

Estimation des vitesses de fuite dans les digues en terre par thermométrie

Stéven KERZALÉ^{1,*}, Denis MAILLET¹, Alexandre GIRARD²

¹LEMETA, Nancy-Université & CNRS

2 Avenue de la Forêt de Haye – 54504 Vandœuvre Lès Nancy Cedex

²EDF R&D, département STEP

6 Quai Watier – 78401 Chatou Cedex

*(Stéven Kerzale: steven-externe.kerzale@edf.fr)

Résumé - Nous proposons ici une estimation par thermométrie du champ de vitesse dans une coupe 2D de digue en terre homogène. Nous proposerons plusieurs algorithmes d'inversion basés sur des filtres de Kalman non linéaires appliqués à l'équation de la chaleur couplée à l'équation de Darcy dans des milieux variablement saturés. Une étude préliminaire nous permet d'isoler le paramètre physique dominant régissant le champ de vitesse dans les milieux poreux, la conductivité hydraulique horizontale. Nous remarquerons également, qu'au-delà d'une certaine vitesse, le comportement thermique de la digue est principalement advectif dans la direction horizontale, ce qui nous conduit à une inversion à l'aide d'un modèle 1D.

Nomenclature

T	champ de température, K^{-1}	ε	porosité de la terre
\vec{v}	vitesse de Darcy du fluide, $m.s^{-1}$	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
C	capacité calorifique, $J.K^{-1}.kg^{-1}$	<i>Exposants</i>	
K_h, K_v	conductivité hydraulique horizontale et verticale, $m.s^{-1}$	t	transposé
K	perméabilité relative à l'eau	s	sol
S_o	compressibilité de stockage, m^{-1}	e	eau
S	saturation en eau	<i>Indices</i>	
<i>Symboles grecs</i>		r	résiduelle
Λ	tenseur de dispersion thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	s	saturation
ψ	potentiel hydrique, m	h	horizontal
		v	vertical

1. Introduction

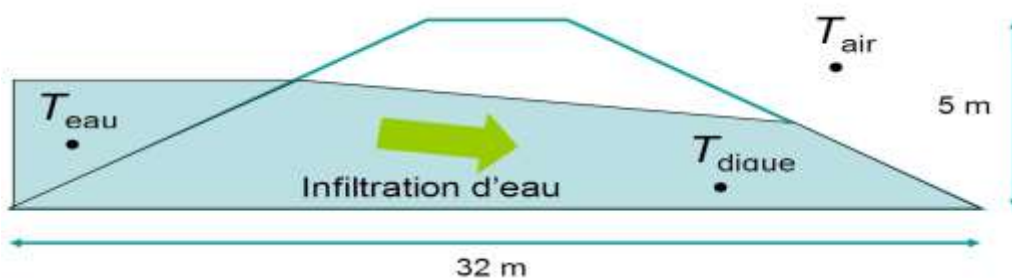


Figure 1: Section 2D d'une digue

La détection d'éventuelles fuites d'eau à travers les digues en terre le long des canaux, ainsi que l'évaluation de leur débit, constituent un enjeu majeur pour une bonne gestion de ces derniers. On est actuellement capable de mesurer, à l'aide de capteurs à fibre optique utilisant la fluorescence induite laser, la température locale (tous les mètres) sur de très longues distances (plusieurs kilomètres). Dès qu'une fuite apparaît, du fait d'un défaut d'étanchéité à

l'interface digue/terre, l'eau du canal s'infiltré dans la digue et rapproche de ce fait la température mesurée en son sein de celle de l'eau du canal, voir figure ci-dessus.

En pratique, l'exploitant ne dispose que de trois informations évoluant au cours du temps : les températures air et eau, ainsi qu'une unique température au sein même de la digue fournie par la fibre optique.

2. Modèles physiques

Le champ de température dans la digue nous est donné par l'équation de la chaleur

$$(\varepsilon S(\psi)(\rho C)^e + (1 - \varepsilon)(\rho C)^s) \partial_t T = -(\rho C)^e \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T + \vec{\nabla} \cdot (\Lambda \vec{\nabla} T), \quad (1)$$

avec le champ de vitesse \vec{v} donné par la loi de Darcy dans les milieux variablement saturés

$$\vec{v} = -K(S(\psi))(K_h, K_v)^t \cdot \vec{\nabla}(\psi + y), \quad (2)$$

et le potentiel hydrique ψ régi par la loi de la conservation de la masse :

