# Convection mixte lors de l'écoulement d'un fluide à contrainte seuil au sein d'un tube cylindrique incliné

# Welid BERABOU<sup>1,2\*</sup>, Youb Khaled BENKAHLA<sup>1</sup>, Nabila LABSI<sup>1</sup>, Seif-Eddine OUYAHIA<sup>1</sup>, Ahlem BOUDIAF<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Phénomènes de Transfert, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, USTHB, BP. 32 El Alia, Bab Ezzouar 16111, Alger, Algérie <sup>2</sup>Centre de Recherche Scientifique et Technique en Analyses Physico-Chimiques (UR-ADTE) B.P.384 Zone industrielle de Bou-Ismaïl RP, 42004. Tipaza - Algérie \*(auteur correspondant : berabouwalid@yahoo.fr)

Résumé - Le travail consiste en une étude numérique de la convection mixte d'un écoulement laminaire et stationnaire en développement simultané à l'intérieur d'une conduite incliné et isotherme. Le fluide est non-newtonien viscoplastique incompressible de Casson généralisé et avec des propriétés constantes sauf dans le terme de gravité où l'hypothèse de Boussinesq est adoptée. La dissipation visqueuse est négligée. Les équations différentielles ont été intégrées et discrétisées selon l'approche des volumes finis. La procédure SIMPLER a été utilisée pour la résolution du système d'équations algébriques fortement couplées. Cette étude a permis d'analyser l'effet des principaux paramètres du problème sur l'écoulement tel que l'inclinaison de la conduite par rapport à l'horizontale et le taux de chauffage, sur le développement des champs hydrodynamique et thermique du fluide.

## Nomenclature

- Chaleur spécifique, J/kg K  $C_p$
- Diamètre de la conduite, m D
- Conductivité thermique, *W/m K* k
- L Longueur de la conduite, m
- Paramètre de croissance exponentielle, т
- М Paramètre dans l'équation 6,  $= m \cdot U_0 / D$
- indice d'écoulement п
- Pression. Pa р
- $P^{*}$ Pression adimensionnelle,  $= p^* / \rho \cdot U_0^2$
- Coordonnée radiale, m r
- R Coordonnée radiale adimensionnelle
- Température, K Т
- UVitesse axiale adimensionnelle,  $u/U_0$
- Vitesse radiale adimensionnelle,  $v/U_0$ V
- W Vitesse azimutal adimensionnelle,  $w/U_0$
- $U_0$ Vitesse débutante, m/s
- Coordonnée axiale, *m* х
- Coordonnée axiale adimensionnelle Χ
- Coordonnée longitudinal, m v
- Coordonnée longitudinal adimensionnelle Y Symboles grecs
- Angle de l'inclinaison α
- Ý Taux de cisaillement, m/s
- $\dot{\gamma}^*$ Taux de cisaillement adimensionnel

- Viscosité effective, kg/m s  $\mu_{eff}$
- Viscosité apparente adimensionnelle,  $\mu_{ap}$
- Viscosité plastique, kg/m s  $\mu_p$
- Masse volumique,  $kg/m^3$ ρ
- Contrainte seuil de cisaillement, Pa  $\tau_0$
- Température adimensionnelle réduite,  $\varphi_m$  $\varphi_m = (T_m - T_w) / (T_0 - T_w)$
- Indices et exposants
- référence 0
- apparente ap
- plastique р
- paroi w

Nombres adimensionnels

- *Ca* Nombre de Casson,  $= \tau_0 \cdot R / \mu_p \cdot U_0$
- Gr Nombre de Grashof, =  $\rho^2 g \beta (T_w T_0) D^3 / \mu_p^2$
- Nombre de Prandtl,  $= \mu_0 \cdot C_p / k$ Pr
- Nombre de Reynolds, =  $\rho \cdot U_0 \cdot R/\mu_p$ Re
- $fRe_x$  Coefficient de frottement de Fanning  $f \operatorname{Re}_{x} = -2 \eta_{ap} \cdot dU/dR \Big|_{R=0.5}$
- *Nux* Nombre de Nusselt local  $Nu_x = -1/\varphi_m \cdot \partial \varphi / \partial R \Big|_{R=0.5}$

# 1. Introduction

La convection mixte dans les écoulements internes a suscité ces dernières décennies un intérêt considérable, en raison de nombreuses applications qui concernent notamment les échangeurs de chaleur compacts, les collecteurs solaires, le refroidissement des composants électroniques. D'un autre côté, la compréhension des phénomènes physiques inhérents à l'intéraction de la convection forcée et naturelle constitue en soi un objectif de taille, en vue d'évaluer 1'influence des forces d'Archimède sur le développement hydrodynamique et thermique des écoulements internes.

