

Étude numérique de la condensation d'un mélange en film liquide à l'intérieur d'un tube vertical

Youness EL HAMMAMI, M'barek FEDDAOUI, Touria MEDIOUNI, Larbi KHALAL, Rachid MIR

Laboratoire de Mécanique, Procédés de l'Energie et de l'Environnement (LMP2E)
Ecole Nationale des Sciences Appliquées, B.P. 1136, Agadir-Maroc
(Correspondence author: Fax: 212 (0)528 22 46 40, E-mail: elhammami@ensa-agadir.ac.ma)

Résumé – Dans ce travail, nous présentons une étude numérique des transferts thermique et massique lors de la condensation d'un mélange de vapeur d'eau et d'éthanol en présence de l'air. Il s'agit d'un film liquide laminaire s'écoulant à l'intérieur d'un tube vertical. Les équations du modèle mathématique qui décrit ces transferts dans le mélange de vapeur et dans le condensat sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies implicite. Les systèmes d'équations obtenus sont résolus à l'aide de l'algorithme de Thomas. Les résultats numériques montrent que les transferts lors de la condensation du mélange ternaire sont mieux favorisés par rapport à un mélange binaire.

Nomenclature

C_p capacité thermique massique à pression constante, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

D_k^m coefficient de diffusion, $m^2 s^{-1}$

h_{fg} chaleur latente d'évaporation, $J \cdot kg^{-1}$

\dot{m}_l densité de flux de vapeur, $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$

\dot{m}_0 débit massique du gaz, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

Nu_z nombre de Nusselt local, $Nu_z = h_r d / \lambda_L$

Q_l flux de chaleur latent, $W \cdot m^{-2}$

W^* fraction massique adimensionnelle de la vapeur, W^k / W_0^k

z^* abscisse adimensionnel dans le sens de l'écoulement, z/d

r coordonnée radiale, m

Symbole grecs

δ épaisseur du condensat, m

λ conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

μ viscosité dynamique, $kg \cdot s^{-1} m^{-1}$

ρ masse volumique, $kg \cdot m^{-3}$

η Coordonnée radiale adimensionnelle dans la phase vapeur $\eta = (z - \delta)/(d - \delta)$

Indices

I conditions à interface

0 condition à l'entrée

L film liquide

m mélange

nc gaz non condensable

1. Introduction

La condensation d'un mélange de vapeur en film ruisselant le long d'un tube vertical avec transfert simultané de chaleur et de masse, présente un grand intérêt pratique dans de nombreux secteurs industriels. Les ruissellements, chauffage et/ou refroidissement, concentration des solutions diluées, le dessalement de l'eau de mer ainsi que dans la réfrigération, ... Le premier modèle théorique décrivant ce phénomène a été établi par Nusselt [1] dans le cas de la condensation en film laminaire d'une vapeur pure stagnante sur une plaque verticale. Un grand nombre de travaux sur la condensation dans différents systèmes ont été ensuite réalisés. Siow et al. [2] ont présenté une étude numérique biphasique qui traite la condensation d'un mélange air-vapeur en écoulement laminaire, dans un canal incliné. Leurs résultats ont montré que la diminution du nombre de Froude (augmentation de l'angle d'inclinaison) entraîne une épaisseur plus mince et un écoulement de film liquide plus rapide.

Une étude a été développée par El Hammami et al. [3] en traitant l'évaporation en régime turbulent d'un film liquide dans un canal incliné à paroi poreuse, où ils ont constaté que le transfert de masse est plus efficace pour une faible humidité de l'air et un faible angle d'inclinaison. Chen et al. [4] ont étudié numériquement la condensation de la vapeur d'eau en film laminaire en présence du gaz non condensable le long d'une plaque verticale, suite à cette étude leurs résultats ont montré que le coefficient adimensionnel de transfert de chaleur n'a pas été constant le long du tube et sa valeur diminue en augmentant la valeur de la fraction du gaz non condensable. El Hammami [5] a conclu que la présence d'une petite quantité de gaz non condensable diminue fortement l'efficacité du transfert de chaleur et de masse. Il a montré également que le taux de la vapeur condensée lors de la condensation d'un mélange ternaire est plus important par rapport à la condensation d'un mélange binaire. Cependant, la condensation de la vapeur d'éthanol ou de méthanol est plus influencée par le gaz non condensable que par la vapeur d'eau.

