

Étude numérique des transferts de masse et de chaleur dans le pain lors de la cuisson

Vincent Nicolas^{1,2*}, Patrick Salagnac², Jean-Pierre Ploteau¹, Vanessa Jury³, Patrick Glouannec¹, Lionel Boillereaux³

¹Laboratoire d'Ingénierie des MATériaux de Bretagne – Equipe Thermique et Energétique, Université Européenne de Bretagne, B.P. 92116, 56321 Lorient Cedex

²Laboratoire d'Etudes des Phénomènes de Transfert et de l'Instantanéité : Agro-industrie et Bâtiment, Université de La Rochelle, 17042 La Rochelle Cedex

³Laboratoire de Génie des Procédés, Environnement, Agroalimentaire, ENITIAA, rue de la Géraudière, B.P. 82225, 44322 Nantes Cedex 3

* (auteur correspondant : vincent.nicolas@univ-ubs.fr)

Résumé - Dans ce papier, nous étudions le comportement thermo-hydrigue du pain lors de sa cuisson. Un modèle réalisé sous Comsol®, représentatif des transferts de chaleur et de masse au sein du pain couplés au phénomène de gonflement, est présenté. Ce modèle permet de prédire l'évolution des températures, des teneurs en eau, des pressions et de la porosité au sein d'une baguette durant sa cuisson. Les premiers résultats obtenus sont analysés en fonction des propriétés physiques du pain et des sollicitations appliquées afin de mieux appréhender les interactions entre les différents mécanismes au sein de la matrice alvéolaire.

Nomenclature

C_p	chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
D	coefficient de diffusion, $m^2.s^{-1}$	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
F_m	flux masse évaporé, $kg.m^{-2}.s^{-1}$	σ	constante de Stefan-Boltzmann, $W.m^{-2}.K^{-4}$
h	coefficient de convection, $W.m^{-2}.K^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
K	taux de changement de phase, $kg.s^{-1}.m^{-3}$	a	apparent
L_v	chaleur latente de vaporisation, $J.kg^{-1}$	air	air
n	flux massique, $kg.m^{-2}.s^{-1}$	atm	atmosphérique
P	pression, Pa	co_2	dioxyde de carbone
t	temps, s	g	gaz
T	température, K	l	liquide
u	vitesse de déplacement, $m.s^{-1}$	p	paroi
W	teneur en eau, $kg.kg^{-1}$	s	solide
<i>Symboles grecs</i>		T	température
$\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	coefficients du modèle	v	vapeur d'eau
ε	porosité	w	teneur en eau
η	viscosité dynamique, $Pa.s$		

1. Introduction

En France, 30 000 artisans boulangers produisent du pain, ce qui génère une consommation énergétique considérable du secteur alimentaire français. Une amélioration des rendements des fours de cuisson permettrait de réduire la demande énergétique de ce secteur et par là même les émissions de CO₂. Avant de passer à la phase d'optimisation du procédé (four) et du processus (cuisson), il est nécessaire d'évaluer les besoins en énergie du produit à traiter. Cette étape passe par une connaissance accrue et une modélisation des mécanismes de transferts au sein du produit, ici un milieu alvéolaire : le pain. Ce dernier est un milieu complexe au sein duquel prennent naissance de nombreux phénomènes physiques durant la cuisson, notamment des transferts de chaleur et de masse (CO₂, eau sous forme liquide et

vapeur), des phénomènes de gonflement avec la formation d'une structure alvéolaire et différentes réactions physico-chimiques (gélatinisation, réaction de Maillard...).

Dans une première partie, le modèle de connaissance permettant de simuler le comportement thermo-hydrigue du pain lors de la cuisson est présenté. Ensuite, l'impact de différents paramètres physiques et des conditions thermo-aérauliques sur le comportement du pain lors de la cuisson est étudié.

