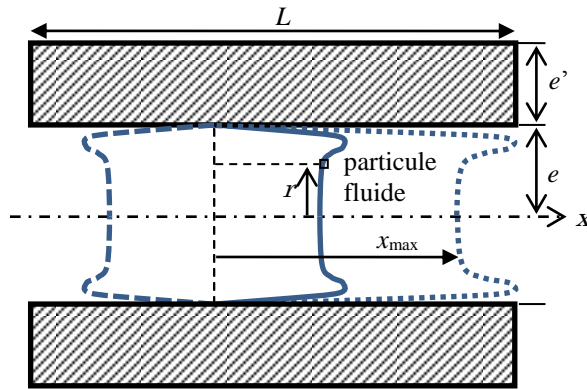


Figure 3 : Géométrie de l'écoulement

3.2. Equations et hypothèses

Les propriétés thermiques du fluide caloporteur étant supposées indépendantes de la température, l'équation de la vitesse est découplée de celle de la température. Les équations générales pour un écoulement 2D incompressible ($\rho = \text{constante}$) entre deux plaques infinies sont donc :

- conservation de la masse :
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

- conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \quad (2)$$

La résolution de ces équations pour un écoulement à vitesse moyenne nulle (par exemple sinusoïdale) dans des conduits de géométries variées soumis à une différence de pression motrice alternée dans le temps a été menée par différents auteurs, dont [4].

Après réduction des équations avec les grandeurs suivantes :

$$r^* = \frac{r}{e} \quad x^* = \frac{x}{L} = \frac{x}{e} B \quad \theta = \omega t \quad u^* = u'/U_M \quad B = \frac{e}{L} \quad \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T_{ref}} \quad (3)$$

où ΔT_{ref} est un écart de température de référence à définir selon les configurations, la résolution de l'équation de la vitesse du fluide conduit à la solution complexe [3] :

$$\frac{u'(r^*)}{U_M} = u^*(r^*, Re_\omega) = u_p \left(1 - \frac{\cosh\left(\frac{1}{2} j Re_\omega r^*\right)}{\cosh\left(\frac{1}{2} j Re_\omega\right)} \right) \quad (4)$$

en utilisant la notation :
$$u_p = \frac{Re_\omega}{\left(Re_\omega + 2j^{3/2} \tanh\left(\frac{1}{2}\sqrt{j}Re_\omega\right) \right)} \quad (5)$$

avec :
$$Re_\omega^2 = \frac{d_h^2 \omega}{4\nu} \quad (6)$$

3.3. Définition de la fonction de vitesse trapézoïdale alternée

Dans les applications des systèmes magnéto-caloriques notamment, le cycle du fluide caloporteur comporte quatre phases, dont deux durant lesquelles le fluide reste immobile dans le régénérateur (durant la magnétisation et la démagnétisation du matériau magnéto-calorique), intercalées entre deux phases opposées d'écoulement du fluide (« hot-blow » et « cold-blow »). L'impossibilité de réaliser concrètement des créneaux de débit nous amène à représenter les évolutions temporelles de la vitesse du fluide par des séquences trapézoïdales (figure 4). La période de cycle est obtenue à partir des différents temps par :

$$\tau = 2(t_0 + t_m + 2\delta) \quad (7)$$

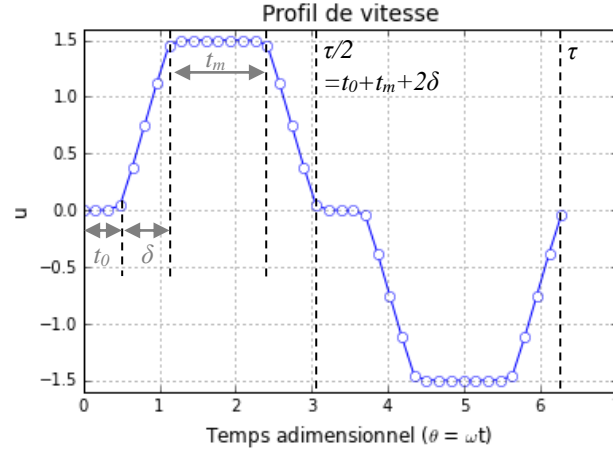


Figure 4 : Représentation de l'évolution temporelle en trapèze de la vitesse débitante du fluide

La valeur moyenne de la vitesse sur une demi-période est donc :
$$U_M \frac{\delta + 2t_m}{\tau} \quad (8)$$

où U_M est la valeur maximale de l'amplitude de vitesse.

