

Optimisation topologique de composants conducteurs de chaleur : étude expérimentale

Vignaesh SUBRAMANIAM^{1,2*}, Talib DBOUK^{1,2} et Jean-Luc HARION^{1,2}

¹ IMT Lille Douai, Département Energétique Industrielle, F-59508 Douai, France

² Université de Lille, F-59000 Lille, France

* (auteur correspondant : vignaesh.subramaniam@imt-lille-douai.fr)

Résumé : Cette étude porte sur une étude expérimentale dédiée à l'optimisation topologique de systèmes thermiques purement conductifs. Une approche expérimentale de validation et de qualification des performances de configurations définies par optimisation topologiques (OT) est à notre connaissance inédite. Dans la configuration présentée dans cette communication, l'OT est mise en œuvre pour définir des solutions thermiquement optimales de refroidissement de volumes générant de la chaleur en distribuant un matériau métallique à haute conductivité en une structure complexe arborescente à l'intérieur de zones de matériau de plus faible conductivité thermique. Des mesures thermiques expérimentales sont effectuées sur une structure optimale dans le but de qualifier l'optimisation topologique développée.

Nomenclature

A	Longueur du domaine, m	Q	Source thermique surfacique, $W.m^{-2}$
C	Dimension du puit thermique, m	T	Température, K
C_p	Capacité thermique, $J.kg^{-1}K^{-1}$	x_j	Vecteur de variables de design
D	Distance de mesure, mm	<i>Symboles grecs</i>	
e	Epaisseur, mm	α	Diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
f_0	Fonction objectif	φ_{max}	Fraction volumique maximale, %
k	Conductivité thermique, $W.m^{-1}K^{-1}$	ρ	Masse volumique, $kg.m^{-3}$
h_{ext}	Coefficient de transfert convectif, $W.m^2K^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
OS	Niveau de signal, <i>digital level (DL)</i>	0	Matériau de diffusivité faible
\dot{q}	Taux de production volumique de chaleur, $W.m^{-3}$	1	Matériau de diffusivité élevée
		eff	Effective

1. Introduction

Concevoir des systèmes thermiques plus efficaces est une étape cruciale pour le développement de nouveaux produits. Par exemple dans l'industrie automobile, les moteurs, générateurs et convertisseurs de nouvelle génération sont conçus de manière plus compacte pour réduire la masse, minimiser l'espace requis, augmenter l'efficacité et diminuer les consommations de carburant. Cette compacité augmente la densité de puissance de l'équipement et entraîne une augmentation constante de la charge thermique. En conséquence, la capacité de refroidir efficacement un espace de plus en plus restreint est actuellement une problématique critique. La nécessité de développer des méthodologies d'optimisation pour concevoir des systèmes de refroidissement efficaces attire actuellement l'attention d'un grand nombre de chercheurs, industriels et universitaires. Les méthodes d'optimisation de taille, de forme et topologique présentent un grand potentiel d'innovation dans la conception de nouvelles structures de refroidissement. La croissance rapide de la puissance de calcul et des logiciels d'ingénierie permet de modéliser des géométries complexes et de prendre en compte avec précision les processus physiques et le comportement des matériaux avec des coûts de calculs raisonnables.

Parmi les méthodes d'optimisation identifiées dans la littérature, l'optimisation topologique (OT) est la plus récente et a été initialement introduite par Bendsøe et Kikuchi [1]. Récemment, l'OT a été appliquée avec succès à une large gamme d'applications, incluant les systèmes thermiques optimisant une distribution de matériaux. La configuration la plus largement investiguée en optimisation topologique porte sur la minimisation de la résistance thermique dans un petit volume, associé une problématique de conduction thermique volume vers point (volume to point, VP) [2-4]. Bien que de nombreuses études numériques aient été menées par optimisation topologique de cette configuration VP, aucune validation expérimentale de topologie optimisée n'est, à notre connaissance, disponible dans la littérature ; ce qui laisse un doute quant à la validité des algorithmes OT pour des applications réelles.

Ainsi, l'objectif de cette étude est de réaliser une étude expérimentale de la configuration optimisée par OT pour un problème de type VP, ce qui permettra de quantifier la validité des performances optimales des configurations géométriques conductives définies par OT et permettra alors d'envisager plus sereinement les applications industrielles de dispositifs efficaces de refroidissement / chauffage.

