

# Mise en place de modèles paramétriques autorégressifs de type « ARX » pour l'extrapolation de températures d'équipements dans la nacelle d'un système propulsif

Bamdad SALEMI<sup>1</sup>, Benjamin REMY<sup>1/\*</sup> et Alain DEGIOVANNI<sup>1</sup>  
Fermin URIZ<sup>2</sup> et Olivier VERSEUX<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (L.E.M.T.A)  
U.M.R - C.N.R.S 7563 – U.H.P-Nancy I, Institut National Polytechnique de Lorraine.  
02, avenue de la Forêt de Haye - B.P 160, 54 516 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex, France  
Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique (E.N.S.E.M)

<sup>2</sup> AIRBUS, Powerplant Center of Competence / EET5  
316 route de Bayonne – B.P M0112/5 31060 TOULOUSE Cedex 09

\*(auteur correspondant : [benjamin.remy@ensem.inpl-nancy.fr](mailto:benjamin.remy@ensem.inpl-nancy.fr))

**Résumé** – Dans le cadre de l'intégration des systèmes propulsifs sur les avions, la société AIRBUS est amenée à extrapoler les températures des équipements aux cas extrêmes de l'enveloppe de vol qui représentent toutes les conditions de température susceptibles d'être rencontrées au cours d'un vol. Pour la certification des moteurs, ces extrapolations sont actuellement réalisées à l'aide de la méthode dite du "1°C pour 1°C". Elle s'avère simple et rapide à mettre en œuvre mais est souvent conservatrice. Le but de cette étude est d'évaluer la pertinence et le champ d'application de nouvelles méthodes d'extrapolation par identification de modèles paramétriques, basés sur des modèles autorégressifs de type « ARX ». Une première partie sera consacrée à la validation de cette approche sur des modèles théoriques et simulations Matlab. Elle sera complétée par des essais expérimentaux réalisés sur une maquette de laboratoire.

## 1. Introduction

Cette étude rentre dans le cadre d'un projet initié par Airbus, le projet "*I-Temps*" comme Improved Temperature Extrapolation Methods for Powerplant Systems, auquel participe le LEMTA. Airbus réalise pour chaque avion et pour chaque équipement de nombreux essais, au sol ou en vol et doit garantir qu'en tout point de l'enveloppe de vol (diagramme Pression-température), la température de chacun des équipements reste inférieure à la température critique correspondante. Comme les essais ne permettent pas d'explorer tout le domaine, Airbus a besoin d'élaborer des modèles de comportement thermique pour chaque équipement permettant de prédire leur comportement thermique par extrapolation, en particulier dans les conditions les pires « Max Hot Day ». Ces extrapolations sont actuellement réalisées soit par des méthodes simples à mettre en œuvre mais conservatrices comme la méthode du "1°C pour 1°C" (référence JAR/FAR 25.1043) ou bien par des modèles numériques tridimensionnels précis mais dont le temps de déploiement est parfois incompatible avec les jalons d'un programme avion. La méthode du "1°C pour 1°C" (minimum imposé par les autorités de certification) est celle qui est donc actuellement utilisée. Elle consiste à répercuter sur la température de l'équipement l'écart de température entre la température extérieure mesurée et la température standard « ISA » de l'atmosphère à la même altitude. Cette méthode peut s'avérer trop imprécise notamment si l'équipement considéré est de forte capacité thermique, proche d'une source de dissipation thermique ou bien traversé par un fluide caloporteur.