$$(S_0 S(\psi) + \varepsilon \partial_\psi S(\psi)) \partial_t \psi + \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (3)$$

les propriétés hydrodynamiques des sols S et K sont représentées par les fonctionnelles de Van Genushten et Mualem

$$\begin{cases} S(\psi) = H(\psi) + (1 - H(\psi)) \left(S_r + \frac{S_s - S_r}{(1 + (\alpha\psi)^n)^m} \right) \\ K(S) = \sqrt{\frac{S - S_r}{S_s - S_r}} \left(1 - \left(1 - \left(\frac{S - S_r}{S_s - S_r} \right)^{1/m} \right)^m \right)^2, \end{cases} \quad (4)$$

Ces modèles sont ici empiriques, et H représente l'opérateur Heaviside. L'expression du tenseur de dispersion thermique Λ est donnée par la relation

$$\Lambda_{ij} = (\varepsilon S(\psi)\lambda^e + (1 - \varepsilon)\lambda^s)\delta_{ij} + (\rho C)^e \left(\alpha_T \|\vec{v}\| \delta_{ij} + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{v_i v_j}{\|\vec{v}\|} \right) \quad (5)$$

3. Résultats de simulations

En posant les conditions aux limites adéquates [1] et des températures de l'air et de l'eau données sur une durée de 2 ans, voir Figure 2, nous avons résolu numériquement les équations précédentes par méthode des volumes finis en espace et par une discrétisation de type BDF que nous avons vérifié par comparaison à des simulations effectuées à l'aide des logiciels COMSOL[®] et FEFLOW[®]. Nous avons ainsi simulé avec MATLAB[®] un sol en limon pour plusieurs conductivités hydraulique, voir Figure 3.

On remarque que pour des conductivités hydrauliques allant de $10^{-2} m.s^{-1}$ à $10^{-3} m.s^{-1}$, la température du capteur est proche de l'eau : les amplitudes sont équivalentes, il y a peu ou pas de déphasage et un peu de filtrage passe-bas des courbes par rapport à celle de l'eau. Pour une conductivité hydraulique de $10^{-4} m.s^{-1}$ on remarque un comportement thermique similaire à celui de l'eau, l'amplitude est respectée, mais un déphasage temporel notable apparaît et le signal est plus filtré que précédemment. Pour la conductivité hydraulique de $10^{-5} m.s^{-1}$, l'analyse est un peu plus complexe : la courbe est en phase avec celle de l'air, mais son amplitude est beaucoup moins importante, ce qui nous fait penser qu'il y a encore une influence de l'eau pour cette conductivité. Évidemment, pour la plus faible conductivité hydraulique de $10^{-6} m.s^{-1}$, la réponse du sol est très proche de celle de l'air. Nous présentons dans le Tableau 1 les vitesses maximales et nombres de Péclet ($P_e = (\rho C)^e v_x L / \Lambda_{xx}$)

correspondants pour les différents niveaux de conductivité hydraulique : c'est bien ce nombre qui gouverne la proximité de la température du sol avec celle de l'eau ou de l'air.

Cette étude de sensibilité nous a permis d'observer l'influence de la conductivité hydraulique sur le comportement thermique de la digue. Plus la vitesse de fuite sera élevée et plus la température du capteur sera proche de celle de l'eau. Cette température est sensible aux fuites, ce qui correspond à ce qui a été constaté empiriquement.

Tableau 1 : Valeurs caractéristiques pour différentes conductivités hydrauliques.

$K_h (m.s^{-1})$	0	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
$v_{max} (m.s^{-1})$	0	1.84^{-7}	1.84^{-6}	1.84^{-5}	1.84^{-4}	1.84^{-3}
P_e	0	0.4987	2.6279	4.5860	4.9553	4.9955