Cet article est consacré à l'étude numérique de la condensation d'un mélange de vapeur d'éthanol et d'eau en film liquide à l'intérieur d'un tube vertical à parois isothermes (figure 1). L'objectif de ce travail est de contribuer à l'amélioration de transfert lors de la condensation d'un mélange binaire ou ternaire le long de la paroi interne d'un tube vertical.

2. Modèle physique

Nous considérons un mélange gazeux s'écoulant à l'intérieur d'un tube vertical de rayon R . Le condensat d'épaisseur δ_z (figure 1) est soumis à l'action des forces de pesanteur, de pression et de frottement à l'interface liquide-vapeur. La paroi du tube est supposée soumise à une température constante T_p . À l'entrée du tube, arrive un écoulement de mélange gaz-vapeur chaud, à température T_0 , vitesse $u_0(Re_0)$, pression P_0 et fraction massique en vapeur W_0^k uniforme.

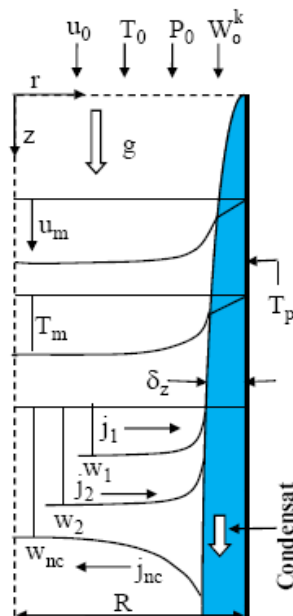


Figure 1 Model physique

Dans l'équation dynamique du film liquide, les termes d'inertie sont supposés négligeables par rapport au terme de diffusion. En effet, pour le film liquide mince, les transferts axiaux sont plus faibles que ceux dans la direction transversale [6]. Le gradient de pression est également négligé.

2.1. Equations

Les équations caractérisant les transferts de chaleur et de masse dans les deux phases liquide et gazeuse sont comme suit:

2.1.1. Phase Liquide

✓ Equation de quantité de mouvement :
$$\left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left[(r\mu_L)\frac{\partial u_L}{\partial r}\right] + \rho_L g = 0 \quad (1)$$

✓ Equation de l'énergie:
$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho_L C_{pL} u_L T_L) = \left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial r}\right] \quad (2)$$

2.1.2. Phase Gazeuse

✓ Equation de continuité :
$$\frac{\partial}{\partial z}(r\rho_m u_m) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho_m v_m) = 0 \quad (3)$$

✓ Equation de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho_m u_m^2) + \left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}(\rho_m r v_m u_m) = -\frac{dP_d}{dz} + \left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left[(r\mu_m)\frac{\partial u_m}{\partial r}\right] + (\rho_m - \rho_0)g \quad (4)$$

✓ Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho_m C_{pm} u_m T_m) + \left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}(\rho_m C_{pm} r v_m T_m) = \left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left[(r\lambda_m)\frac{\partial T_m}{\partial r}\right] + \left[\sum_{i=1}^2 \rho_m D_i^m (C_{p,vi} - C_{p,nc})\frac{\partial T_m}{\partial r}\right]\frac{\partial W^k}{\partial r} \quad (5)$$

✓ Equation de diffusion :

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho_m u_m W^k) + \left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}(\rho_m r v_m W^k) = \left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left[(r\rho_m D_k^m)\frac{\partial W^k}{\partial r}\right] \quad (6)$$

Pour compléter la modélisation mathématique du problème, il est convenable d'ajouter l'équation de conservation de masse dans la phase gazeuse, aux équations de transfert.

$$\frac{\dot{m}_0}{2\pi} = \int_0^{R-\delta} r\rho_m u_m dr + \int_0^z \rho_m v_L dz \quad (7)$$

2.2. Conditions aux limites et à l'interface

Nous associons, aux équations 1-7, les conditions aux limites et à l'interface suivantes:

✓ Condition à l'entrée du tube ($z = 0$):
$$u_m = u_0, T_m = T_0, W^k = W_0^k, p = P_0 \quad (8)$$

✓ Condition à la paroi du tube ($r = R$) :
$$u_L = v_L = 0, T_L = T_p \quad (9)$$

✓ Condition à l'axe central du tube ($r = 0$) :
$$\frac{\partial u_m}{\partial r} = 0, \frac{\partial T_m}{\partial r} = 0, \frac{\partial W^k}{\partial r} = 0, v_m = 0 \quad (10)$$

✓ Condition à l'interface liquide-vapeur ($r = R-\delta$)