## 2. Démarche adoptée pour l'extrapolation de température par modèle paramétrique de type « ARX »

L'objectif dans "I-Temps" est donc de bâtir des règles d'extrapolation plus performantes que la règle du "1°C pour 1°C". Dans un travail précédent [1], nous avons opté pour une méthode enthalpique qui consistait en la mise en place d'un modèle obtenu après écriture d'un bilan d'énergie entre l'équipement et son environnement. L'obtention du modèle se fait en deux phases. Une première phase dite de « calibration » qui consiste en l'identification du modèle par estimation de ses paramètres par une méthode de type moindres carrés sur un vol dit de calibrage et une seconde phase dite « d'extrapolation » qui consiste à évaluer la pertinence du modèle en comparant les températures données par le modèle avec celles mesurées dans d'autres vols dits d'extrapolation, réalisés dans des conditions assez différentes du vol de calibration. Nous avons pu montrer [1] la pertinence de cette approche comparée à la méthode "1°C pour 1°C" pour prendre en compte l'effet capacitif de l'équipement et les termes sources présents dans le système (effet Joule, dissipation mécanique, ...). Cependant, comme cette méthode repose sur l'écriture d'un bilan thermique, elle n'est donc pas très adaptée pour la mise en place d'une méthodologie systématique de construction de modèles. Elle ne permet pas non plus de prendre en compte la présence de plusieurs effets capacitifs.

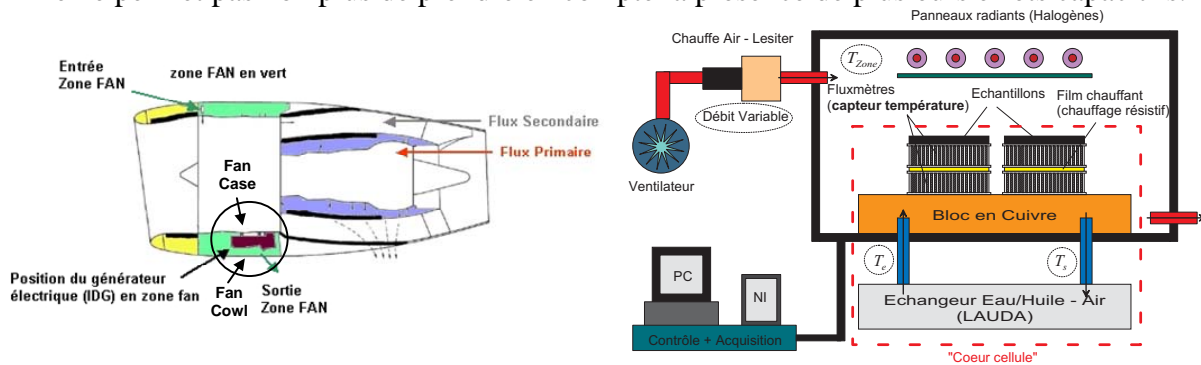


Figure 1 : Schéma de la nacelle et du banc pilote de validation LEMTA

La démarche adoptée (Calibration/Extrapolation) étant assez similaire à la démarche utilisée par les automaticiens pour identifier des fonctions de transfert de systèmes complexes par méthodes paramétriques (Identification/Validation), nous nous sommes alors intéressés à une approche basée sur des modèles paramétriques autorégressifs de type ARX. Cette approche paramétrique est d'ailleurs souvent préconisée par les automaticiens [2] dès lors que l'on souhaite identifier la fonction de transfert d'un système qui peut être décrit par un jeu d'équations différentielles.

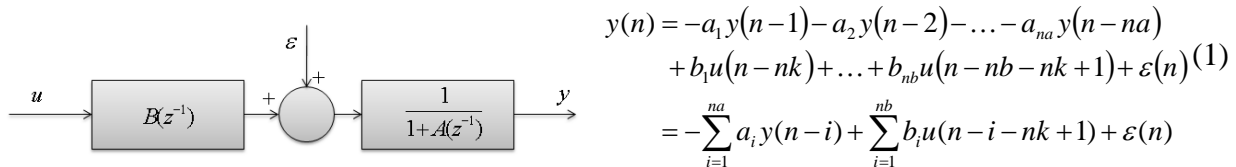


Figure 2 : Représentation schématique et mathématique des modèles paramétriques ARX