2. Validation expérimentale de l'optimisation topologique d'une configuration conductive volume-to-point

2.1. Définition du problème

L'optimisation topologique consiste en la distribution des matériaux à une taille élémentaire (la maille), dans un domaine, de manière à optimiser, c'est-à-dire minimiser / maximiser, un indice de performance spécifié. Dans le cas du problème classique VP, l'indice de performance est la température moyenne globale dans le domaine, que l'on souhaite minimiser. Cependant, d'autres fonctions objectif peuvent également être définies pour caractériser la performance thermique du système, par exemple minimiser la température maximale du domaine telle que proposée par Gersborg-Hansen et al. [2] ou une fonction multi-objectifs telle que proposée par Marck et al. [5] (minimisation de température moyenne et d'écart-type de température sur le domaine).

La figure 1 représente le domaine 2-D d'un problème d'optimisation topologique de conduction thermique de type VP. Le domaine est carré, de côté A (m) et l'épaisseur e est très petite par rapport au côté A ($e \ll A$). Toutes les conditions aux limites sont adiabatiques, excepté pour la petite portion centrale inférieure (longueur C) qui est associée à une condition de température constante T_0 et agit ainsi comme dissipateur de chaleur. Le flux de chaleur peut uniquement être évacué par ce puit. Un taux de production de chaleur volumétrique constante \dot{q}_{eff} (W/m^3) est appliqué comme source de chaleur dans tout le domaine.

L'objectif est de déterminer la meilleure topologie de matériau de diffusivité thermique élevée α_1 , disponible en quantité limitée fixée (20% pour la configuration testée) et avec pour objectif de minimiser la température moyenne globale.

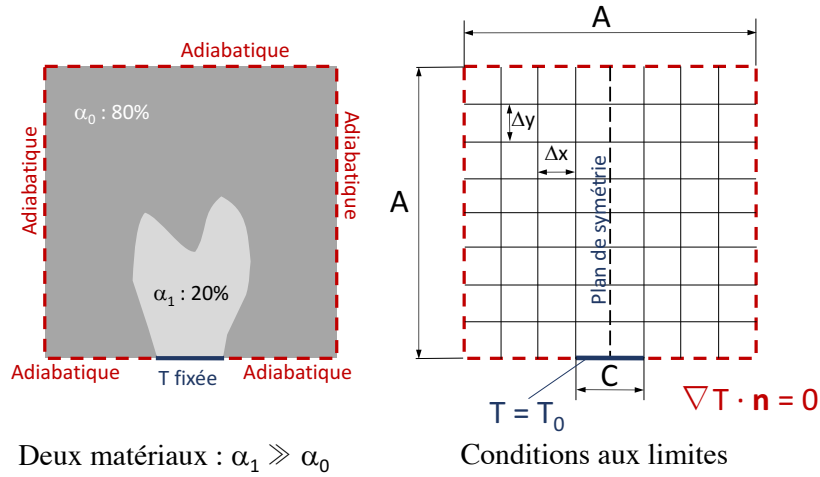


Figure 1 : Schéma de la configuration conductive 2D optimisée et conditions aux limites associées

Mathématiquement, l'optimisation topologique du problème présenté s'exprime de la façon suivante :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Minimiser : } f_0 = \frac{1}{M^2} \sum_{j=1}^{M^2} T_j \quad (1a) \\ \text{Soumis à :} \\ \nabla \cdot (\alpha_{eff} \nabla T) + S_{eff}(x, y) = 0 \quad (1b) \\ \frac{1}{M^2} \sum_{j=1}^{M^2} x_j \leq \varphi_{max} \quad (1c) \end{array} \right] \quad (1)$$

où f_0 est la fonction objectif à minimiser, soumise à l'équation de la chaleur stationnaire (1b) et à une contrainte (1c) portant sur les matériaux utilisés. La quantité de matériau de diffusivité élevée est limitée en bornant par φ_{max} le rapport de son volume effectif par rapport au volume total du domaine. φ_{max} est la porosité maximale autorisée. M^2 est le nombre de cellules utilisées pour discrétiser uniformément le domaine 2D dans un référentiel cartésien. α_{eff} est la diffusivité thermique effective en m^2/s . S_{eff} est un terme source thermique tel que :

$$S_{eff} = \frac{\dot{q}_{eff}}{\rho_{eff} c_{p,eff}} \quad (2)$$

T est la température en Kelvin et $\mathbf{x}_j = (x_1, x_2, \dots, x_{M^2})$ représente le vecteur de variables de design décrivant les matériaux de telle sorte que $x = 1$ pour le matériau de diffusivité α_1 et $x = 0$ pour le matériau de diffusivité α_0 .

