

Contribution à l'étude de la convection mixte dans une cavité ouverte rectangulaire partitionnée munie de blocs chauffants : effet de la largeur des blocs

Ouafaa MAHROUCHE, Mostafa NAJAM, Mustapha EL ALAMI

Groupe d'Energétique, Département de Physique, Faculté des Sciences, Université Hassan II, Ain Chock, Casablanca, Maroc.

Résumé - On étudie numériquement la convection mixte dans une enceinte rectangulaire partitionnée, munie de deux blocs chauffants à température constante T_C . La paroi verticale droite est munie de deux ouvertures d'admission d'air frais C_1 et C_2 à axe horizontal, alors que la paroi horizontale basse est munie d'une ouverture d'évacuation d'air C_3 à axe vertical. La paroi verticale gauche est isotherme à la température T_c , les autres parois sont refroidies à la température $T_f < T_c$. Les paramètres de contrôle sont les nombres de Rayleigh ($Ra=10^5$), de Reynolds ($10 \leq Re \leq 200$), de Prandtl ($Pr=0.72$), la distance relative D entre les blocs $D=h/H=1/2$, la taille des blocs $B=l/L=1/4, 1/2$ et $3/4$, $C_1=C_2=C_3=d/L=0.375$ et le facteur de forme $A=H/L=3$. Les résultats obtenus montrent que les écoulements et le transfert de chaleur dépendent de Re et de B .

Nomenclature

A	Rapport de forme $A = H/L$	Y_{b1}	Coordonnées du bloc du bas pour $x=1$
B	Largeur adimensionnelle des blocs	Y_{b2}	Coordonnées du bloc du haut pour $x=1$
D	Distance adimensionnelle entre blocs	U_C	Vitesse caractéristique, (m/s).
C	Diamètre adimensionnelle de l'ouverture	(U, V)	Composantes de la vitesse, (m/s).
d	Diamètre de l'ouverture (m)	(u, v)	Composantes adimensionnelles de la vitesse $(u, v) = (U/U_C, V/U_C)$
H	Hauteur de la cavité, (m)	(X, Y)	Coordonnées cartésiennes du point, (m),
L	Largeur de la cavité, (m)	(x, y)	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles $(x, y) = (X/H, Y/H)$
h	La distance entre les deux blocs, (m)		
l	Largeur des blocs, (m)		
g	Accélération de la pesanteur (m/s^2)		
Nu	Nombre de Nusselt global	<i>Symboles grecs</i>	
Pr	Nombre de Prandtl ($Pr=v/\alpha$)	β	Coefficient de dilatation du fluide (K-1)
Pe	Nombre de Peclet ($Pe=Re*Pr$)	α	Diffusivité thermique du fluide (m^2s^{-1})
Ra	Nombre de Rayleigh, ($Ra=g\beta\Delta TH^3/(\alpha\nu)$)	λ	Conductivité thermique ($Wm^{-1}K^{-1}$)
Re	Nombre de Reynolds, $Re= U_C H/\nu$	ν	Viscosité cinématique du fluide (m^2s^{-1})
T	Température dimensionnelle, (K)	ρ	Masse volumique du fluide (kg/m^3)
T_C	Température des faces chaudes, (K)	ψ	Fonction de courant adimensionnelle, $\psi=\psi'/\alpha$
T_F	Température de la face froide, (K)	Ω	Vorticité adimensionnelle, $\Omega=\Omega'H^2/\alpha$
ΔT	Ecart de température (T_C-T_F), (K)	<i>Indices et exposants</i>	
Q_{fs}	Flux de chaleur adimensionnelle	C	Chaud, critique, caractéristique

1. Introduction

Le phénomène de convection mixte suscite bien d'intérêt auprès de nombreux scientifiques et chercheurs du fait de ses nombreuses applications dans le domaine de la climatisation, du chauffage de la frigorifique et d'autres. Une étude numérique sur la convection mixte a été