Les modèles paramétriques ARX sont des modèles autorégressifs à variable exogène [2]. Ils permettent de décrire le comportement d'un système en reliant ses sorties  $y$  à un instant  $n$  notées  $y(n)$  aux valeurs des sorties aux instants précédents  $n-1, n-2, n-3, \dots$  notées  $y(n-1), y(n-2), y(n-3), \dots$  et des entrées  $u$  au même instant  $u(n)$  et aux instants précédents  $n-1, n-2, n-3, \dots$  notées  $u(n-1), u(n-2), u(n-3), \dots$ . On note  $na$  et  $nb$  le nombre de sortie et d'entrée discrètes utilisées pour décrire la sortie à l'instant  $n$ . Dans ce type de modèle, il est possible de retarder les effets des entrées sur les sorties d'un nombre d'échantillons noté  $nk$ .  $\varepsilon(n)$

représente un bruit de modèle supposé blanc. Dans notre cas, nous avons une seule sortie (la température de l'équipement que l'on cherche à modéliser) et une ou plusieurs entrées (puissance dissipée, températures à proximité de l'équipement comme la température d'air, températures du fluide caloporteur à l'entrée et sortie de l'échangeur, températures de parois). On nommera chaque modèle à partir des valeurs de ses coefficients  $na$ ,  $nb$  et  $nk$ . Par exemple,

$$\text{Modèle [220]} : \quad y(n) + a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) = b_1 u(n) + b_2 u(n-1) + \varepsilon(n) \quad (2)$$

Leur structure est assez proche des modèles physiques (EDO, EDP, Duhamel et Gear) après discrétisation. L'avantage de ces modèles est que leur écriture est localement linéaire entre les points considérés aux instants  $t_n$ ,  $t_{n-1}$  et  $t_{n-2}$ . Ainsi, l'estimation des paramètres inconnus  $a_i$  et  $b_i$  est rapide et s'obtient en une seule itération par une simple inversion d'un système linéaire non carré au sens des moindres carrés ordinaires (chaque ligne de la matrice à inverser correspond au modèle ARX écrit à un instant donné  $n$ ). La structure autorégressive de ces modèles permet néanmoins d'avoir un modèle globalement non-linéaire vis-à-vis des paramètres sur tout l'intervalle de temps. L'application de ce type de modèles sur des vols d'essais nous a donné des résultats intéressants sur des systèmes glissants et capacitifs [3].