Dans de tels problèmes d'optimisation topologique, la solution optimale est représentée par la répartition spatiale des variables discrètes entières \mathbf{x}_j (valeurs 0-1) qui définit la distribution optimale des deux matériaux dans le domaine. Cependant, il est numériquement très difficile d'atteindre des solutions directes à l'aide de formulations de variables discrètes définies initialement. Pour contourner cette difficulté, la littérature propose une technique de matériau isotrope solide dissocié par pénalisation (SIMP : Solid Isotropic Material with Penalisation) [6]. La technique SIMP remplace les variables de design entières discrètes par des variables de design continues. Une méthode de pénalisation permet, à partir d'une distribution initiale homogène, d'orienter progressivement la solution vers des valeurs 0-1 discrètes par les relations suivantes :

$$S_{eff} = S_0 + x_j^p (S_1 - S_0) \quad (3)$$

$$\alpha_{eff} = \alpha_0 + x_j^p (\alpha_1 - \alpha_0) \quad (4)$$

Avec $p \geq 1$, les indices 0 et 1 représentant respectivement les deux matériaux de diffusivités différentes. Pour l'étude présentée dans cette communication, les conditions initiales sont fixées par : $x_j(t = 0) = \eta_{initial} \forall j$ (matériau initialement homogène), $\gamma = \alpha_1/\alpha_0 = 760$ et $\varphi_{max} = 20\%$ (quantité maximale de matériau à forte diffusivité α_1).

2.2. Méthodes numériques

Le système d'équations (1) est résolu en utilisant la méthode des asymptotes mobiles (MMA) développée initialement par Svanberg [7]. La méthode MMA est un algorithme d'optimisation basé sur des gradients. Elle est largement utilisée pour résoudre des problèmes d'optimisation non linéaires en introduisant un sous-problème strictement convexe. Récemment, Dbouk et Harion [8] ont étudié en détail les performances de l'algorithme MMA pour différents problèmes d'optimisation. En amont de l'algorithme MMA [9], une formulation d'adjoint continu est utilisée dans cette étude.

La technique SIMP de dissociation des deux matériaux est utilisée pour obtenir une solution discrète (valeurs 0 ou 1) du vecteur de variables de design x . L'équation différentielle partielle (1b) est discrétisée spatialement sur le domaine de calcul en utilisant la Méthode des Volumes Finis (MVF) pour déterminer le champ de température (maillage structuré uniforme de cellules carrées : $\Delta x = \Delta y$, $M = 80$). Aucune technique de filtrage n'est utilisée dans cette étude. Un critère d'arrêt de convergence est défini en fonction de la stabilité de la variable de design pendant les dernières itérations (lorsque la norme au carré des conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) est inférieure à un nombre réel positif ε tel que $\varepsilon \ll 1$).

2.3. Objectif de l'étude expérimentale

L'optimisation topologique définit une structure optimale arborescente telle que représentée ci-dessous sur la figure (2), à gauche la configuration d'initialisation du calcul et à droite la structure optimisée et différenciée entre les deux matériaux en présence.

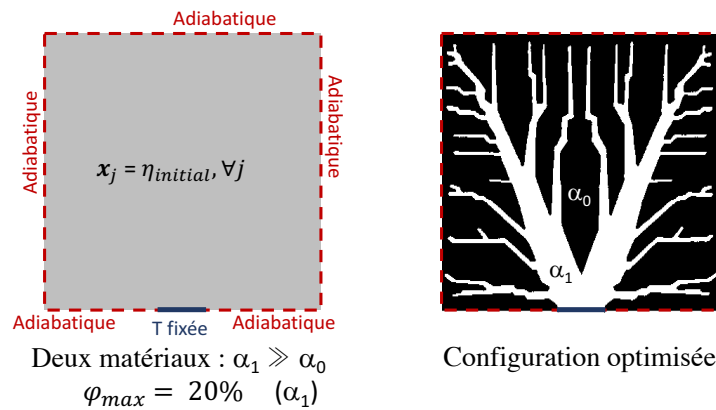


Figure 2 : Configuration optimisée par OT pour le problème conductif VT

L'objectif de cette étude est de définir une installation expérimentale permettant de quantifier les performances de la structure conductive testée et de déterminer si cette structure arborescente issue du processus d'optimisation topologique est bien la meilleure configuration

possible pour les deux matériaux (pour le rapport des diffusivités thermiques défini), ou s'il existe une meilleure configuration par rapport à l'objectif ciblé.