➤ Continuité de la vitesse et de la température:

$$u_I(x) = u_{G,I} = u_{L,I}, T_I(x) = T_{G,I} = T_{L,I} \quad (11)$$

➤ Continuité de la contrainte de cisaillement et du flux de chaleur:

$$\tau_l = \left[\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right]_{L,l} = \left[\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right]_{m,l}, \quad \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right]_l = \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right]_m - \dot{m}_l \cdot h_{fg} \quad (12)$$

2.3. Résolution numérique

Les équations qui régissent le transfert dans le tube vertical, forment un système aux dérivées partielles et n'admettant pas une solution analytique. Elles sont résolues numériquement en utilisant une méthode aux différences finies implicite [7]. La méthode utilisée consiste à approcher les dérivées premières dans la direction axiale par une différence vers l'avant et par une différence centrée dans la direction transversale. A l'interface gaz liquide, les conditions aux limites liées à la continuité de la contrainte de cisaillement et du flux de chaleur sont approchées par une différence vers l'avant d'ordre deux pour les dérivées partielles de la vitesse et de la température et par une différence vers l'arrière à l'ordre deux dans le mélange. Les systèmes d'équations obtenus après discrétisation peuvent être écrits sous forme de matrices tri diagonales. La résolution est alors assurée par l'algorithme de Thomas pour l'inversion des matrices tri diagonales. Le gradient de pression et l'épaisseur du film sont calculés par la méthode de la sécante, respectivement en fonction des erreurs sur la conservation du débit massique et du bilan thermique. On utilise la méthode de Raithby et Schneider [8] appropriée aux écoulements incompressibles pour la correction de pression.

3. Présentation des résultats

Nos calculs ont été effectués pour le cas du mélange binaire ou ternaire éthanol/vapeur d'eau-air le long d'un tube vertical de 2m de longueur et 1,5cm de diamètre. La paroi du tube est maintenue à une température constante $T_p = 278K$. La vapeur chaude entre à une température $T_0 = 313K$, une pression $P_0 = 1.0atm$, une vitesse $u_0 (Re_0 = 2000)$ et aux fractions massique W_0^k ($W_0^{eau} = 0,1$, $W_0^{éthanol} = 0,1$).

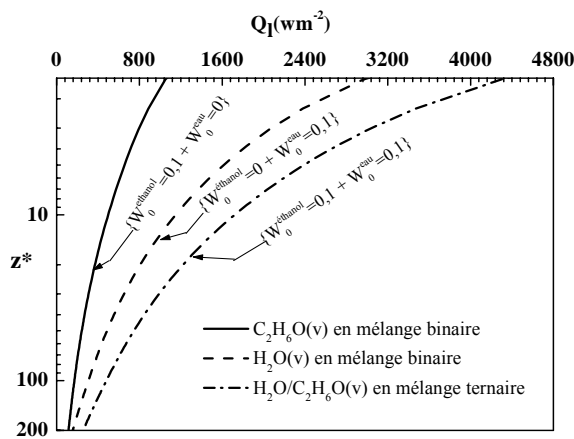


Figure 2 : Variation du flux latent le long du tube pour le mélange binaire et ternaire

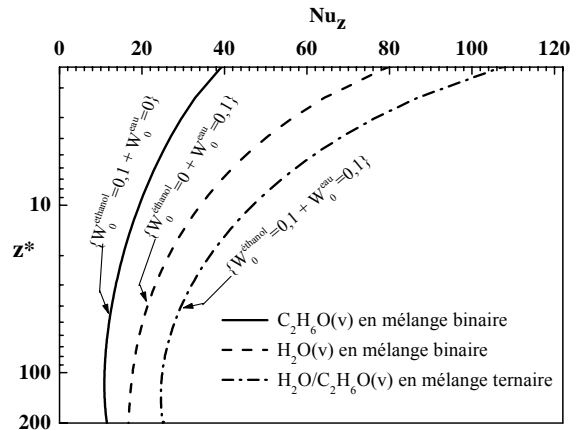


Figure 3 : Variation du nombre de Nusselt le long du tube pour le mélange binaire et ternaire