Nombreuses ont été les recherches numérique et analytiques entreprises depuis le début du XX<sup>ème</sup> siècle pour la résolution des équations gouvernantes en convention mixte. Cette dernière, reste très compliquée du fait de la non linéarité des termes d'inertie surtout lorsqu'il faut tenir compte des effets de la gravité et de l'inclinaison du tube.

Effectivement, les équations de quantité de mouvement deviennent fortement couplées à l'équation d'énergie par le biais des termes représentant les forces gravitationnelles. Par conséquent, la résolution de ces équations doit s'effectuer simultanément et contrairement à la convection forcée pure ou elle se fait séparément. Bergles & Simonds [1] et Hong et *al.* [2] affirment que les coefficients de transfert thermique peuvent être de deux à quatre fois plus élevés que les valeurs prédites par les solutions classiques. De surcroît, pour ce qui est de l'influence de l'inclinaison d'un tube sur le transfert thermique, plusieurs études ont été menées jusqu'à maintenant. À la suite d'une étude analytique, Iqbal et Stachiewicz [3] ont suggéré qu'un angle optimum, pour lequel le nombre de Nusselt asymptotique Nu devient maximum, peut être trouvé entre 20° et 60°. Par contre, Barozzi et *al.* [4] ainsi que Sabbagh et *al.* [5] affirment que le taux de transfert thermique tend à diminuer lorsqu'on augmente l'inclinaison.

À partir de la résolution des équations complètes de Navier-Stokes et de l'énergie, Nguyen [6] a modélisé un écoulement laminaire en développement simultané dans un tuyau incliné. Il a utilisé l'algorithme SIMPLER développé par Patankar [7] et a constaté que l'accroissement du nombre de Rayleigh amène une augmentation intéressante du nombre de Nusselt asymptotique. Il a aussi remarqué que l'effet de la convection naturelle diminue rapidement lorsque l'inclinaison du tube s'approche de la verticale. Choudhury et Patankar [8] et Orfi [9] ont effectué des études de convection mixte dans un écoulement en développement thermique et hydrodynamique à l'intérieur d'une conduite inclinée. Pour cela, des conditions thermiques uniformes (température ou flux de chaleur) sont appliquées au niveau de la paroi. Choudhury et Patankar [8] ont montré que les effets de la convection naturelle augmentent depuis l'entrée de la conduite jusqu'à atteindre un maximum puis s'atténuent vers la région où l'écoulement est développé. Pour des valeurs du nombre de Prandtl dépassant 10, l'effet de ce paramètre sur le transfert thermique et l'écoulement devient faible.

Également avec l'algorithme SIMPLER, Orfi [10] a étudié les effets de la convection naturelle sur un écoulement laminaire développé dans un tuyau incliné soumis à un flux de chaleur uniforme sur la paroi. Il a observé que l'influence de l'écoulement secondaire sur les champs de vitesses axiales et de températures est importante, même pour de faibles inclinaisons du tube. Il a aussi cerné un angle permettant d'optimiser le transfert thermique. Pour l'eau et l'air, il propose environ 30°. Il ajoute que l'accroissement du nombre de Grashof augmente sensiblement l'intensité de l'écoulement secondaire, la stratification de la température du fluide et le nombre de Nusselt moyen. Orfi et *al.* [11] ont utilisé une méthode aux volumes finis pour résoudre numériquement sous forme adimensionnelle, Ses équations paraboliques de la convection mixte pour un écoulement d'eau dans un tube circulaire incliné par rapport à l'horizontale et soumis à un flux de chaleur uniforme et constant sur sa circonférence et sa

longueur. Ils rapportent que le taux de du transfert thermique pour  $Gr = 10^5$  et  $10^6$  est respectivement environ 2 fois et 3,5 fois celle correspondant à recoupement forcé pur. Enfin, les auteurs ont cerné un angle optimum d'environ  $30^\circ$  qui maximise le nombre de Nusselt moyen.