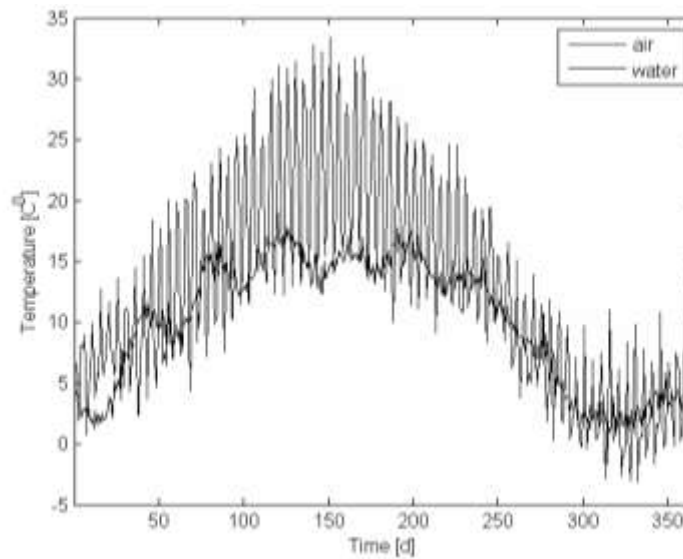


Figure 2: Courbe des températures air et eau

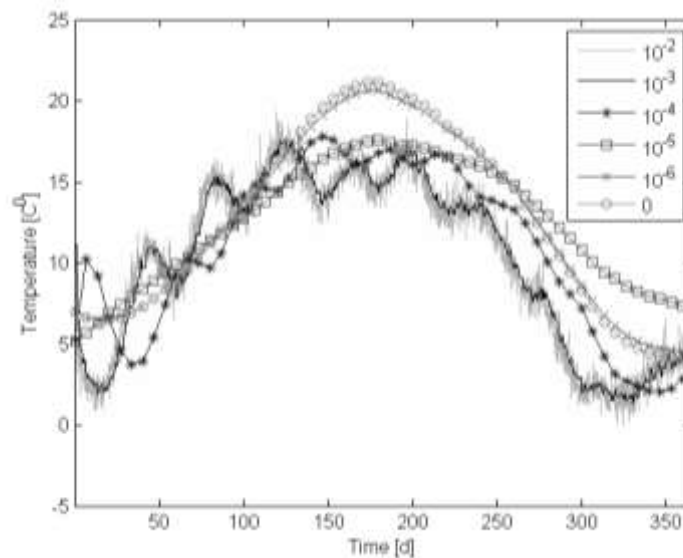


Figure 3 : Sensibilité à la conductivité hydraulique

4. Problème inverse

Le problème inverse consiste à estimer des paramètres physiques (aussi bien hydrauliques que thermiques) du milieu à partir de données partielles (température de l'air, de l'eau et du capteur).

Il existe deux grands types de méthodes de résolution des problèmes inverses : les méthodes dites séquentielles et les méthodes dites variationnelles. Cette dernière famille correspond à la minimisation de la somme des carrés des distances entre les prédictions du modèle et les observations sur un intervalle de temps donné. Les méthodes séquentielles (ou méthodes de type observateur) consistent à estimer les grandeurs du système étudié sur la base d'une information partielle de son état à chaque fois qu'une nouvelle observation est disponible. La méthode variationnelle correspond à une minimisation dans une fenêtre temporelle de largeur fixée (on l'appelle aussi méthode de minimisation « sur tout le domaine »), alors que la méthode séquentielle met à jour le système dès lors qu'une information est disponible, c'est pourquoi notre choix s'est porté sur cette dernière.

Dans ce chapitre nous testerons une série de filtres dérivés du filtre de Kalman. Le filtre de Kalman [2] fonctionne toujours sur le même principe : une première étape, appelée prédiction, basée sur le modèle déterministe, et une deuxième étape, appelée correction, basée sur la différence entre la prédiction et l'observation. Implicitement les filtres de Kalman minimisent la fonctionnelle :

$$J(X_n) = E[(y_n - HX_n)^t R^{-1} (y_n - HX_n)] + E[X_n^t Q^{-1} X_n], \quad (6)$$

où y_n représente l'observation à l'instant t_n et H la relation liant les variables du modèle aux observations.

Nous avons utilisé les résultats issus du FEFLOW[®] pour tester notre algorithme d'inversion en milieu homogène, ce qui nous permet d'éviter de commettre un *crime inverse*.

4.1. Paramètres à estimer et hypothèses

Avant de tester les différents algorithmes d'inversion, il est primordial de choisir les paramètres à estimer. Nous cherchons à déterminer le champ de vitesse, mais de quelle manière ? Nous savons que ce champ suit la loi physique énoncée par l'équation de Richards (éq. (2) et (3)), mais qu'en est-il de l'*a priori* fait sur les paramètres physiques (hydrauliques et thermiques) ? Par ailleurs, l'observation des résultats numériques nous a permis de faire l'hypothèse d'un écoulement de l'eau en régime permanent : en effet l'établissement de la fuite est très rapide par rapport à celui de la diffusion thermique.