La valeur efficace de la vitesse est :
$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt} = U_M \sqrt{\frac{7}{3} \frac{\delta}{\tau} + \frac{t_m}{\tau}} \quad (9)$$

Le calcul du déplacement instantané du fluide est réalisé à partir de l'intégrale :

$$x(t) = \int_0^t u(t') dt' \quad (10)$$

La valeur maximale de ce déplacement est donc :

$$x_{\max} = K \frac{U_M}{\omega} \quad \text{avec} \quad K = \frac{\pi(t_m + \delta)}{(t_0 + 2\delta + t_m)} \quad (11)$$

Dans le cas simple où la vitesse de déplacement du fluide est sinusoïdale on obtient simplement le facteur $K = 1$. En fait, le déplacement relatif du fluide $A_0 = x_{max}/L$ peut être relié aux nombres caractéristiques sans dimension Re_{max} et Re_{ω}^2 , à partir des équations suivantes :

$$Re_{max} = \frac{U_M d_h}{\nu} \text{ et } Re_{\omega}^2 = \frac{d_h^2 \omega}{4\nu} \text{ avec } Re_{max} < 800\sqrt{Re_{\omega}} \text{ (cas laminaire)} \quad (12)$$

$$A_0 = \frac{B Re_{max}}{Re_{\omega}^2} K \quad (13)$$

avec les grandeurs : $B = \frac{e}{L}$ et $d_h = 4e$ (diamètre hydraulique). (14)

Conformément à la méthode complexe [3, 5] utilisée pour calculer la vitesse du fluide en écoulement alterné, il nous faut introduire de façon identique l'expression de la vitesse moyenne adimensionnelle du fluide à partir d'une série de Fourier complexe du temps adimensionnel θ , soit sous la forme trapézoïdale :

$$\bar{u}(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\theta} = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [C_n e^{jn\theta} + C_{-n} e^{-jn\theta}] \quad (15)$$

($C_0 = 0$ car la vitesse moyenne temporelle locale u_0 est nulle)

3.4. Ecriture adimensionnelle du système d'équations énergétiques

Les formes d'équations de l'énergie utilisées pour le fluide et le solide sont respectivement :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\nu}{Pr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \quad (15)$$

$$\frac{\partial T'_s}{\partial t} = \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{\partial^2 T'_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T'_s}{\partial r^2} \right) \quad (16)$$

soit sous forme adimensionnelle :

$$\text{fluide : } \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} + B \frac{Re_{max}}{Re_{\omega}^2} u^* \frac{\partial \Theta}{\partial x^*} = \frac{4}{Pr Re_{\omega}^2} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial r'^2} + B^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x'^2} \right) \quad (17)$$

$$\text{solide : } \frac{\partial \Theta_s}{\partial \theta} = N_s \left(\frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial r'^2} + B^2 \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial x'^2} \right) \quad (18)$$

en définissant les variables adimensionnelles dans le solide :

$$r'^* = \frac{r}{e'} \quad x'^* = \frac{x}{L} = \frac{x}{e'} B' \quad \theta = \omega t \quad B' = \frac{e'}{L} \quad \Theta_s = \frac{T_s - T_0}{\Delta T_{ref}}, \quad (19)$$

$$\text{avec le nombre de Prandtl : } Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad (20)$$

$$\text{et le nombre sans dimension : } N_s = 4 \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \frac{\rho_f c_f}{\rho_s c_s} \frac{B^2}{B'^2} \frac{1}{Pr Re_{\omega}^2}. \quad (21)$$

3.5. Résolution numériques des équations de l'énergie

La résolution des équations est programmée en langage Python utilisant les matrices creuses pour les températures à chaque nœud du réseau après discrétisation des équations par une méthode des différences finies implicites. Durant la résolution au moyen de matrices différentes, les 4 phases d'un cycle de réfrigération magnétique doivent être prises en compte :