2.4. Installation expérimentale

Les performances thermiques sont évaluées en régime stationnaire stabilisé. Les premières caractéristiques de dimensionnement de l'installation expérimentale sont données par :

- Les dimensions caractéristiques du domaine sont $\Omega = A \times A = 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$
- La dimension du dissipateur thermique (condition de température constante) est donnée par la relation $C/A = 0,05$
- Le matériau à haute diffusivité doit respecter la contrainte volumique $\varphi_{max} = 20\%$
- Le rapport des diffusivités thermiques des matériaux est fixé à $\gamma = \alpha_1/\alpha_0 = 760$

Le point critique pour la réalisation de cette expérience est la sélection adéquate des deux matériaux. En complément des propriétés thermiques devant respecter le rapport α_1/α_0 fixé, un point important de réalisation expérimentale de la structure arborescente représentée sur la figure 2 porte sur le contact entre les deux matériaux qui doit rester excellent sur la gamme de température visée (0 - 80°C). Après avoir testé de nombreuses combinaisons pour les deux matériaux, l'aluminium et un polymère spécifique ont été sélectionnés respectivement comme matériaux de diffusivités élevée et faible. Les propriétés thermiques des deux matériaux sont précisées dans le tableau 1.

	k W.m ⁻¹ K ⁻¹	ρ kg.m ⁻³	C_p J.kg ⁻¹ K ⁻¹	α m ² .s ⁻¹
Aluminium	214,04	2700	891	$8,89 \times 10^{-5}$
Polymère	0,19663	1100	1522	$1,17 \times 10^{-7}$

Tableau 1: Propriétés thermiques des deux matériaux conducteurs

La fabrication est réalisée en deux étapes. Dans une première étape, la structure en aluminium est réalisée par découpe jet d'eau dans une plaque d'épaisseur e . Dans une seconde phase, le polymère est moulé autour de la structure arborescente en aluminium dans un moule spécifiquement développé de dimensions 100 mm × 100 mm, et une cale périphérique permet de parfaitement contrôler l'épaisseur de l'assemblage à e (voir Figure 3(a)).

Le problème d'OT présenté en section 2.1 porte sur l'évacuation de la chaleur à partir d'une configuration conductive associée à une génération volumique de chaleur. Une production volumique de chaleur peut être, pour une très faible épaisseur, approchée par une source surfacique produisant un flux de chaleur constant et uniforme à la surface de la section d'essai. Un film chauffant a été appliqué comme source de chaleur surfacique (W/m^2).

Pour extraire la chaleur du système, une température de paroi constante est imposée à la base de la structure arborescente, elle est fixée à 0°C. Cette condition est réalisée en prolongeant la structure arborescente en aluminium et en mettant cette base au contact d'une plaque de cuivre dont la température est régulée par une circulation d'eau thermo-réglée avec une précision $\pm 0,01^\circ\text{C}$. Une pâte conductrice est également appliquée entre les surfaces pour améliorer la conduction, et donc la condition limite en température. L'épaisseur e de la structure testée est choisie égale à 1,5 mm. Ce choix est issu d'une étude numérique préalable par simulations numériques tridimensionnelles ayant montré que le gradient de température transversal (à travers l'épaisseur de la structure) est négligeable pour cette épaisseur.

La répartition de température en régime permanent sur l'ensemble de la surface composée de la structure arborescente et du polymère est mesurée par thermographie infrarouge (IR).

Une peinture noire à haute émissivité est appliquée uniformément sur l'ensemble de la surface de mesure. Le système de mesure infrarouge est ré-étalonné avant chaque mesure. L'installation expérimentale finale est schématisée sur la figure 3(b) qui présente les principaux composants de cette installation.