2. Modélisation des transferts de chaleur et de masse dans la pâte

Le pain est un milieu complexe dans lequel prennent naissance de nombreux phénomènes physico-chimiques. Dans cette partie, un modèle macroscopique du comportement du pain lors de sa cuisson est développé. Il s'appuie sur un certain nombre de travaux récents ([1]-[5]). Dans ce modèle, les grandeurs d'état retenues sont la teneur en eau W (rapport de la masse d'eau liquide sur la masse de solide sec), la température T et la pression totale de la phase gazeuse P_g . L'expansion du pain est, quant-à-elle, prise en compte à partir de l'équation de Navier-Stokes [4]. Le modèle complet est présenté dans Nicolas & al. [6].

2.1. Equations du modèle

Le milieu étudié est constitué de trois phases : la phase solide, la phase liquide (eau) et la phase gazeuse, composée de vapeur d'eau et de dioxyde de carbone. Les principaux mécanismes au sein du milieu étudié font intervenir les phénomènes de diffusion (sous forme liquide et vapeur), les phénomènes de transfert par capillarité et le transport dû aux gradients de température.

Le comportement thermo-hydrigue du matériau est alors décrit à partir des équations de conservation de la masse et de l'énergie, complétées par les lois de diffusion. Ces équations font apparaître les flux de matière et de chaleur. Ceux-ci sont déduits de la loi de Fick, des équations généralisées de Darcy donnant les champs de vitesses moyennes de filtration des phases liquides et gazeuses et de la loi de Fourier.

A partir des lois de conservation et du choix des variables d'états, on aboutit aux équations suivantes :

$$\rho_s \frac{\partial W}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot [(D_l^w + D_v^w) \bar{\nabla} W + D_v^T \bar{\nabla} T + D_v^P \bar{\nabla} P_g] = - \left(\beta_1 \frac{\partial T}{\partial t} + \beta_2 \frac{\partial W}{\partial t} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial P_g}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_3} \left[- \bar{\nabla} \cdot (D_{CO_2}^w \bar{\nabla} W + D_{CO_2}^T \bar{\nabla} T + D_{CO_2}^P \bar{\nabla} P_g) - \gamma_1 \frac{\partial T}{\partial t} - \gamma_2 \frac{\partial W}{\partial t} + K_{CO_2} \right] \quad (2)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_g C_{p,g} \bar{v}_g \cdot \bar{\nabla} T = \bar{\nabla} \cdot (\lambda \bar{\nabla} T) - K_v L_v \quad (3)$$

Les expressions des différents coefficients (D , γ , β) sont détaillées dans [6]. A ces équations, il faut associer une équation qui décrit l'évolution de la porosité dans le matériau (4) et prendre en compte le gonflement du pain à l'aide des relations (5) et (6).

Calcul de la porosité

Le pain est un matériau en constante évolution lors de sa cuisson. Les pores, de taille nanométrique en début de cuisson, voient leur dimension augmenter jusqu'à atteindre la taille millimétrique en fin de cuisson. La porosité est un paramètre important qu'il est nécessaire de prendre en compte du fait de son omniprésence dans les équations (1) à (3). Elle dépend de la pression de gaz et des propriétés rhéologiques du pain, ici la viscosité [7].

$$\frac{\eta}{(1-\varepsilon)} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = P_g - P_{atm} \quad (4)$$

Déformation : Calcul du champ de vitesse

Afin de prendre en compte le gonflement du pain, ce dernier a été assimilé à un fluide newtonien visqueux en présence de bulles d'air selon [4]. L'équation de Navier-Stokes (faiblement compressible) couplée à l'équation de conservation de la masse sèche permet d'évaluer le champ de vitesse de déformation du milieu :

$$\rho_s^a \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_s^a \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = \nabla \cdot \left[-P\vec{I} + \eta(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T) - \left(\frac{2\eta}{3} - K_{dv} \right) (\nabla \cdot \vec{u}) \vec{I} \right] + \vec{F} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho_s^a}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s^a \vec{u}) = 0 \quad \text{avec} \quad \rho_s^a = \rho_s^i (1 - \varepsilon) \quad (6)$$