menée par I. Tmartnhad et Al. [1], il s'agit de l'étude des écoulement et du transfert de chaleur dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas à température constante T_C , munie de deux ouvertures à axe vertical, une d'admission et l'autre d'évacuation d'air, la paroi supérieure inclinée est à une température $T_F < T_C$. Un bloc de forme rectangulaire est fixé sur la paroi horizontale chauffée, il est à la même température que cette dernière. L'ensemble constitue une cavité trapézoïdale partitionnée. Les paramètres de contrôle sont les nombres de Rayleigh $Ra=10^5$, de Reynolds ($10 \leq Re \leq 1000$) et de Prandtl ($Pr = 0,72$), le rapport de forme ($R_f = 4$). Les résultats obtenus montrent l'existence de solutions multicellulaires dont le nombre de cellules dépend de R_f et de Re . Yuguo et al. [2] ont mené une étude numérique et expérimentale des écoulements de convection mixte dans deux cavités ouvertes juxtaposées et communicantes entre elles, formant ainsi une cavité rectangulaire partitionnée, l'ensemble est muni de deux ouvertures identiques, une située dans la partie supérieure et l'autre dans la partie inférieure. Les résultats montrent qu'il existe deux solutions stables dans une gamme assez large du flux de chaleur imposé aux sources de chaleur. Une partie de ces sources est fixée sur la paroi inférieure de la cavité et l'autre partie est fixée sur la paroi supérieure. Un phénomène d'hystérésis obtenu pour des solutions stables a été mis en évidence. Bahlaoui et al. [3] ont étudié numériquement la convection mixte couplée au rayonnement thermique dans une cavité horizontale ventilée, de rapport de forme $A=L'/H'=2$, chauffée par le bas et munie d'une partition fine et adiabatique disposée sur la paroi chauffée. Les paramètres de l'étude sont les nombres de Reynolds ($200 \leq Re \leq 5000$), l'émissivité des parois ($0 \leq \varepsilon \leq 0.85$). Les résultats de leur étude montre que l'effet du rayonnement conduit à une bonne homogénéisation de la température à l'intérieur de la cavité en réduisant la zone froide à l'entrée d'air frais. Le rayonnement réduit également le nombre de Nusselt convectif. En outre, Re et ε ont un effet positif sur le transfert de chaleur global.

Notre travail consiste à l'étude des écoulements de convection mixte dans une cavité rectangulaire partitionnée, munie de blocs chauffants. Elle est soumise à un jet d'air frais à travers deux ouvertures à axe horizontal. Ce cas de figure trouve son application dans le domaine des vitrines réfrigérées verticales avec porte vitrée.

2. Configuration géométrique et formulation mathématique

La configuration étudiée est schématisée par la figure 1. Il s'agit d'une enceinte rectangulaire munie de deux blocs chauffants, elle est soumise à un jet d'air frais à la température T_F ($T_F < T_C$) à travers deux ouvertures aménagées sur la paroi verticale droite. Une autre ouverture d'évacuation est aménagée dans la paroi horizontale basse de la cavité, les blocs sont chauffés à température constante T_C . On suppose que l'écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnels, que les propriétés du fluide sont constantes et l'approximation de Boussinesq est valide. Les équations adimensionnelles transitoires en termes de température T , de vorticité Ω et de fonction de courant ψ sont :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\Omega)}{\partial y} = -\frac{Ra}{Re^2 Pr} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad (3)$$

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ et } v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4)$$

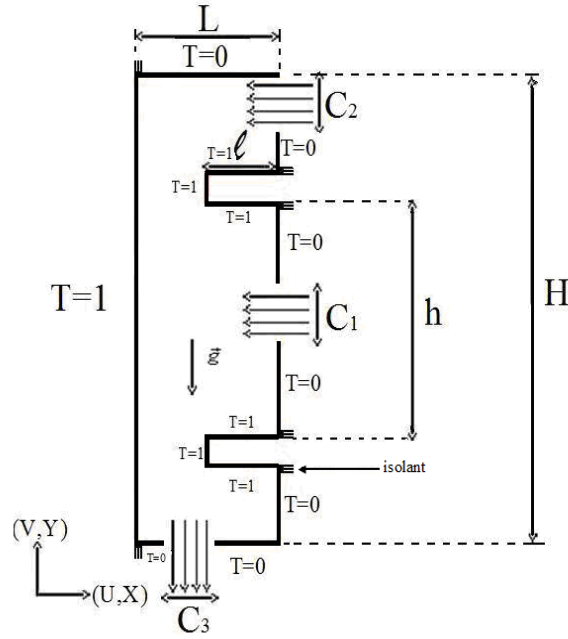


Figure 1 : Configuration étudiée

Position des blocs pour $D=1/2$ on a : $Y_{b1}=0.05625$ et $Y_{b2}=2.3437$

La valeur de la fonction de courant aux ouvertures C_1 et C_2 est donnée par :