- aimantation adiabatique : calcul de la variation de température (positive) du matériau dépendant de la température et du champ magnétique interne à chaque nœud du solide (sans circulation du fluide) due à l'augmentation rapide du champ magnétique appliqué ;
- écoulement du fluide du côté froid vers le côté chaud : résolution matricielle avec prise en compte des variations de la capacité calorifique du solide $c_p(T, H)$. On maintient le champ magnétique appliqué constant et le fluide caloporteur récupère la chaleur créée par effet magnéto-calorique durant l'aimantation, en passant de la source froide vers la source chaude ;
- désaimantation adiabatique : calcul de la variation de température (négative) du matériau dépendant de la température et du champ magnétique interne à chaque nœud du solide (sans circulation du fluide) due à la suppression du champ magnétique appliqué ;
- écoulement du fluide du côté chaud vers le côté froid : résolution matricielle avec prise en compte des variations de la capacité calorifique du solide $c_p(T, H)$. Le champ appliqué est maintenu nul pendant que le fluide caloporteur venant de la source chaude traverse le régénérateur en cédant de la chaleur au matériau, et ressort refroidi vers la source froide.

4. Modélisation multiphysique

Un modèle multi-physique du cycle AMR a en outre été développé au laboratoire pour simuler, étape par étape, le cycle AMR tel qu'illustré à la Fig. 6. Pour ce faire, le modèle multiphysique global intègre successivement :

- *un modèle magnétostatique* : une modélisation analytique des phénomènes magnétostatiques est développée en tenant compte du comportement non linéaire du circuit ferromagnétique externe ainsi que du matériau magnéto-calorique actif MCM, du gadolinium (figure 5). Le modèle analytique calcule les valeurs d'induction magnétique interne B et du champ magnétique interne H du matériau en chaque point du volume du régénérateur. À cette fin, un réseau de réluctances est mis en place et la loi de Kirchhoff est utilisée [6] ;