2.2. Conditions aux limites

A l'interface air/pain, le flux massique d'évaporation est égal à la somme des flux de liquide et de vapeur, la pression correspond à la pression atmosphérique, la surface du pain reçoit deux apports d'énergie (par convection et par rayonnement) et la contrainte normale prend la valeur de la pression atmosphérique :

$$-\vec{n} \cdot (\vec{n}_l + \vec{n}_v) = F_m \quad (7)$$

$$P_g = P_{am} \quad (8)$$

$$-\vec{n} \cdot (\lambda \nabla T) = h(T_{air} - T) + \varepsilon \sigma (T_p^4 - T) \quad (9)$$

$$f_0 = P_{am} \quad (10)$$

Sur la surface inférieure, surface correspondante au contact entre la sole et le pain, la vitesse de déformation est nulle. L'apport thermique par conduction avec la sole en béton n'est pas pris en compte. Nous avons considéré un apport de chaleur convectif et radiatif similaire au reste du pain.

2.3. Paramètres de simulation

Le modèle précédent a été implanté dans un code de calcul par éléments finis (Comsol®). La géométrie 2D retenue est précisée sur la figure 1. Le pâton est large de 5 cm et haut de 3 cm, dimensions caractéristiques d'une baguette. Un maillage triangulaire comprenant 401 éléments a été retenu. Un formalisme ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation) est utilisé afin de prendre en compte la déformation du pain. Initialement, le pâton est à la température de 20°C, possède une teneur en eau de 0,6 kg/kg et a une porosité de 0,72.

Deux modèles de coefficients de diffusion de l'eau liquide ont été testés :

$$\text{Zhang [3]} : \quad D_l^w = C_{k2} \rho_s \exp(-2,8 + 2W) \varepsilon \quad (11)$$

$$\text{Jury [8]} : \quad D_l^w = (1,7 \cdot 10^{-5} \varepsilon - 5,93 \cdot 10^{-6}) \exp\left(-\frac{2267}{T} + 3,33W^3 - 5,2W^2 + 0,7W\right) \quad (12)$$

Pour la conductivité thermique effective, un modèle de type parallèle prenant en compte les conductivités thermiques intrinsèques des phases liquides, solides et gazeuses a été retenu.

3. Résultats et discussion

3.1. Choix d'un modèle de comportement du coefficient de diffusion de l'eau liquide

Dans la littérature scientifique, on peut trouver différentes expressions du coefficient de diffusion de l'eau liquide. Les figures 1 à 3 présentent l'impact des deux modèles présentés précédemment (équations 12 et 13) sur la variation de volume du pain et sur les évolutions des températures et de la teneur en eau au sein du produit. On peut constater que le choix de l'expression de ce coefficient a un impact très important sur le comportement thermo-

hydrique du pain. Notamment avec le modèle de Jury, nous obtenons des teneurs en eau et une durée de changement de phase au centre du pain plus importantes qu'avec le modèle de Zhang. Par la suite, nous avons retenu le modèle de Jury car il fournit des résultats plus conformes aux évolutions expérimentales en température et en teneur en eau présentées dans la littérature scientifique.

3.2. Étude de sensibilité du modèle

Afin de quantifier l'impact des propriétés physiques et des sollicitations sur le modèle développé, une étude de sensibilité du modèle a été réalisée. Les paramètres que nous avons fait varier sont : les coefficients de diffusion massique, la conductivité thermique, le taux de génération de dioxyde de carbone et la température radiative du four. Pour chacun de ces paramètres, une variation de +/- 10% a été appliquée afin d'évaluer leur impact sur la température, la teneur en eau et la déformation.

Par ailleurs, pour vérifier l'importance de la pression de gaz, nous avons comparé les résultats de simulation obtenus pour une pression fixée à la pression atmosphérique et dans le cas où la pression est évaluée à partir de l'équation 2.

Le tableau suivant fait une synthèse des résultats obtenus.

Impact/Coefficients	D_l^W	D_v^W	D_v^T	$D_v^{P_g}$	$D_{CO_2}^{P_g}$	λ	K_{CO_2}	P_g	T_p
Déformation	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Température	Non	Oui	Non	Non	Non	Oui	Non	Oui	Oui
Teneur en eau	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Non	Oui	Oui

Tableau 1: Influence des paramètres sur le modèle.