Nous avons pu observer, dans la section 3, qu'à partir d'une certaine vitesse, la température du sol suit la température de l'eau : l'équation de la chaleur devient purement advective, par conséquent le caractère diffusif est négligeable (voir nombre de Péclet).

Nous nous plaçons maintenant dans le cadre d'un écoulement en milieu saturé. Nous décidons donc de ne pas estimer les paramètres suivants, que nous supposons connus ou qui n'entre plus en compte dans le calcul : $(\rho C)^e$, $(\rho C)^s$, λ^s , λ^e , ε , α_T et α_L .

Nous nous intéressons au champ de vitesse en régime établi. Ceci est justifié par le fait que le phénomène d'écoulement de l'eau est très rapide par rapport à celui du transport thermique. Il s'avère que, parmi tous les paramètres, celui qui a l'effet dominant sur la température du sol est la conductivité hydraulique K_h (K_v étant de l'ordre du centième de K_h), c'est pourquoi nous choisissons d'estimer ce paramètre. Ce paramètre est intrinsèque à la terre et nous ne pouvons l'estimer que si nous sommes dans un cadre de fuite. Quand nous sommes dans une configuration sans fuite, nous souhaitons que notre algorithme nous renvoie la valeur 0 (sol

étanche, ce qui correspond à un champ de vitesse nul d'après la loi de Darcy. Ceci est physiquement faux, puisque la conductivité hydraulique est non nulle, sinon il n'y aurait pas de fuite possible, c'est pourquoi il faut plutôt parler de *conductivité hydraulique apparente*. En outre, en cas de fuite, nous souhaitons retrouver la valeur de la conductivité hydraulique et ainsi remonter à la vitesse.

4.2. Filtre de Kalman sur modèle 2D

4.2.1. Filtre de Kalman étendu

Principe - Le principe du filtre de Kalman étendu est équivalent à celui de Kalman linéaire, mais il nécessite une linéarisation des équations au voisinage de la prédiction courante. Ce filtre est sous-optimal en théorie, il n'existe de plus aucune certitude sur sa stabilité, ni sur sa convergence.

Résultats - Nous obtenons une bonne estimation de la conductivité hydraulique en une cinquantaine de jours, voir Figure 4. En outre, le temps de calcul est relativement prohibitif, de l'ordre de 3 à 4 jours et le remplissage itératif de la matrice de covariance engendre un problème de saturation mémoire. D'autre part, le réglage des matrices de bruits de modèle et de mesure est très délicat.

4.2.2. Filtre SEEK: Singular Evolutive Extended Kalman

Principe - Plusieurs variantes du filtre ont été proposées pour rendre le coût de ce dernier abordable. Pham et al. [3] ont proposé un nouveau filtre de Kalman pour l'assimilation de données en océanographie, appelé filtre de Kalman singulier évolutif. L'originalité de ce filtre réside dans des "directions de correction" qui évoluent dans selon la dynamique du modèle, ce qui confère au filtre son caractère évolutif.

Résultats – Les résultats obtenus sont légèrement moins précis que ceux obtenus précédemment, mais les réglages sont moins délicats. De plus nous n'avons pas rencontré de problème de stabilité. Le temps de calcul se fait en quelques heures.

4.3. Filtre de Kalman sur modèle 1D

Les remarques effectuées sur les courbes Figure 3, nous ont permis de conclure que pour un niveau suffisant de conductivité hydraulique, le comportement thermique de la digue au niveau du capteur était majoritairement advectif. Or l'anisotropie du système étudié implique que le champ de vitesse est horizontal. Ceci nous conduit à un modèle réduit à une dimension (horizontale). L'avantage de la réduction du modèle est triple : réduction du temps de calcul, bruit numérique moindre et stabilité numérique plus importante.

Dans un premier temps nous transposons le modèle 2D thermique en modèle 1D, qui s'écrit

$$(\varepsilon S(\psi)(\rho C)^e + (1 - \varepsilon)(\rho C)^s)\partial_t T = -(\rho C)^e v_x \partial_x T + \partial_x (\Lambda_{xx} \partial_x T). \quad (7)$$

Des tests numérique montrent que les courbes des températures ne sont pas trop éloignées, pour les vitesses élevées, il y a cependant plus d'inertie pour les courbes obtenues en 2D qu'en 1D.