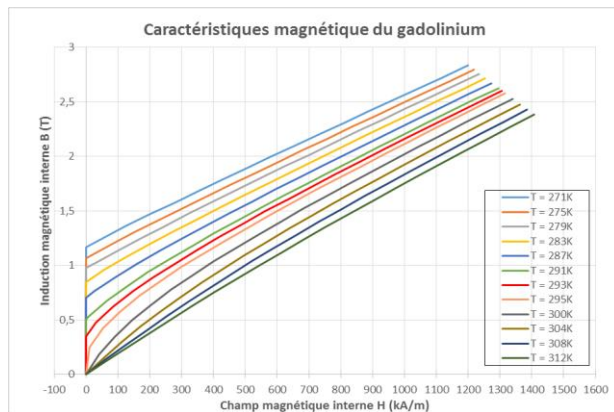


Figure 5 : Courbes de dépendance $B(H)$ du Gd

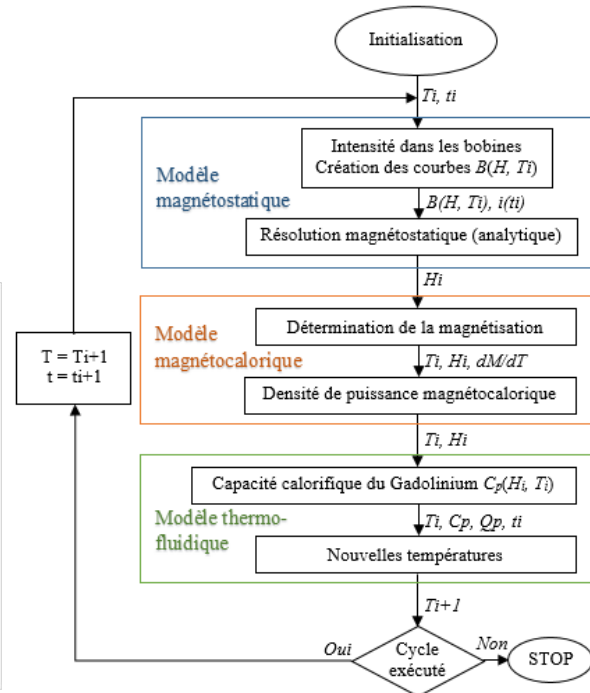


Figure 6 : Modélisation du cycle de réfrigération

- *un modèle magnétocalorique* : afin de calculer la densité de puissance thermique produite dans le matériau magnétocalorique suite à la variation de champ magnétique (modèle magnétostatique). Nous déterminons également l'aimantation par interpolation à partir de données expérimentales du gadolinium en fonction du champ magnétique local et des valeurs de température [6] ;
- *le modèle thermo fluidique 2D* (cf. partie précédente) : celui-ci est résolu par différences finies de manière implicite. Il calcule en outre la capacité et la conductivité thermiques du matériau et en déduit les nouvelles températures du fluide et du matériau, ceci avec une grande précision.

5. Résultats des simulations

Nous allons d'abord présenter les résultats avec des températures fixées pour les réservoirs de chaque côté du régénérateur par rapport à sa température de Curie $T_{amb} = T_c = 293 \text{ K}$: $+3^\circ\text{C}$ pour la source chaude et -3°C pour la source froide. La figure 7 présente la discrétisation de la géométrie ainsi que l'emplacement des mesures de températures. La source froide est du côté gauche, la source chaude à droite, la plaque de gadolinium se situe sur la partie supérieure (gris) et le fluide en partie inférieure (bleu). La figure 8 nous permet d'observer cette même plaque avec un champ 2D des températures simulé sur l'ensemble de la géométrie. Ce graphique représente la température du système à la fin de l'aimantation.

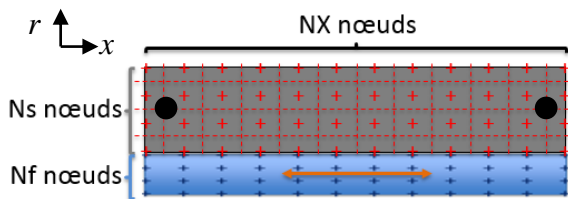


Figure 7 : Discrétisation de la géométrie

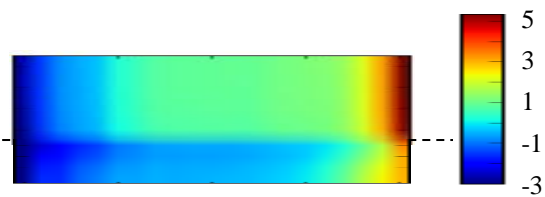


Figure 8 : Champ 2D des températures

La figure 9 représente le champ magnétique obtenu ; celui-ci est différent le long de la plaque en raison de l'effet 3D et du comportement $B(H)$ du matériau en fonction de la température. On peut observer les quatre phases du cycle AMR. L'évolution des températures du solide produites entre le côté chaud et le côté froid du régénérateur est représentée sur la figure 10 pour 5 cycles simulés.

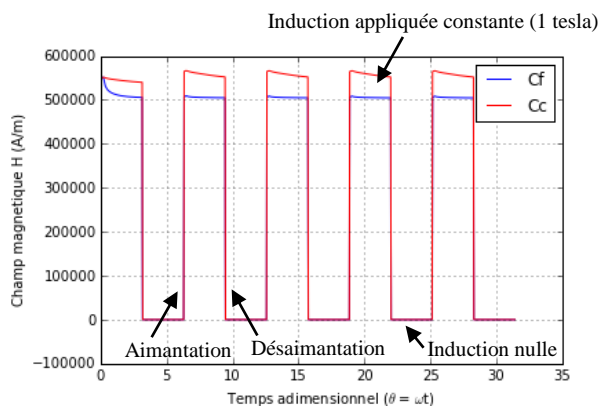


Figure 9 : Variations du champ magnétique

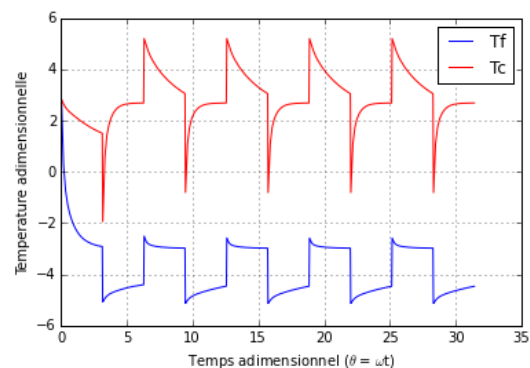


Figure 10 : Evolution des températures

Sur la figure 11, un écart de température d'environ 12 degrés entre le réservoir froid et le réservoir chaud est obtenu pour la modélisation du système de refroidissement magnétocalorique avec les paramètres de simulation du tableau 1, les températures des deux côtés du régénérateur étant laissées libres d'évoluer pour observer l'écart maximal que le dispositif peut créer. L'état stationnaire est atteint après environ 100 cycles.