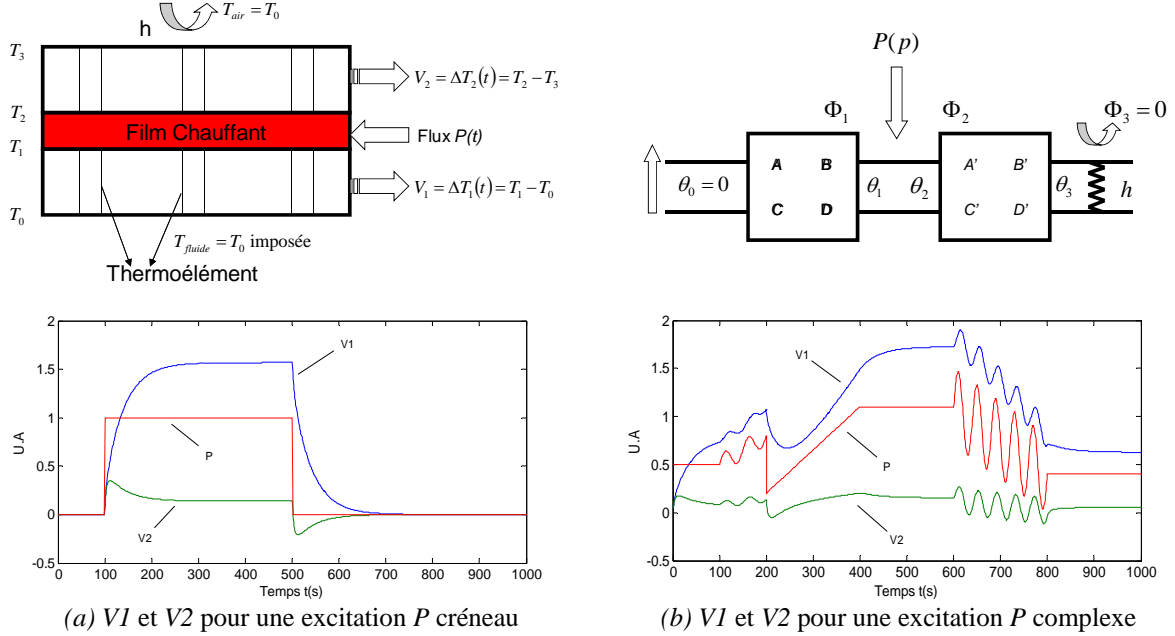
### 3. Présentation du banc pilote

Pour valider l'approche ARX utilisée, nous avons mis en place au LEMTA un banc pilote permettant de reproduire les conditions thermiques au sein d'une nacelle, ainsi que le comportement glissant ou non des équipements. Sur la Figure 1 est donné un schéma de principe de ce banc. Il est constitué d'une cellule de mesure dont le rôle est de reproduire le fonctionnement d'un équipement de la nacelle, par exemple un IDG (Integrated Drive Generator) qui sert à produire la puissance électrique de l'avion. L'IDG est situé dans le compartiment FAN et est entouré des capots et carter FAN (FAN COWL et FAN CASE). Il est en interaction radiative avec les parois coupe-feu (parois latérales) et le FAN CASE et est équipé d'un circuit interne d'huile qui sert à le refroidir, en dissipant une partie de la chaleur produite  $P$  par le mouvement en rotation des pièces mécaniques. Un échangeur de chaleur huile/air externe à l'IDG permet de refroidir cette huile. Il est également refroidi à travers l'air ambiant  $T_{amb}$ . Sur le banc pilote, l'IDG est simulé par un assemblage de deux piles à deux fluxmètres. Deux films chauffants indépendants sont placés entre les deux fluxmètres pour simuler une dissipation de chaleur interne. Cette cellule est refroidie par un échangeur Eau/Air « Lauda » sur sa partie inférieure (simulation du refroidissement de l'IDG) et un écoulement d'air (ventilation nacelle), variable selon les phases de vol. Dans le cas de l'IDG, le débit d'eau est constant. Il est cependant possible de faire varier les vitesses et températures de l'air et de l'eau pour simuler d'autres équipements. Des panneaux radiants permettent de simuler les transferts radiatifs du côté FAN CASE (moteur). Enfin, pour prendre en compte des effets capacitifs plus ou moins importants, il est possible de rajouter des échantillons de masses différentes sur chacune des piles.

### 4. Modèle analytique et Simulation Matlab

Dans le cadre de ce premier travail de validation, nous nous sommes focalisés sur le cœur de la cellule avec des températures d'eau et d'air supposées égales à  $T_0$  et constantes au cours de l'essai. En effet, dans ce cas simple, nous disposons d'un modèle analytique permettant de décrire les évolutions de température dans le système. Seule une seule pile (à droite) est sollicitée thermiquement. Expérimentalement, on mesure à l'aide des deux fluxmètres utilisés ici comme capteur de température, les différences de potentiel  $V1$  et  $V2$  délivrées par les 256 thermocouples en  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  montés en série et qui représentent à un coefficient multiplicateur

près les différences de température  $T_1 - T_0$  et  $T_2 - T_3$  entre les faces supérieure et inférieure du fluxmètre. Le terme source  $P(t)$  est la puissance dissipée par effet Joule. La température de la partie inférieure du premier fluxmètre est maintenue à température constante  $T_0$  au cours de l'essai (Thermostat), soit  $T_{\text{fluide}} = T_{\text{air}} = T_0$ . Sur la partie supérieure, on prend en compte les pertes convectives  $h$  par convection naturelle avec l'air à  $T_0$  (pas de ventilation). Enfin, les panneaux radiants sont à l'arrêt (flux radiatif  $\Phi_3 = 0$ ).