Dans notre travail nous analysons numériquement le comportement de l'écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide viscoplastique de Casson au sein d'une conduite cylindrique inclinée par rapport l'horizontale maintenue à une température pariétale uniforme. L'étude est concentrée sur l'influence de 1'inclinaison de la conduite et celle du taux de chauffage pariétal sur les distributions axiales de la vitesse centrale, de l'échange thermique et le coefficient de frottement.

# 2. Mise en équations du problème physique

Le problème de convection mixte dans une conduite cylindrique inclinée par rapport le plan horizontal pour un fluide incompressible à seuil est modélisé par les équations classiques, de continuité, les trois projections des équations de l'impulsion et celle de l'énergie. Ces dernières ont été mises sous forme adimensionnelles, en considérons les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$R = \frac{r}{D} \; ; \; X = \frac{x}{D} \; ; \; U = \frac{u}{U_0} \; ; \; V = \frac{v}{U_0} \; ; \; W = \frac{w}{U_0} \; \varphi = \frac{(T - T_w)}{(T_0 - T_w)} ; \; P^* = \frac{p^*}{\rho U_0^2}$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial(RV)}{\partial R} + \frac{1}{R}\frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0$$
(1)

$$\frac{\partial(RVV)}{R\partial R} + \frac{\partial(WV)}{R\partial \theta} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} - \frac{W^{2}}{R} = \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \mu_{ap} R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^{2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \mu_{ap} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu_{ap} \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right]$$

$$+ \frac{1}{Re} \left[ \frac{V}{R} \frac{\partial\mu_{ap}}{\partial R} - \frac{\mu_{ap}}{R^{2}} \left( V + 2\frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial\mu_{ap}}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial\mu_{ap}}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{W}{R} \right) + R \frac{\partial\mu_{ap}}{\partial R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{V}{R} \right) \right]$$

$$- \frac{Gr}{Re^{2}} \varphi \cos \theta \cos \alpha - \frac{\partial P^{*}}{\partial R}$$

$$\frac{\partial(RVW)}{R\partial R} + \frac{\partial(WW)}{R\partial \theta} + \frac{\partial(UW)}{\partial X} - \frac{VW}{R} = \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \mu_{ap} R \frac{\partial W}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^{2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \mu_{ap} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu_{ap} \frac{\partial W}{\partial X} \right) \right]$$

$$+ \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{R^{2}} \frac{\partial\mu_{ap}}{\partial \theta} \left( \frac{\partial W}{\partial \theta} + 2V \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial\mu_{ap}}{\partial X} \left( \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial\mu_{ap}}{\partial R} \left( \frac{\partial V}{\partial \theta} - W \right) + \frac{\mu_{ap}}{R^{2}} \left( 2\frac{\partial V}{\partial \theta} - W \right) \right]$$

$$+ \frac{Gr}{Re^{2}} \varphi \sin \theta \cos \alpha - \frac{\partial P^{*}}{R\partial \theta}$$

$$\frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(WU)}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial(UU)}{\partial X} = \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \mu_{ap} R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^{2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \mu_{ap} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu_{ap} \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right]$$

$$+ \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(WU)}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial(UU)}{\partial X} = \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \mu_{ap} R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^{2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \mu_{ap} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu_{ap} \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right]$$

$$(4)$$

La viscosité apparente du fluide de Casson, qui correspond au rapport entre la viscosité effective du fluide ( $\eta_{eff}$ ) et sa viscosité plastique ( $\mu_p$ ), peut être approchée par la relation de Papanastasiou [12], Cette approximation est donnée, sous la forme réduite, par l'expression suivante :

$$\mu_{ap} = \left[ I + \left( \frac{Ca}{\dot{\gamma}} \right)^{l/n} \left[ I - exp \left( - \left( M \dot{\gamma}^* \right)^{l/n} \right) \right] \right]^n \tag{6}$$

M étant la forme adimensionnelle du paramètre de croissance exponentielle m.

La figure 1 illustre le domaine physique tridimensionnel de l'écoulement et les conditions limites hydrodynamique et thermique.



Figure 1 : Domaine physique de l'écoulement et condition limites.