Paramètres	Valeurs
Période adimensionnelle	2π
Déplacement relatif	$A_0 = 1$
Nombre de cycles simulés	150 cycles
Temps de montée	Période/100
Température adimensionnelle initiale	0
Température source chaude	libre
Température source froide	libre
c_{p_fluide}	$3630 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Nombre de nœuds	80 points

Tableau 1 : Paramètres de simulation

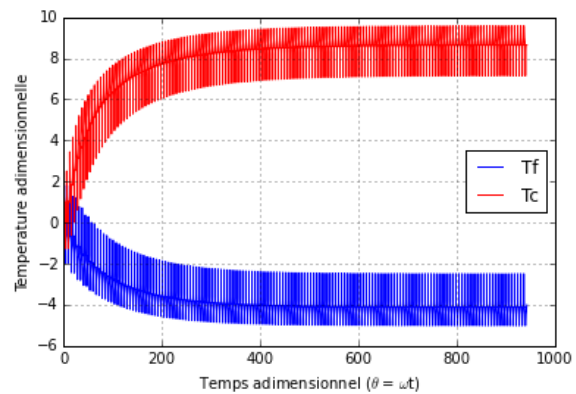


Figure 11 : Evolution des températures jusqu'à l'état stationnaire

Les différents paramètres d'entrées du modèle multi-physique peuvent être optimisés pour amplifier la plage de température. Nous avons effectué des recherches sur ce principe avec un processus d'optimisation ; celles-ci seront présentées dans une prochaine publication.

6. Conclusion

Un modèle numérique a été proposé pour la simulation dynamique des régénérateurs actifs à plaques parallèles avec écoulement alterné laminaire de fluide incompressible. Les effets de la conduction thermique axiale dans les plaques sont naturellement pris en compte et il n'est nullement besoin d'imposer la valeur des coefficients d'échange thermique fluide/paroi. Au contraire, les évolutions spatio-temporelles de ceux-ci découlent des calculs obtenus à la paroi et dans le fluide. Bien que nous n'ayons présenté que deux types différents de profil de vitesse généré (sinusoïdal et trapézoïdal), toute autre forme est facilement imposable. L'effet annulaire a été mis en place et le champ magnétique interne du matériau est calculé selon 2 dimensions. Comparé à ce qui se fait habituellement, les différents éléments cités précédemment composent l'originalité et les nouveautés du modèle développé. Les limites principales du modèle portent sur le régime d'écoulement qui doit rester laminaire et sur l'incompressibilité du fluide (liquides).

Références

- [1] A. Kedous-Lebouc et al., Réfrigération magnétique. *Techniques de l'ingénieur*, RE28-1(0), pp.0–16, 2005.
- [2] A. Kitnovski et al., Present and future caloric refrigeration and heat-pump technologies. *International Journal of Refrigeration*, 2016
- [3] D. Gedeon. Mean-parameter modeling of oscillating flow. *ASME. J. Heat transfer*, 108(3) : 513-518, 1986.
- [4] J.R. Womersley. Oscillatory motion of a viscous liquid in a thin-walled elastic tube – I: the linear approximation for long waves, *Phil. Mag. Series 7* (46) (1955) 199-221.
- [5] Y. Chen et al., Heat transfer characteristics of oscillating flow regenerator filled with circular tubes or parallel plates. *Cryogenics* 47, 40-48, 2007.
- [6] A. Plait et al., Magnetocaloric bench: analytical model for gadolinium characteristics. Seventh IIF-IIR International Conference on Magnetic Refrigeration at Room Temperature, 2016.