**Figure 3 :** Schéma de principe de la cellule et modèle quadripolaire associé

En posant :  $\theta = L(T - T_0)$ , il est possible d'obtenir par la méthode des quadripôles thermiques les expressions analytiques des différentes températures  $\theta_0$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$  du système et d'en déduire ensuite les différences de température  $\Delta T_1(t) = L^{-1}(\Delta\theta_1 = \theta_1 - \theta_0)$  et  $\Delta T_2(t) = L^{-1}(\Delta\theta_2 = \theta_2 - \theta_3)$ , mesurées expérimentalement via les tensions  $V1$  et  $V2$  délivrées par chaque pile thermo-électrique, en fonction de la puissance  $P(t)$  dissipée par effet Joule.

$$\text{Température imposée} \begin{pmatrix} \theta_0 = 0 \\ \Phi_0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \Phi_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \theta_1 = -\frac{B}{A} \Phi_1$$

$$\text{Flux Nul} \begin{pmatrix} \theta_2 = \theta_1 \\ \Phi_2 = \Phi_1 + P \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A^* = A' + hB' & B^* = B' \\ C^* = C' + hD' & D^* = D' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_3 \\ \Phi_3 = 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \theta_1 = A^* \theta_3 \text{ et } \Phi_1 + P(p) = C^* \theta_3$$

On obtient alors  $\Phi_1 = C^* \theta_3 - P(p)$ , d'où :

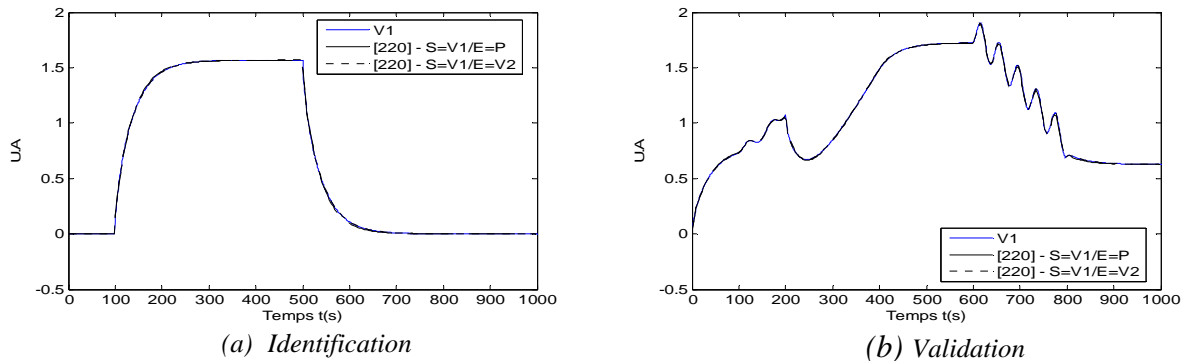
$$\Delta\theta_1 = \theta_1 = \frac{A^* B}{AA^* + BC^*} P(p) \Rightarrow \Delta T_1(t) = L^{-1} \left( \frac{A^* B}{AA^* + BC^*} \right) \otimes P(t) \quad (3)$$

$$\Delta\theta_2 = \theta_2 - \theta_3 = \frac{B(A^* - 1)}{AA^* + BC^*} P(p) \Rightarrow \Delta T_2(t) = L^{-1} \left( \frac{B(A^* - 1)}{AA^* + BC^*} \right) \otimes P(t) \quad (4)$$

Avant de passer à la phase expérimentale, nous allons tester et valider l'approche paramétrique ARX sur des simulations Matlab. Dans un premier temps, on va construire le modèle paramétrique avec  $P$  comme entrée et  $V1$  comme sortie. La première étape consiste à

identifier le modèle paramétrique en réalisant une calibration à partir de la réponse créneau du système (Figure 3a). Nous avons testé les modèles [110], [111], [220] et [221] et avons tracé sur la Figure 4a la température donnée par le meilleur modèle identifié, c'est-à-dire [220].