On peut constater que certains paramètres ont très peu d'influence sur le modèle, c'est le cas des coefficients de diffusion de la vapeur d'eau ($D_v^{P_g}$) et de l'eau (D_l^W). D'autres ont un impact modéré sur les grandeurs d'état ($D_v^W, D_v^T, D_{CO_2}^{P_g}, K_{CO_2}$). Enfin, certains paramètres influent de façon importante le comportement du modèle.

3.2.1. Influence de la conductivité thermique

En faisant varier la conductivité thermique de +/- 10% (figures 5 et 6), nous pouvons voir qu'elle a un impact considérable sur l'évolution de la température et de la teneur en eau au centre du pain. Ceci peut s'expliquer par le phénomène d'évaporation-condensation présent au sein du pain. En ce qui concerne le gonflement, l'impact est très faible (variation du volume du pain de 0,02).

3.2.2. Prise en compte de la pression de gaz

Les figures 7 à 9 présentent les évolutions du volume, des températures et des teneurs en eau avec et sans prise en compte de l'équation de la pression. On peut constater que la déformation est directement liée à la pression au sein du pain. La pression augmentant dans le pain, la porosité devient importante ce qui a comme conséquence une variation importante du volume du pain mais aussi une modification des transferts thermiques et hydriques au sein du pain.

3.2.3. Échange radiatif (Température des parois du four)

Des mesures thermiques sont actuellement menées sur un four instrumenté. Elles montrent que le mode de transfert prépondérant dans la cavité est le rayonnement. Les figures 10 à 12 présentent l'impact de la température radiative du four sur la cuisson du pain. On peut constater qu'une faible variation des apports fournis au produit se traduit par une variation significative de la température, notamment en fin de cuisson.

4. Conclusion

Un modèle numérique a été développé afin de prédire l'évolution de la température, de la teneur en eau, de la pression et du gonflement du pain lors de sa cuisson. L'étude de sensibilité a montré l'importance de l'expression du coefficient de diffusion de l'eau liquide et la nécessité de bien prendre en compte la pression au sein du pain. Une attention particulière devra par la suite être portée aux conditions aux limites thermo-hydriques du modèle, notamment, en prenant en compte en début de cuisson dans le modèle le "coup de buée".

Références

- [1] P. Salagnac, P. Glouannec, D. Lecharpentier, Numerical modeling of heat and mass transfer in porous medium during combined hot air, infrared and microwaves drying, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47-19 (2004), 4479-4489.
- [2] J. Zhang, A.K. Datta, S. Mukherjee, Transport processes and large deformation during baking of bread, *AIChE Journal*, 51-9 (2005), 2569-2580.
- [3] J. Zhang, A. Datta, Mathematical modeling of bread baking process, *Journal of Food Engineering*, 75-1 (2006), 78-89.
- [4] F. Vanin, Formation de la croûte du pain en cours de cuisson, propriétés rhéologiques et séchage en surface : une approche expérimentale et de modélisation, *PhD*, Institut des sciences et industries du vivant et de l'environnement (AgroParisTech) (2010).
- [5] A. Ousegui, C. Moresoli, M. Dostie, B. Marcos, Porous multiphase approach for baking process - Explicit formulation of evaporation rate, *Journal of Food Engineering*, 100-3 (2010), 535-544.
- [6] V. Nicolas, P. Salagnac, P. Glouannec, V. Jury, L. Boillereaux, J.P. Ploteau, Modeling Heat and Mass Transfer in Bread during Baking, *Comsol Conference* (Paris, France, 17-19 Nov. 2010).
- [7] D. Grenier, F. Vanin, T. Lucas, C. Doursat, D. Flick, G. Trystram, Multiphysics during bread making: numerical modelling and technological teachings from simulations, *Acta Hort*, 802 (2008), 147-154.
- [8] V. Jury, Transferts couplés masse chaleur d'une matrice alvéolée. Application à la décongélation-cuisson du pain précuit surgelé, *PhD*, ENITIAA de Nantes (2007).

Remerciements

Les auteurs souhaitent remercier l'Agence Nationale de la Recherche pour le soutien financier à ces travaux (ANR ALIA-BRAISE).