Ouverture C_1 : $(x=1, 1.3125 \leq y \leq 1.6875)$; $\psi = 0.2y - 0.2625$

Ouverture C_2 : $(x=1, 2.625 \leq y \leq 3)$; $\psi = 0.2y - 0.45$

Ouverture C_3 : $(0.3125 \leq x \leq 0.6875, y = 0)$; ψ , T , Ω , U et V sont interpolées selon la démarche utilisée par [4].

Sur les parois solides, la fonction de courant est donnée pour : $(0.6875 \leq x \leq 1, y = 0)$, $(x=1, 0 < y < 1.3125, y$ compris le bloc) : $\psi = 0$; $(x=1, 1.6875 \leq y \leq 2.625, y$ compris le bloc) : $\psi = 0.075$; $(0 \leq x \leq 1, y=1)$: $\psi = 0.15$; $(x=0, 0 \leq y \leq 1)$: $\psi = 0.15$; $(0 \leq x \leq 0.3125)$: $\psi = 0.15$

$T=1$ à la paroi verticale gauche de la cavité et aux faces verticales et horizontales des blocs.

$T=0$ sur les deux parois horizontales supérieure et inférieure de l'enceinte ainsi que sur la paroi verticale droite, les blocs étant exclus.

$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ sur une portion d'isolant insérée entre chaque paroi chauffée en contact avec une paroi

froide, avec n désignant la normale à la portion de la paroi isolée.

Sur toutes les parois rigides : $U = V = 0$

La quantité de chaleur adimensionnelle Q_{fs} évacuée par l'ouverture C_3 est donnée par :

$$Q_{fs} = \frac{1}{(0.6875 - 0.3125)} \int_{0.3125}^{0.6875} \left(-\frac{\partial T}{\partial y} + v.Pe.T \right) dx \quad (5)$$

La chaleur échangée au niveau des surfaces actives est défini par :

Paroi verticale :

$$Q_{fs} = \frac{1}{(y_2 - y_1)} \int_{y_1}^{y_2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=Cste} dy \quad (6)$$

Paroi horizontale :

$$Q_{fs} = \frac{1}{(x_2 - x_1)} \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=Cste} dx \quad (7)$$

Avec x_1 , x_2 , y_1 et y_2 sont les coordonnées de la surface dont on calcule Q_{fs} .

Les équations (1) et (2) ont été discrétisées à l'aide de la méthode des différences finies. Un schéma centré est utilisé pour les dérivations spatiales des termes diffusifs. Pour la discrétisation des termes convectifs, un schéma décentré amont a été utilisé [5]. L'intégration des équations (1) et (2) est assurée par une méthode implicite aux directions alternées (ADI). L'équation de Poisson (Eq.(3)) est traitée par la méthode PSOR. Le code numérique est validé en comparant les résultats dans le cas simple de 'Window Problem' à ceux obtenus par [6]. L'écart relatif en terme de ψ_{max} est de 1%. Le déficit du bilan énergétique enregistré entre la quantité de chaleur produite par les faces chauffées et celle perdue par les faces froides reste inférieur 3 %.

3. Résultats numériques

3.1. Les lignes de courant et isothermes

Les résultats présentés ont été obtenus pour $Ra=10^5$, ($10 \leq Re \leq 200$), $D=1/2$, $B= (1/2, 3/4$ et $1/4)$, $A=3$.

3.1.1. Variation du nombre de Reynolds

Les lignes de courant de la figure 2a, obtenues à $Re=10$, montrent que les trois cellules de la cavité sont groupées en une grande cellule convective et dont la forme épouse les blocs. La distorsion des lignes isothermes montre que la cellule supérieure a une intensité plus importante que celle du milieu qui présente une légère déformation due à l'effet d'inertie. L'écoulement forcé est caractérisé par un brin de ligne ouverte qui part de l'ouverture du haut et s'ajoute à celle de l'ouverture du bas. La partie inférieure de la cavité est occupée par une cellule de faible intensité en circulation au-dessus de l'ouverture d'évacuation. Cette partie de la cavité est le siège d'une stratification thermique, comme l'illustrent les lignes isothermes à cet endroit. Le resserrement des lignes isothermes au-dessus des faces horizontales des blocs, témoigne d'un bon échange dû au passage de l'air frais. Par contre, l'échange est mauvais au niveau des faces inférieures des blocs car l'écoulement forcé passe loin de celles-ci.