L'étape suivante consiste à valider le modèle paramétrique identifié en vérifiant lorsque le flux d'entrée est complexe (Figure 3b) que la température donnée par ce modèle est conforme à celle donnée par le modèle théorique (Figure 4b). Il s'agit de la phase de validation ou d'extrapolation. Le résultat le meilleur est donné par l'ARX [220]. Les très faibles écarts obtenus en extrapolation permettent de valider ce modèle.

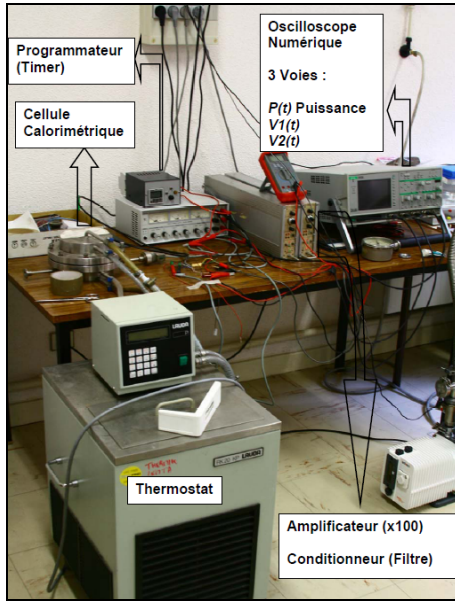


**Figure 4 :** Estimation et validation du modèle paramétrique ARX sous Matlab

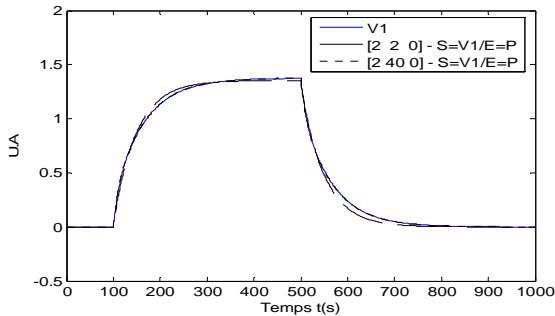
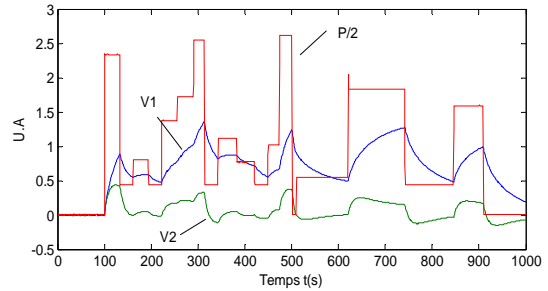
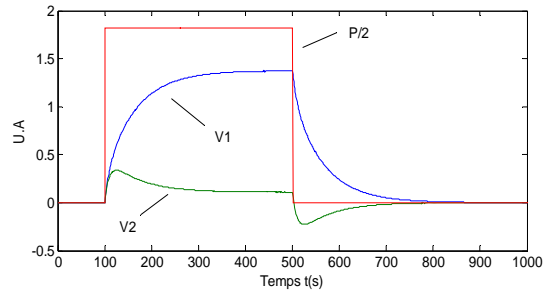
Nous répétons la même opération mais cette fois en choisissant comme grandeur d'entrée V2 et comme sortie V1. La Figure 4b donne la sortie V1 donnée par [220] après identification. Le modèle ARX [220] est là aussi le meilleur. Enfin, nous avons réalisé la même démarche mais cette fois avec V1 en entrée et V2 en sortie. Les résultats obtenus non présentés ici sont identiques aux deux cas précédents et donnent [220] comme le meilleur modèle. Nous allons maintenant chercher à expliquer pourquoi il semble être le meilleur. Tout comme [110] où  $nk=0$ , le modèle fait intervenir  $u(n)$  et  $y(n)$ . Il s'agit donc d'une formulation implicite plus stable que pour le modèle [221] où seul  $u(n)$  apparaît à l'instant  $n$ . De plus, le modèle [220] par rapport à [110] par exemple permet de prendre en compte des effets capacitifs au niveau de la sortie à travers  $y(n)$  et  $y(n-1)$  et de l'entrée du système par  $u(n)$  et  $u(n-1)$  mais aussi un éventuel gradient de température entre l'entrée  $u$  et la sortie  $y$  du système. Le modèle ARX [220] est le modèle qui apparaît être le plus complet pour un nombre minimum de paramètres.