A l'entrée de la conduite : X = 0 ;  $0 \le R \le 0.5$  ;  $0 \le \theta \le \pi$ 

$$U = 1; V = W = 0; \varphi = 1$$
(7)

A la surface de la paroi :

$$R = 0.5$$
;  $0 \le X \le XL$  (où  $XL = L/D$ );  $0 \le \theta \le \pi$ 

$$U = V = W = 0; \varphi = 0 \tag{8}$$

Sur le plan de symétrie :  $\theta = 0$  ou  $\theta = \pi$  ;  $0 \le X \le XL$  ;  $0 \le R \le 0.5$ 

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{\partial V}{\partial \theta} = W = 0 \tag{9}$$

Un régime hydrodynamique et thermique établi à la sortie de la conduite : X = XL

$$\frac{\partial \varphi}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial W}{\partial X} = 0$$
(10)

La méthode numérique utilisée pour résoudre les équations de conservation, citées précédemment en tenant compte de l'expression de la viscosité apparente (6), est celle des volumes finis proposée par Patankar [7]. Ces équations sont discrétisées et transformées en équations algébriques, résolues en utilisant un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER. Un schéma en loi de puissance (*power Law*) est adopté pour tous les termes des équations de transport. Le calcul a été effectué en utilisant un maillage  $800 \times 50 \times 20$  suivant X, R et  $\theta$ , respectivement.

# 3. Résultats et discussion

#### 3.1. Validation du code de calcul

Afin de s'assurer de la précision et de la fiabilité des résultats numériques obtenus par le code de calcul élaboré, nous avons effectué une série de tests rigoureux sur le maillage et aussi sur le nombre d'itérations. La validation du code de calcul a été effectuée en comparant les résultats qui en découlent, pour le cas de la convection mixte lors de l'écoulement d'un fluide newtonien

(n = 1 et Ca = 0) au sein d'une conduite cylindrique horizontale maintenue à température pariétale constante et uniforme, avec ceux de la littérature, ceux de Chudhury et Patnakar [8] en l'occurrence. Cette comparaison, illustrée sur la figure 2 qui représente l'évolution axiale du nombre de Nusselt, montre que les résultats sont en bon accord, ce qui valide notre code de calcul.



Figure 2 : Evolution axiale du nombre de Nusselt. n = 1; Ca = 0; Pr = 7,65;  $Gr \cdot Pr = 10^6$ .

#### 3.2. Influence de nombre de Grashof sur les caractéristiques de l'écoulement

Avant d'aborder l'influence du nombre de Grashof sur la structure de l'écoulement, il convient de rappeler sa signification physique. Essentiellement, le nombre de Grashof détermine l'importance des forces d'Archimède (ou de poussée), dues au gradient de température, par rapport aux forces visqueuses dans l'écoulement. Notamment, caractérisant la convection naturelle, ce nombre augmente proportionnellement avec l'augmentation de la différence de température du fluide et de la paroi.

#### 3.2.1. Champs hydrodynamique

La figure 3 illustre l'effet du nombre de Grashof sur l'évolution axiale du coefficient de frottement apparent (de Fanning) pour le cas du transfert thermique en mode de convection mixte d'une part et d'un chauffage où refroidissement pariétal d'autre part.

Dans la zone où la convection naturelle gouverne le processus de transfert thermique (0,3 < X < 40), nous remarquons qu'en augmentant le nombre de Grashof, le coefficient de frottement de Fanning augmente et les courbes présentent un maximum qui augmente au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de Grashof.



2.25 $-Gr = 5 \times 10^4$ 2,00  $\rightarrow$  Gr = 4 × 10<sup>4</sup>  $-Gr = 3 \times 10^4$  $Gr = 2 \times 10^4$ 1,75  $Gr = 1 \times 10^4$ Gr = 0പ് 1.50 1.25 1,00 0,01 10 100 0,1 1 Х

Figure 3 : Effet du nombre de Grashof sur l'évolution axiale du coefficient de frottement de Fanning. n = 2 ; Ca = 2 ; Re = 25 ; Pr = 30 ;  $\alpha = 0^{\circ}$ 



La figure 4 illustre l'effet du nombre de Grashof sur l'évolution axiale de la vitesse centrale. Comme précédemment, nous remarquons que l'intensité du chauffage (à travers le nombre de Grashof) et par conséquent les effets de la convection naturelle ont un effet prépondérant, en particulier au niveau de la zone intermédiaire, qui se répercute sur la distribution du champ de vitesse. En effet, lorsque la convection naturelle est prise en compte, à travers l'hypothèse de Boussinesq, le champ de température est introduit dans les trois projections des Equations de la Quantité de Mouvement (ou de l'Impulsion), rendant le problème fortement couplé (contrairement au cas de la convection forcée).