Les figures 2 et 3 présentent la variation de la chaleur latente et la variation du nombre de Nusselt local le long du tube. On remarque que la chaleur latente diminue au fur et à mesure que le mélange progresse le long du tube et devient faible vers la sortie du tube, cela s'explique par le fait que la condensation en film liquide entraîne une diminution de la température de la vapeur. La chaleur latente du mélange ternaire eau/vapeur d'éthanol est plus importante que celle du mélange binaire, cela est dû à l'augmentation de l'air dans ce dernier. L'air est entraîné vers l'interface par le mouvement de la vapeur, offrant ainsi un obstacle au

transfert de la vapeur sur le film du condensat, par conséquent dans le cas de mélange binaire le transfert est faible par rapport au cas ternaire. Le nombre de Nusselt traduit globalement l'évolution du rapport du flux convectif et conductif le long du tube. Les transferts convectifs sont donc plus intenses à l'entrée du tube pour les deux mélanges favorisant ainsi le transfert thermique et massique dans cette zone. Cette évolution résulte de la définition du nombre de Nusselt local. En effet, à l'entrée du tube, la différence de température entre celle de la vapeur et celle du condensat est très grande ; il en résulte un nombre de Nusselt élevé. Celui-ci diminue au fur et à mesure que l'écoulement progresse dans le tube, parce que la condensation s'accompagne d'une diminution de la température de la phase vapeur et du flux de chaleur transféré par mode latent lors de la condensation au film de condensat.

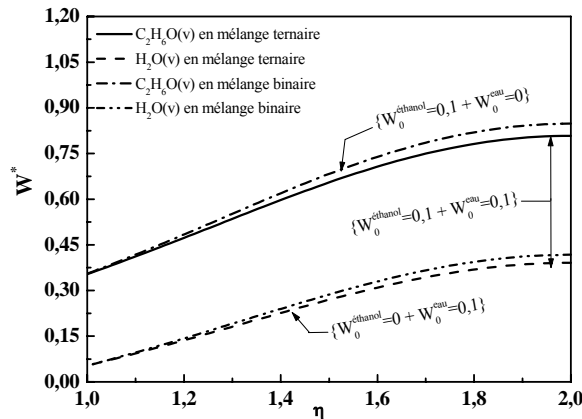


Figure 4 : Variation de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube pour le mélange binaire et ternaire

La figure 4 présente l'évolution de la fraction massique à la sortie du tube pour le cas du mélange binaire ou ternaire éthanol/vapeur d'eau-air. On constate que la fraction massique de la vapeur d'eau et d'éthanol est inférieure dans le cas du mélange ternaire, par rapport au mélange binaire. Ceci est dû à la diminution du gaz non condensable dans le mélange ternaire. La fraction à la sortie du tube est moins importante pour le cas de la condensation de vapeur d'eau. Ce résultat est bien prévisible car, plus la densité de flux de chaleur latent est grande, plus il y a une condensation importante et donc une fraction massique faible à la sortie du tube. En outre, l'effet de la diffusion de vapeur d'eau dans le gaz non condensable est plus grand que celle de la vapeur d'éthanol.

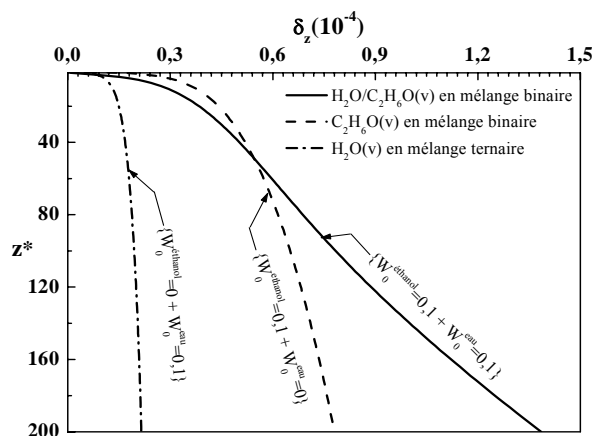


Figure 5 : Variation de l'épaisseur du film liquide le long du tube

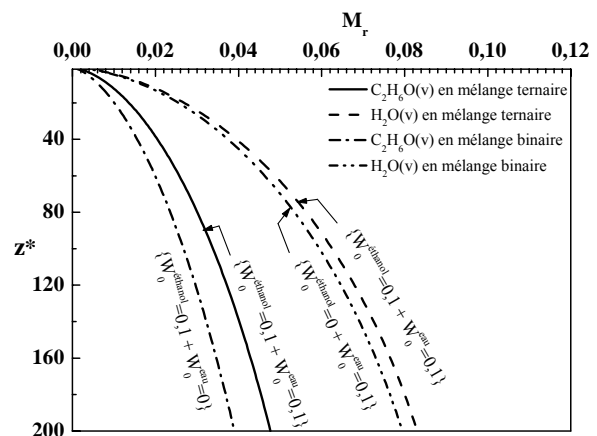


Figure 6 : Variation du taux condensé le long du tube

Les figures 5 et 6 présentent respectivement, la variation de l'épaisseur du film liquide δ_z et la variation du taux condensé le long du tube. On remarque que l'épaisseur du film liquide