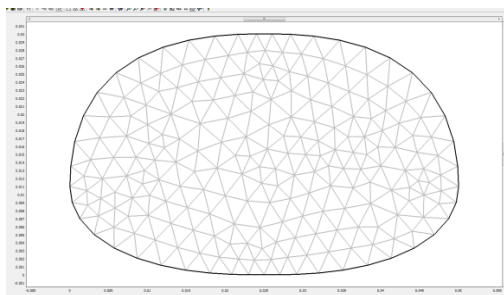


Figure 1 : Maillage et géométrie.

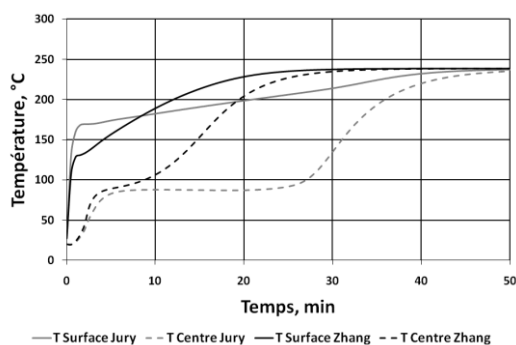


Figure 3 : Évolution de la température pour différents coefficients de diffusion d'eau liquide.

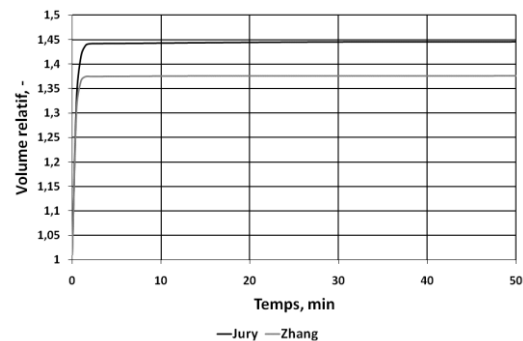


Figure 2 : Évolution du volume relatif pour différents coefficients de diffusion d'eau liquide.

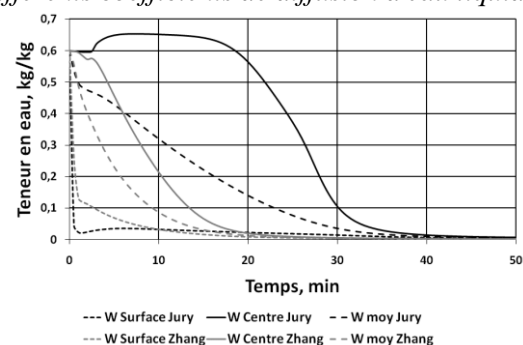


Figure 4 : Évolution des teneurs en eau pour différents coefficients de diffusion d'eau liquide.

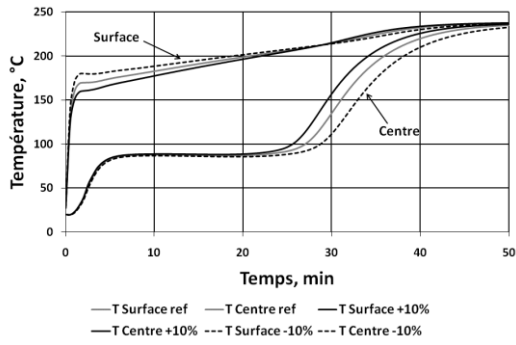


Figure 5 : Impact de la conductivité thermique sur la température.

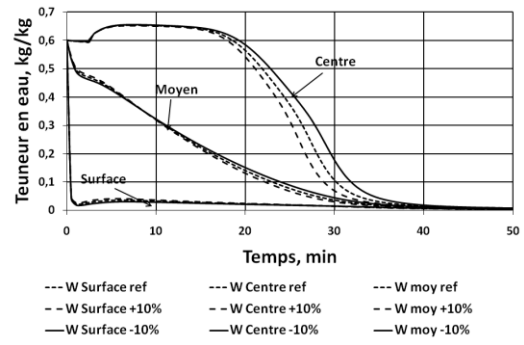


Figure 6 : Impact de la conductivité thermique sur la teneur en eau.