Notons enfin à la zone d'entrée jusqu'à la position axiale (X = 1), que l'augmentation de nombre du Grashof engendre plus de distorsion de profil de vitesse qui entraine, par conséquent, l'augmentation de la vitesse centrale.

#### 3.2.2. Champs thermique

La figure 5 représente les variations axiales du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Grashof. La figure montre l'existence de trois zones distinctes.





Figure 5 : Effet du nombre de Grashof sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt local. Ca = 2; Re = 25;  $\alpha = 0^{\circ}$ .

Figure 6 : Effet du nombre de Grashof sur l'évolution axiale de la température moyenne réduite. n = 2 ; Ca = 2 ; Pr = 30 ; Re = 25 ;  $\alpha = 0^{\circ}$ .

La première et dernière zones, situées respectivement à l'entrée et loin en aval de l'entrée de la conduite, sont caractérisées par la superposition des courbes, mettant en évidence une indépendance du transfert thermique vis à vis du nombre de Grashof, en d'autres termes, la prédominance de la convection forcée par rapport à la convection naturelle. Au niveau de la zone intermédiaire en revanche, les variations du nombre de Grashof se répercutent directement sur l'allure des courbes. En effet, en augmentant les valeurs du nombre de Grashof, on assiste à une nette amélioration du transfert thermique. Cette amélioration est due à la naissance des courants secondaires, qui favorisent les échanges thermiques, en transportant la chaleur communiquée par le chauffage pariétal jusqu'au milieu de l'écoulement.

L'effet du nombre Grashof sur l'évolution axiale de la température moyenne réduite pour le cas d'une conduite horizontale, est illustré à travers la figure 6. Nous remarquons que toute les courbe présente une même allure, depuis l'entrée de la conduire, jusqu'à sa sortie.

Notons qu'au niveau de la zone d'entrée, c'est à dire, là où les effets de convection naturelle sont négligeables, les courbes se superposent jusqu'à la position axiale X = 1, et la température moyenne réduite ne diminue que légèrement. Au-delà de cette abscisse (X = 5), on assiste à une diminution abrupte de la température avec l'augmentation du nombre de Grashof. Très loin, en aval de l'entrée (X > 100), la température de masse fluide atteint celle de la paroi, traduisant ainsi, l'établissement du régime thermique.

#### 3.3. Influence de l'inclinaison sur les champs hydrodynamique et thermique

L'effet de l'inclinaison de la conduite sur le coefficient de frottement apparent (de Fanning) est présenté sur la figure 7. Nous remarquons que les courbes, confondues depuis l'entrée de la conduite, se séparent à partir de X = 0,2.

En premier lieu, nous remarquons que le cas de la convection forcée pure et celui de la conduite verticale se superposent et offrent les plus faibles valeurs du coefficient de frottement apparent local. En outre, au-delà de X = 1, plus l'angle d'inclinaison  $\alpha$  augmente (de 0° à 60°), plus le coefficient de frottement apparent diminue d'intensité, en restant cependant au-dessus du cas de la conduite verticale ( $\alpha = 90^\circ$ ).



Figure 7 : Effet de l'inclinaison de la conduite sur l'évolution axiale du coefficient de frottement de Fanning. n = 2; Ca = 2; Re = 25; Pr = 30;  $Gr = 4 \times 10^4$ .

Figure 8 : Effet de l'inclinaison par rapport à l'horizontale de la conduite sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt local. n = 2; Ca = 2; Re = 25; Pr = 30;  $Gr = 4 \times 10^4$ .

Au-delà de X = 50, toutes les courbes se rejoignent et tendent asymptotiquement vers deux valeurs, l'une égale à 40,55 pour différents inclinaison de  $\alpha = 0^{\circ}$  jusqu'à 60°, et l'autre égale à 40,65 pour une conduite horizontale ( $\alpha = 90^{\circ}$ ) et aussi dans le cas de convection forcée.