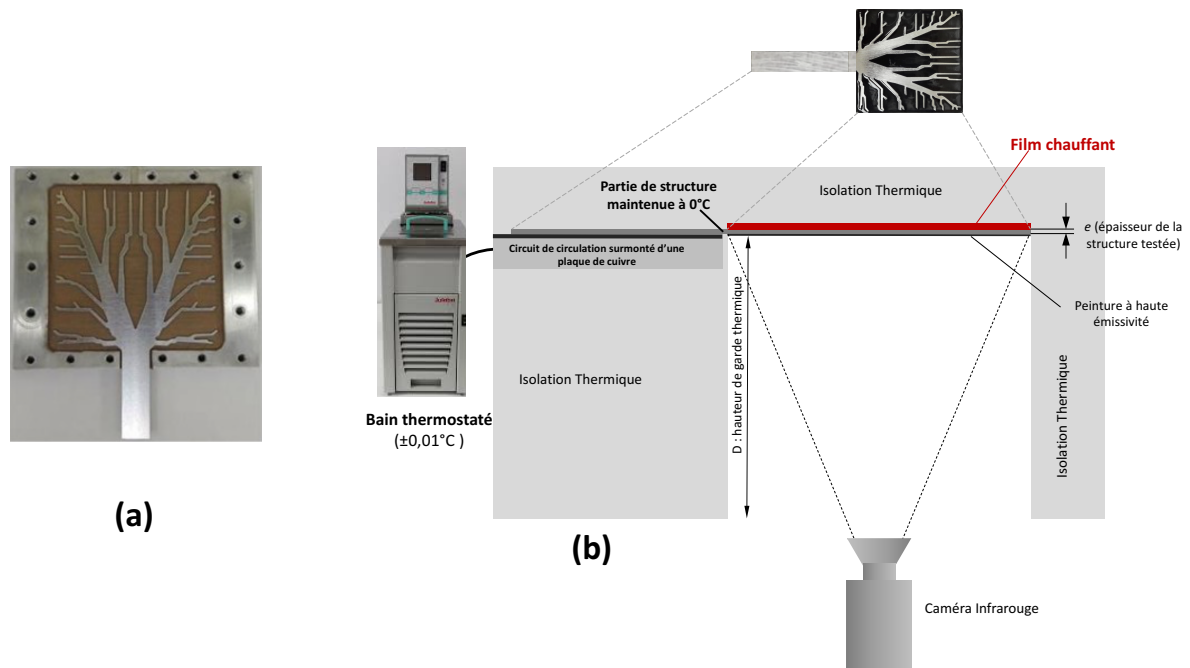


Figure 3 : (a) : Moule de préparation de l'assemblage polymère - structure arborescente
(b) : Représentation schématique de l'installation expérimentale

3. Résultats

Le dispositif de chauffage surfacique fournit, sur la surface supérieure, un flux thermique de surface de 588 W/m^2 . La température du dissipateur est maintenue à 0°C à la base de la structure arborescente, ce qui correspond à la condition de puit isotherme imposée pour définir la structure. Toutes les autres faces sont thermiquement isolées à l'exception de la face inférieure qui est la surface de mesure. Les mesures de température sont acquises lorsque le champ thermique est totalement stabilisé. La figure 4 présente le champ de température issu des mesures infrarouge pour la structure arborescente optimale.

Une température maximale (T_{max}) de $43,82^\circ\text{C}$ et une température moyenne (T_{avg}) de $21,83^\circ\text{C}$ sont mesurées sur le champ de température de 320×256 pixels. La même expérience est effectuée à trois reprises pour assurer une bonne reproductibilité des résultats (voir tableau 2).

Mesures IR	T_{max} ($^\circ\text{C}$)	T_{avg} ($^\circ\text{C}$)
Mesure 1	43,82	21,83
Mesure 2	44,10	22,01
Mesure 3	42,10	21,07

Tableau 2 : Reproductibilité des mesures infrarouges

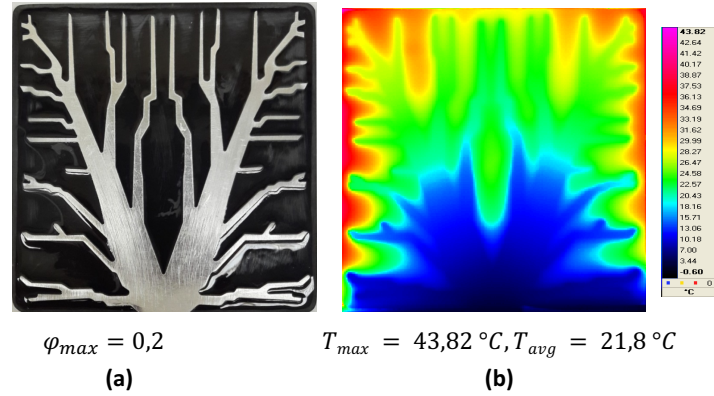


Figure 4 : (a) : Structure conductrice en aluminium, (b) : Champ de température établie

Les résultats expérimentaux ne peuvent cependant pas être comparés directement à ceux obtenus par le solveur OT. En effet, pour les mesures expérimentales, un flux thermique de surface (588 W/m^2) est appliqué. Pour le solveur OT, une production volumique de chaleur est appliquée. Les modifications à apporter au code d'OT ne sont pas simples, notamment du fait qu'au cours de l'exécution de l'algorithme, les conductivités varient dans toutes les mailles. Pour contourner cette difficulté et permettre une évaluation numérique comparable aux mesures, la géométrie arborescente finale obtenue par OT est simulée par simulations numériques réalisées par le logiciel ANSYS Fluent en intégrant à la configuration numérique les éléments l'isolation mis en place expérimentalement.