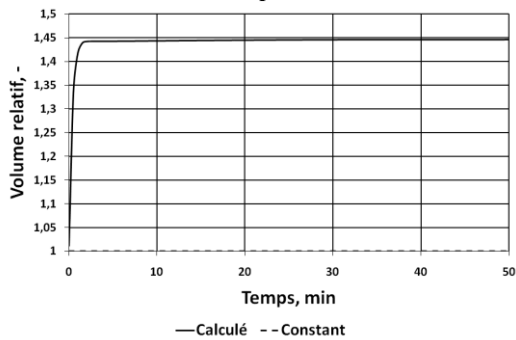


Figure 7 : Évolution du volume relatif avec ou sans l'équation de pression.

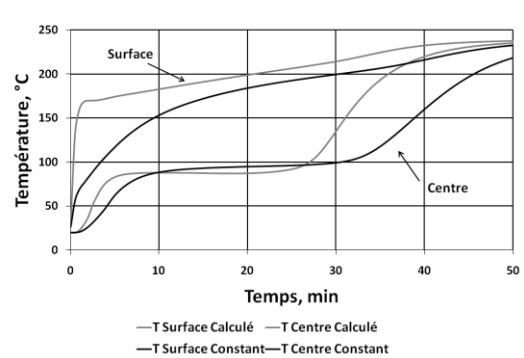


Figure 8 : Impact de la pression sur la température.

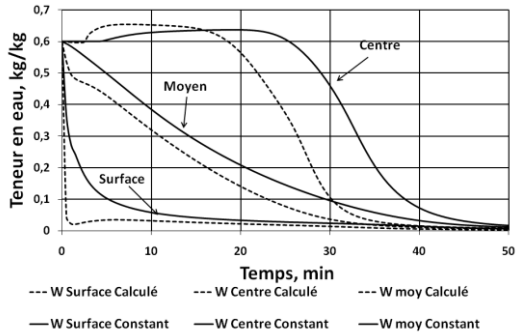


Figure 9 : Impact de la pression sur la teneur en eau.

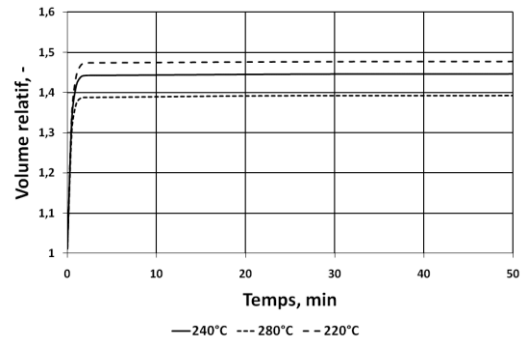


Figure 10 : Impact de la température du four sur le gonflement.

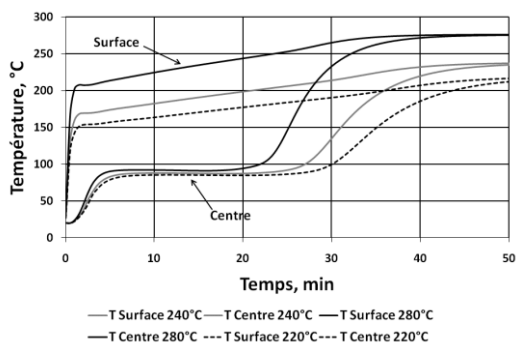


Figure 11 : Impact de la température radiative du four sur la température du pain.

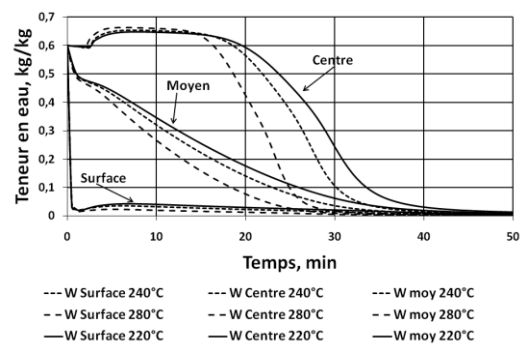


Figure 12 : Impact de la température radiative du four sur la teneur en eau au sein du pain