augmente au fur et à mesure que l'écoulement du mélange de vapeur progresse dans le tube. L'épaisseur du film liquide dans le cas de la vapeur d'eau, augmente le long du tube jusqu'à une valeur $z^* = 50$ et devient presque stable après cette valeur. Ce résultat confirme ce qu'on a vu précédemment (figure 4), c.à.d. que la fraction massique adimensionnelle W_{eau}^* condensée est devenue très faible à la sortie du tube. Cette dernière est bien parue à travers la valeur la plus grande du taux condensé M_r (figure 6) dans le cas de la vapeur d'eau en mélange binaire. L'épaisseur du film du condensat est plus grande dans le cas de la vapeur d'éthanol et devient importante en mélange ternaire. Ceci est dû à la densité massique d'éthanol qui est grande par rapport à la densité de la vapeur d'eau, ainsi qu'à l'augmentation de la fraction du gaz non condensable près de l'interface, offrant à cet effet un obstacle au transfert de la vapeur sur le film du condensat. La figure 6 illustre le taux condensé M_r pour la vapeur d'éthanol et d'eau en mélange ternaire et binaire le long du tube. Le taux de la vapeur condensé M_r lors de la condensation d'un mélange ternaire est plus important par rapport à la condensation d'un mélange binaire. Cependant, la condensation de la vapeur d'éthanol est plus influencée par le gaz non condensable que par la vapeur d'eau (résultat normal puisque l'épaisseur du film de condensat dans le cas de la vapeur d'eau devient stable pour $z^* > 50$, dans le cas contraire l'épaisseur du film de condensat poursuit son augmentation le long du tube).

4. Conclusion

Nous avons étudié numériquement les transferts thermique et massique lors de la condensation d'un mélange de vapeur en présence de l'air, en film ruisselant à l'intérieur d'un tube vertical. Les équations régissant le transfert thermique et massique sont discrétisées et résolues par une méthode aux différences finies implicite en utilisant l'algorithme de Thomas. En considérant les conditions imposées à l'entrée et la paroi du tube, les conclusions principales suivantes peuvent être établies: Le taux de la vapeur condensé M_r lors de la condensation d'un mélange ternaire est plus important par rapport à la condensation d'un mélange binaire. L'air est entraîné vers l'interface par le mouvement de la vapeur, offrant ainsi un obstacle au transfert de la vapeur sur le film du condensat. La condensation de la vapeur d'éthanol est plus influencée par le gaz non condensable que par la vapeur d'eau.

Références

- [1] W. Nusselt. Die oberflächenkondensation des wasserdampfes. *Zeitschr Ver Deutsch*, 60 (1916) 541–546.
- [2] Siow E C, Ormiston S J, Soliman H M Two-phase modelling of laminar film condensation from vapour-gas mixtures in declining parallel-plate channels *Int J of Thermal Sciences* (2007) 46:458-466
- [3] Y. El Hammami M. Feddaoui S. Senhaji T. Mediouni A. Mir. Turbulent mixed convection heat and mass transfer of liquide film evaporation by a porous layer along an inclined channel. *Revue International d'Héliotechnique*, (2009), 39.
- [4] Cha'o-Kuang Chen, Yan-Ting Lin Laminar film condensation from a downward-flowing steamair mixture onto a horizontal circular tube. *Applied Mathematical Modelling* 33, (2009) 1944-1956.
- [5] Y. El Hammami Étude numérique des transferts thermique et massique lors de la condensation d'un mélange en film liquide à l'intérieur d'un tube *Thèse université Ibn Zohr ENSA-Agadir* (2010)
- [6] T.R. Shembharkar, B.R. Pai, Prediction of film cooling with a liquid coolant, *Int. J. Heat Mass Transfer* 29 (1986) 899–908.
- [7] M.N. Ozisik, "Finite difference methods in heat transfer", *Hemisphere/Mc Graw-Hill*, New York, (1984).
- [8] Raithby, G. D.; Schneider, G. E. Numerical solutions of problems in incompressible fluid flow: treatment of the velocity-pressure coupling. *Numer. Heat Tran., Vol. 2*, (1979) 417-440