En augmentant davantage le nombre de Reynolds, à $Re=150$, les lignes ouvertes deviennent nombreuses, la taille des lignes fermées se trouve donc réduite et de moins en moins intenses. Les petites cellules de convection près des faces verticales des blocs, empêchant tout contact entre l'air frais et ces faces verticales, entravent l'échange de chaleur entre le jet et ces faces. La stratification thermique est détruite. On remarque une diminution de l'intensité d'échange au niveau des faces horizontales des blocs, due au décollement de l'écoulement forcé au voisinage de ces faces. A $Re=200$, les lignes ouvertes ont beaucoup réduit la taille des cellules convectives. Il y a prédominance nette de l'écoulement forcé, le décollement de ce dernier au niveau des blocs s'accroît, ce qui entrave légèrement l'échange entre les blocs et le jet d'air frais.

3.1.2. Variation de la largeur B des blocs

Les lignes de courant de la figure 3a montrent que pour une largeur des blocs $B=1/4$ les deux cellules convectives, de la partie supérieure et centrale de la cavité, forment une seule

cellule convective. Des cellules de convection apparaissent en face de la face verticale des blocs, empêchant les lignes ouvertes de passer au contact des blocs, ce qui entrave l'échange de chaleur entre les blocs et l'écoulement forcé. On peut dire que la solution est devenue multicellulaire. En augmentant B à $B=1/2$, l'échange est de plus en plus important par rapport au cas précédent. Les lignes de courant passent près des faces horizontales des blocs, il y a une augmentation de l'échange à ces endroits caractérisée par le resserrement des lignes isothermes. A $B=3/4$, les cellules de convection deviennent intenses à cause du surplus de chaleur engendrée par l'augmentation de la surface chauffée des blocs. La distorsion des lignes isothermes témoigne de l'intensité des échanges de chaleur à cet endroit. On note l'absence de cellule dans la partie inférieure de la cavité la stratification thermique dans la partie inférieure droite de la cavité est plus prononcée. L'échange est plus favorable, car les lignes ouvertes sont obligées de longer les blocs sur une longueur beaucoup plus importante que dans le cas précédent.

3.2. Transfert de chaleur

L'échange de chaleur Q_{fs} augmente au fur à mesure que la taille des blocs B augmente ; ceci s'explique par l'augmentation des surfaces chaudes des blocs qui produisent davantage de la chaleur, comme on peut le voir sur la figure 4 qui montre la variation de la quantité de chaleur Q_{fs} en fonction de Re .

4. Conclusion

Dans cette étude on a fait varier le nombre de Reynolds ($10 \leq Re \leq 200$), et la largeur des blocs. Les résultats obtenus montrent que la convection naturelle est dominante pour ($10 \leq Re \leq 100$). L'échange de chaleur se fait par les cellules convectives qui par rotation ramènent l'air frais de la paroi froide vers les faces horizontales des blocs. Ce mode de ventilation semble approprié pour améliorer de façon significative le refroidissement des faces horizontales des blocs. Au-delà de $Re=100$, l'écoulement forcé prend le dessus sur la convection naturelle. La convection mixte s'installe. L'échange de chaleur Q_{fs} augmente avec la largeur des blocs.

Références

- [1] I. Tmartnhad et Al, M. Najam, M. El Alami, M. Farah ; "Convection mixte dans une Cavité Trapézoidale munie d'un bloc rectangulaire et chauffée par le Bas ", *Congrès international Energie & Environnement*, pp 232-237, 19-20 octobre 2007, Agadir, Maroc.
- [2] L. Yuguo, X. Pengcheng, Q. Hua, D. Qi-Hong, W. Jingyi ; "Flow bifurcation due to opposing buoyancy in two vertically connected open cavities", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 3298-3312.
- [3] A. Bahlaoui, A. Raji, M. Hasnaoui, M. Naimi; "Mixed convection coupled with radiation in a partitioned rectangular cavity", *Congrès international Energie & Environnement*, pp 238-243, 19-20 octobre 2007, Agadir, Maroc.
- [4] M. Najam, M. Alami, M. Hasnaoui, A. Amahmid; "Etude numérique de convection mixte dans une cavité en forme de T soumise à un flux de chaleur constant, ventilée par le bas à l'aide d'un jet d'air vertical", *Compte Rendu de l'Académie des Sciences, CR. Mécanique* 330 (2002) 461-467, (France).
- [5] P.J. Roache – Computational fluid dynamics. *Hermosa Publishers*, (1982).
- [6] G. De Vahl Davis and I.P. Jones; "Natural convection in a square cavity : a comparison exercise", *International Journal of Numerical Methods of Fluids*, Volume 3, pp: 227-248, (1983).