## 5. Résultats expérimentaux

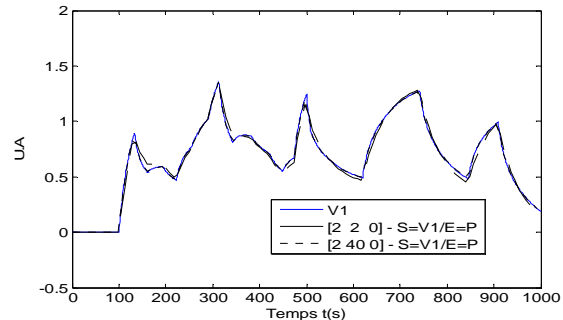
La Figure 5 décrit le dispositif expérimental (cœur de la cellule). Un programmeur permet de générer une suite de créneaux de flux aléatoires en temps et en amplitude. La puissance  $P$  délivrée au film chauffant et les deux tensions V1 et V2 sont enregistrées sur un oscilloscope numérique. Comme pour la simulation, l'expérience est réalisée en deux temps : une phase d'identification du modèle (fonction de transfert) par une excitation créneau et une phase de validation (ou d'extrapolation) pour une excitation complexe. Comme pour la partie théorique, nous avons cherché à identifier le meilleur modèle ARX (1 entrée - 1 sortie) dans les 3 cas E-S suivants : P-V1, V1-V2 et V2-V1. Les Figures 5a et 5b montrent les résultats obtenus dans le cas P-V1. Pour obtenir de bons résultats sur l'expérience, il a fallu augmenter l'ordre du modèle [2 40 0]. Le modèle [2 2 0] est insuffisant pour reproduire parfaitement la réponse du système (réponse quadripolaire et non asymptotique). En revanche, ceci n'est pas le cas dans les deux autres cas V1-V2 et V2-V1 (non présentés ici) où le modèle [2 2 0] reste suffisant. L'estimation paramétrique est performante lorsqu'il s'agit de relier des grandeurs de même nature en entrée et en sortie V1-V2. Ceci peut s'expliquer par le fait que la fonction de transfert est dans ce dernier cas plus simple donc plus facile à identifier.



Dispositif expérimental (cœur de la cellule)



(a) Identification



(b) Validation

Figure 5 : Estimation et validation expérimentale du modèle paramétrique ARX

## 6. Conclusions

Dans ce travail, nous avons introduit les méthodes paramétriques ARX comme une méthode d'extrapolation de température particulièrement intéressante pour mettre en œuvre une méthodologie de construction systématique de modèles d'extrapolation d'équipements. Cette méthode, qui permet de prendre en compte non seulement des régimes glissants et mono-capacitifs mais aussi des multiples capacités et des gradients de température dans le système, apparaît comme une généralisation de la méthode enthalpique. Cette approche a été validée du point de vue théorique et expérimental. Les perspectives de cette étude sont d'introduire des capteurs de température (eau/air) comme entrées supplémentaires au modèle pour prendre en compte des gradients de température entre l'eau et l'air.

## Références

- [1] B.Remy, A. Degiovanni et O. Verseux, *Mise en place de modèles d'extrapolation de température pour divers équipements de la nacelle d'un ensemble propulsif*, SFT Toulouse, 3-6 Juin 2008.
- [2] Ljung, Lennart. *System Identification: Theory for the User*, Chap. 1. New Jersey : Prentice-Hall, Inc, 1987.
- [3] F. Uriz, B. Remy, A. Degiovanni and O. Verseux, *Improved Temperature Extrapolation Methods for Powerplant Systems*, 10<sup>th</sup> AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, 28 June - 1 July 2010, Chicago, Illinois.