L'effet de l'inclinaison de la conduite sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt local est représenté sur la figure 8. On y remarque, de prime abord, que l'inclinaison de la conduite par rapport à l'horizontale, n'est ressentie que dans la partie centrale de la conduite (dans un intervalle correspondant à : 0,3 < X < 200). En effet, les courbes relatives aux cas  $\alpha = 0, 30, 45$  et 60° se détachent de celle de la conduite verticale et correspondant à  $\alpha = 90^\circ$ , et ce, à cause de l'apport induit par la prise en compte du phénomène de convection naturelle.

D'autre part, les cas de la convection forcée pure (Gr = 0) et celui de la conduite verticale ( $\alpha = 90^{\circ}$ ) se confondent étant donné que dans ce dernier cas, les courants ascensionnels et descendants se font suivant la direction de l'écoulement principal. Il est enfin intéressant de noter, qu'en passant d'une conduite verticale à une conduite horizontale le transfert thermique s'améliore.

# 4. Conclusion

L'une des principales motivations de ce travail était la contribution à la compréhension du phénomène de la convection mixte relative à l'écoulement ascendant tridimensionnel d'un fluide viscoplastique, à l'intérieur d'une conduite cylindrique inclinée, qui représente une partie importante du champ d'étude qu'est le transfert thermique.

En ce qui concerne l'impact du transfert thermique en mode de convection mixte sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique de l'écoulement, les résultats ont montré l'existence de trois régions successives tout le long de la conduite. Dans la première région, l'écoulement est essentiellement gouverné par le mode de convection forcée. Dans la seconde, les courants secondaires engendrent un brassage important du fluide favorisant ainsi l'échange thermique et augmentent le frottement pariétal en chauffage. Enfin, loin de l'entrée, l'écoulement s'établit entièrement pour atteindre les solutions asymptotiques obtenues dans le cas de la convection forcée pure.

#### Références

- [1] A. E. Bergles and R. R. Simonds, Combined forced and free convection for laminar flow in horizontal tubes with uniform heat flux, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 14-12 (1971), 1989-2000.
- [2] S. W. Hong, S. M. Morcos, and A. E. Bergles, Analytical and Experimental Results for Combined Forced and Free Laminar Convection in Horizontal Tube, *Proceeding Fifth Inter Heat Transf. Conf.*, 3 (1974), 154-158.
- [3] M. Iqbal and J. W. Stachiewicz, Influence of Tube Orientation on Combined Free and Forced Laminar Convection Heat Transfer, *J. Heat Transfer.*, 88-1 (1966), 109-116.
- [4] G. S. Barozzi, E. Zanchini, and M. Mariotti, Experimental investigation of combined forced and free convection in horizontal and inclined tubes, *Meccanica.*, 20-1 (1985),18-27.
- [5] J. A. Sabbagh, A. Aziz, A. S. El-Ariny, and G. Hamad, Combined Free and Forced Convection in Inclined Circular Tubes, *J. Heat Transfer.*, 98-2 (1976), 322-324.
- [6] C. T. Nguyen, *Convection mixte en régime laminaire dans un tuyau incliné soumis d'un flux de chaleur constant à la paroi*, Thèse de Doctorat (PhD), Université de Sherbrooke, Québec (1988).
- [7] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Ed. McGraw, New York (1980).
- [8] D. Choudhury and S. V Patankar, Combined Forced and Free Laminar Convection in the Entrance Region of an Inclined Isothermal Tube, *J. Heat Transfer.*, 110-4a (1988), 901-909.
- [9] J. Orfi, *Convection mixte laminaire dans un tuyau incliné: Développement simultané et Phénomène de Bifurcation*, Thèse de Doctorat (PhD), Université de Sherbrooke, Québec (1995).
- [10] J. Orfi, Étude de l'effet de la convection naturelle sur un écoulement laminaire développé dans un tuyau incliné chauffé uniformément à la paroi, Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Québec (1991).
- [11] J. Orfi, N. Galanis, and C. T. Nguyen, Développement simultané hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de convection mixte, *Rev. Générale Therm.*, 36-2 (1997), 83-92.
- [12] T. C. Papanastasiou, Flows of Materials with Yield, Jour of Rheol., 31-5 (1987), 385-404.