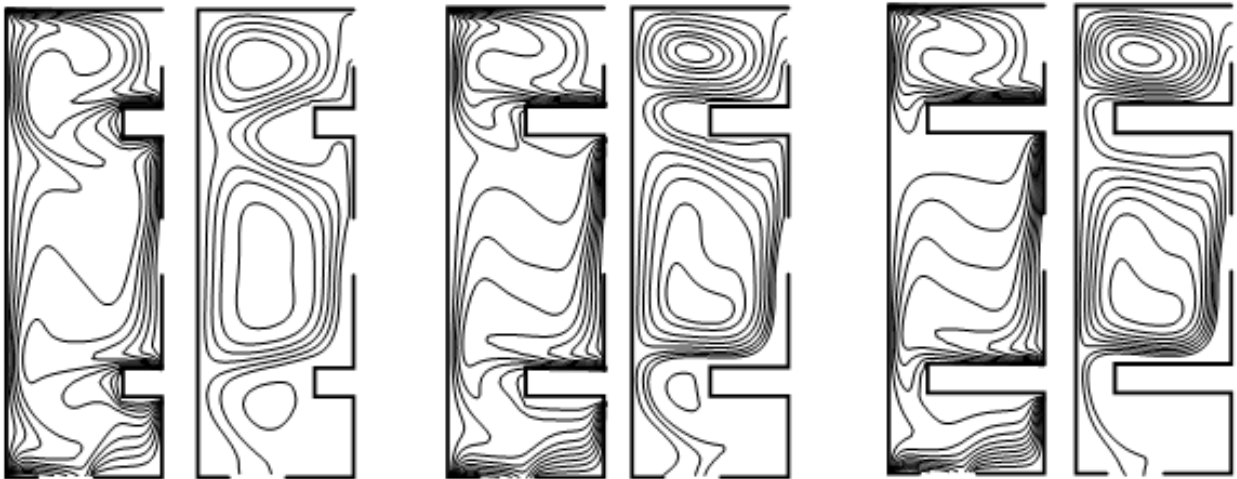


(a) $Re = 10$

(b) $Re = 150$

(c) $Re = 200$

Figure 2 : Lignes de courants et isothermes pour $Ra=10^5$ et différents nombres de Re



(a) $B=1/4, Re = 100$

(b) $B=1/2, Re = 100$

(c) $B=3/4, Re = 100$

Figure 3 : Lignes de courants et isothermes en variant la largeur des blocs

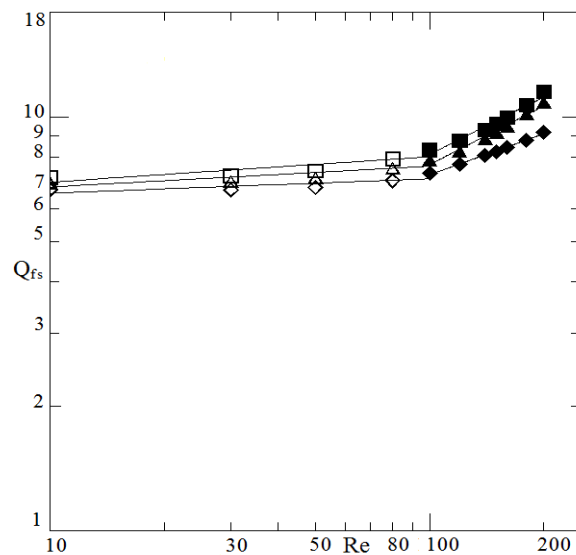


Figure 4 : Variation de quantité de chaleur Q_{fs} en fonction de Re pour $Ra = 10^5$