Pour assurer un bon transfert entre l'élément chauffant et la géométrie arborescente bi matériaux dont on souhaite quantifier les performances, une pâte conductrice est utilisée expérimentalement (épaisseur E estimée entre 0,25 et 1 mm). Cette couche conductrice a également été prise en compte dans les simulations numériques tridimensionnelles. Les résultats numériques obtenus pour différentes épaisseurs E de pâte conductrice sont présentés dans le tableau 3. Ces résultats sont relativement proches des données expérimentales et mettent en lumière la nécessité de bien intégrer dans les simulations les paramètres expérimentaux représentatifs.

Ces premiers résultats montrent que l'installation expérimentale permettra une quantification comparée des performances des différentes structures conductives définies par OT.

Epaisseur de pâte conductrice (E)	T_{max} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{avg} ($^{\circ}\text{C}$)
0,25 mm	46,8	26,1
0,5 mm	45,9	24,8
1,0 mm	44,1	23,9
Mesures	43,8	21,8

Tableau 3: Résultats numériques de températures moyennes et maximales en fonction de l'épaisseur de pâte conductrice E . Comparaison aux mesures expérimentales

4. Conclusion

Cette étude est une première approche visant à évaluer la faisabilité de la validation expérimentale de structures conductives optimisées par optimisation topologique pour un problème de type VP. Si de nombreuses études ont été consacrées à l'optimisation dans cette configuration, il n'y a en effet, à ce jour et à notre connaissance, aucune expérimentation de validation. Une configuration bi-matériaux obtenue par OT a été fabriquée en aluminium/polymère. Des simulations numériques tridimensionnelles ont été mises en oeuvre pour mieux caractériser le banc expérimental et une méthode non intrusive de thermographie infrarouge est utilisée pour mesurer la distribution de température à l'état stationnaire sur la structure arborescente. Cette pré-étude met également en évidence la difficulté de comparer directement, même pour des épaisseurs très faibles, les résultats optimisés issus de l'OT et la configuration expérimentale car les deux sources thermiques sont structurellement différentes (volumique pour le code OT, et surfacique expérimentalement).

Références

- [1] Bendsøe, M. P., & Kikuchi, N. (1988). Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 71(2), 197-224.
- [2] Gersborg-Hansen, A., Bendsøe, M. P., & Sigmund, O. (2006). Topology optimization of heat conduction problems using the finite volume method. *Structural and multidisciplinary optimization*, 31(4), 251-259.
- [3] Dirker, J., & Meyer, J. P. (2013). Topology optimization for an internal heat-conduction cooling scheme in a square domain for high heat flux applications. *Journal of Heat Transfer*, 135(11), 111010.
- [4] Dbouk, T. (2017). A review about the engineering design of optimal heat transfer systems using topology optimization. *Applied Thermal Engineering*, 112, 841-854.
- [5] Marck, G., Nemer, M., Harion, J. L., Russeil, S., & Bougeard, D. (2012). Topology optimization using the SIMP method for multiobjective conductive problems. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 61(6), 439-470.
- [6] Bendsoe, M. P., & Sigmund, O. (2013). *Topology optimization: theory, methods, and applications*. Springer Science & Business Media.
- [7] Svanberg, K. (1987). The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. *International journal for numerical methods in engineering*, 24(2), 359-373.
- [8] Dbouk, T., & Harion, J. L. (2015). Performance of Optimization Algorithms Applied to Large Nonlinear Constrained Problems. *American Journal of Algorithms and Computing*, 2(1), 32-56.
- [9] Evgrafov, A., Gregersen, M. M., & Sørensen, M. P. (2011). Convergence of cell based finite volume discretizations for problems of control in the conduction coefficients. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 45(6), 1059-1080.
- [10] Simons, R. E. (2002). Simplified formula for estimating natural convection heat transfer coefficient on a flat plate. *Electronics Cooling Magazine*, 8(1).