Résultats - Les résultats obtenus par cette méthode sont très encourageants pour la suite de l'étude. De plus aucun problème de mémoire n'a été rencontré et le réglage des matrices de bruit de modèle et de mesure semble beaucoup moins délicat. De plus nous n'avons pas rencontré de problèmes de divergence de notre algorithme.

5. Conclusion

Nous avons proposé trois méthodes pour l'estimation des débits de fuite dans les digues en terre. L'observation des courbes de température nous a conduit à l'estimation de la conductivité hydraulique, qui semble être le paramètre dominant dans l'écoulement de l'eau. Ainsi nous avons testé trois méthodes (dérivées du filtre de Kalman), donnant des résultats très satisfaisants, dont la dernière, basée sur une réduction de modèle à une dimension répond à trois critères : qualité du résultat, rapidité d'exécution et robustesse.

Il est manifeste que l'estimation d'un seul paramètre à partir des enregistrements des trois paramètres risque de ne pas être très robuste sur le terrain, du fait que les valeurs des autres paramètres sont probablement biaisées. Donc, pour éviter ce type d'a priori, nous envisageons soit l'étude de l'estimation d'un deuxième paramètre (en sus de K_h), par exemple un paramètre entrant dans la définition de Λ_{xx} , soit l'effet de l'incertitude de ce dernier sur K_h , et donc sur l'estimation du débit de fuite. Enfin une approche basée sur une identification expérimentale du système mérite également d'être testée, nous envisageons une méthode basée sur les fonctions de transfert, permettant un recalage des paramètres du modèle.

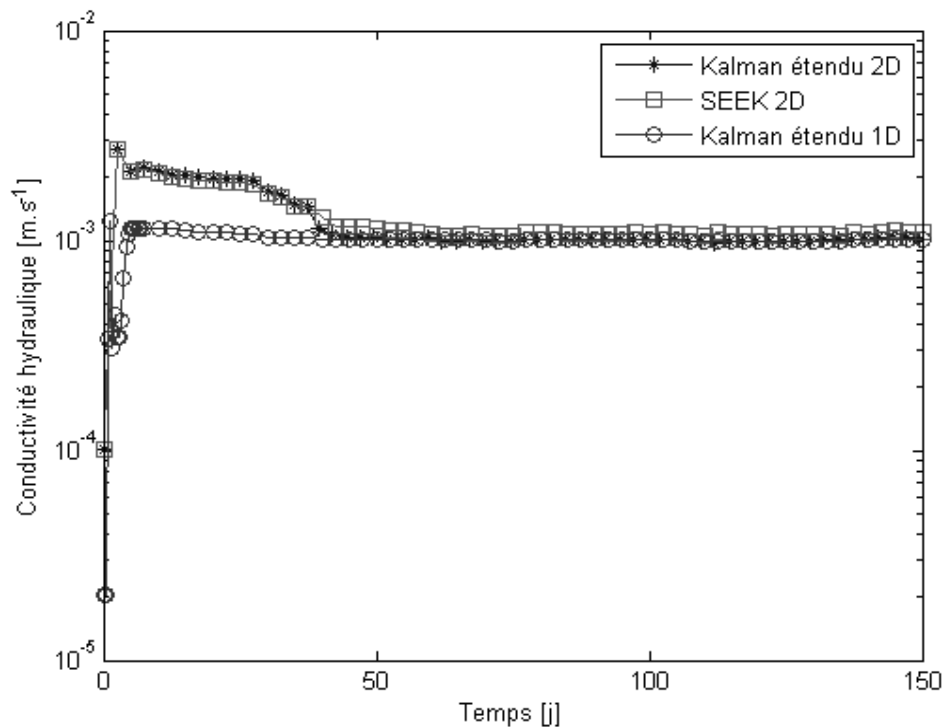


Figure 4 : Estimation d'une conductivité hydraulique de $10^{-3} m \cdot s^{-1}$ par les trois approches.

Références

- [1] S. Kerzalié, Rapport interne EDF R&D, 2010.
- [2] D. Alazard, Introduction au filtre de Kalman, *Cours SupAero*, 2005.
- [3] D.T Pham, J. Verron & L. Gourdeau, *Filtres de Kalman singuliers évolutifs pour l'assimilation de données en océanographie*, Académie des sciences-Elsevier, 1998.

Remerciements

Merci à Guy D'Urso et Amir Kahn pour leur aide et pour leurs connaissances techniques, ainsi qu'aux dirigeants du département STEP de EDF R&D pour leur soutien logistique.